



ریاضی هشتم

$$(1+0.01)^{365} = 37.8$$

$$(1-0.01)^{365} = 0.03$$



سعیده فتاحی
مهتاب مجدآبادی



عددهای صحیح (یادآوری)

۱-۱

در سال‌های گذشته با مجموعه اعداد زیر آشنا شدید:

اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

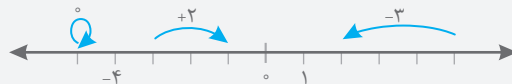
اعداد حسابی: $\mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ یا \mathbb{W}

اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

همچنین آموختید نحوه نمایش اعداد صحیح روی محور اعداد به صورت زیر می‌باشد:



حال به محور زیر توجه کنید:



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید هر حرکت را می‌توان با عدد صحیح نمایش داد و هر نقطه روی محور، متناظر با یک عدد صحیح است.

اعداد صحیح -3 ، $+4$ ، $+3$ و -1 را روی محور نشان می‌دهیم:



به عنوان نمونه عدد $+3$ را A و عدد -3 را A' می‌نامیم. با توجه به محور، می‌بینیم که فاصله A', A از صفر به یک اندازه (۳ واحد) می‌باشد،

با این تفاوت که در دو جهت مختلف نسبت به هم قرار دارند؛ در این‌صورت می‌گوییم: « A', A نسبت به نقطه صفر، قرینه یکدیگرند.»

توجه: برای به دست آوردن قرینه یک عدد نسبت به صفر، کافیسست علامت آن را تغییر دهیم این کار را با قرار دادن علامت منفی (-)

پشت عدد، انجام می‌دهیم؛ یعنی:

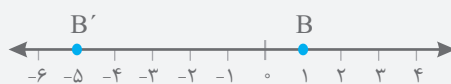
خود عدد
 $-(+A) = -A$
 علامت قرینه

مثال: $-(+10) = -10$

$-(-A) = +A$

مثال: $-(-2) = +2$

اکنون به نقاط B و B' روی محور مقابل توجه کنید:



همان‌طور که روی محور می‌بینید، فاصله نقاط B و B' از نقطه -2 به یک اندازه است، با این تفاوت که یکی در سمت راست نقطه -2 و دیگری در سمت چپ آن قرار دارد؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که B (عدد +1) و B' (عدد -5) نسبت به نقطه -2 قرینه یکدیگرند؛ به عبارتی نقطه -2 وسط B و B' قرار دارد.

توجه: به طور کلی اگر B و B' نسبت به نقطه A قرینه یکدیگر باشند، خواهیم داشت:

$$A = \frac{B + B'}{2}$$

به عنوان مثال برای اینکه بفهمیم دو نقطه 4 و -6 نسبت به چه نقطه‌ای قرینه یکدیگرند به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$A = \frac{-6 + 4}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

می‌بینید که فاصله دو نقطه 4 و -6 از نقطه -1، 5 واحد است.

تذکر: به طور کلی منظور از قرینه یک عدد، قرینه آن نسبت به نقطه صفر است مگر اینکه خود سؤال قرینه نسبت به یک عدد یا یک عبارت خاص را از ما خواسته باشد.

بیشتر تعریف کنیم

1 اعداد صحیح را مشخص کرده و از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف) $-(-(-[+4]))$

ب) $\frac{[8, 12]}{(4, 6)}$

پ) $\frac{+24}{-(-(-(-14)))}$

ت) $\frac{-\sqrt{81}}{3}$

ث) $\sqrt{\sqrt{16}}$

الف) برای تشخیص اینکه عددی صحیح است یا خیر، باید آن را به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسیم و عبارت را ساده کنیم:

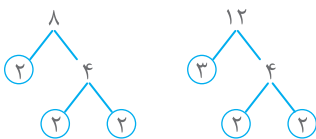
$$-(-(-[+4])) = -(-(-4)) = -(+4) = -4 \quad (\text{عدد صحیح است.})$$

توجه: هرگاه در تعیین علامت یک عدد، تعداد منفی‌ها فرد باشد، عدد حاصل منفی و هرگاه تعداد منفی‌ها زوج باشد، عدد حاصل مثبت خواهد بود، همچنین اگر عددی علامت نداشته باشد، نشان دهنده این است که علامت آن مثبت است. به عنوان نمونه در عبارت بالا چون تعداد منفی‌ها فرد بود حاصل عددی منفی شد. (ب) همان‌طور که در سال گذشته خواندید (,) علامت ب.م.م یا همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه (شمارنده) مشترک و [,] علامت ک.م.م یا همان کوچک‌ترین

$$\text{ک.م.م دو عدد} = \frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{ب.م.م دو عدد}}$$

مضرب مشترک می‌باشد که به صورت روبه‌رو محاسبه می‌شوند:

ابتدا ب.م.م 8 و 12 را محاسبه می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 12 = 3 \times 2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (8, 12) = 2^2 = 4$$

$$[8, 12] = \frac{8 \times 12}{4} = 24$$

بنابراین ب.م.م دو عدد 4 است. حال ک.م.م را طبق فرمول داده شده محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 4 = 2^2 \\ 6 = 3 \times 2 \end{array} \right\} (4, 6) = 2$$

از طرفی:

$$\frac{[8, 12]}{(4, 6)} = -\frac{24}{2} = -12 \quad (\text{عدد صحیح است.})$$

پس داریم:

$$\frac{+24}{-(-(-(-14)))} = \frac{+24 \div 2}{+14 \div 2} = \frac{12}{7} \quad (\text{عدد صحیح نیست.})$$

تعداد منفی‌ها زوج است پس مثبت است

$$\text{ت) } -\frac{-\sqrt{81}}{3} = -\frac{-9}{3} = -(-3) = 3 \quad (\text{عدد صحیح است.})$$

$$\text{ث) } \sqrt{\frac{\sqrt{16}}{4}} = \sqrt{4} = 2 \quad (\text{عدد صحیح است.})$$

بنابراین از این بین ، اعداد -4 ، -12 ، 3 ، 2 صحیح هستند که باید آنها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم.

برای این کار لازم است به نکات زیر توجه داشته باشید:

نکته ۱: هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی بزرگ تر است.

نکته ۲: صفر از هر عدد صحیح مثبت کوچک تر و از هر عدد صحیح منفی بزرگ تر است.

نکته ۳: در مقایسهٔ اعداد، روی محور اعداد هر چه به سمت چپ پیش می‌رویم، اعداد کوچک تر می‌شوند.

$$\frac{[8, 12]}{(4, 6)} < -(-(-(+4))) < \sqrt{\sqrt{16}} < -\frac{-\sqrt{81}}{3} \quad \text{یعنی: } -12 < -4 < 2 < 3$$

جدول زیر را مانند نمونه کامل کرده و بگویید چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

عدد	$-(+19)$	$-3\frac{4}{2}$	$\frac{-\sqrt{25}}{5}$	$\frac{2^3}{6}$	$-(-13)$	$\underbrace{-(-(-\dots(-29)\dots))}_{\text{بار } 56}$	۰	۰/۴۵
طبیعی							x	
صحیح							✓	

ابتدا باید اعداد داده شده را ساده کنیم، به این منظور سطری با عنوان ساده شدهٔ عدد به جدول اضافه کرده و اعداد را ساده می‌کنیم پس از آن مشخص

می‌کنیم هر کدام جزء کدام مجموعه از اعداد هستند.

عدد	$-(+19)$	$-3\frac{4}{2}$	$\frac{-\sqrt{25}}{5}$	$\frac{2^3}{6}$	$-(-13)$	$\underbrace{-(-(-\dots(-29)\dots))}_{\text{بار } 56}$	۰	۰/۴۵
ساده شدهٔ عدد	-۱۹	$-(3+2) = -5$	$\frac{-5}{5} = -1$	$\frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{4}{3}$	+۱۳	+۲۹	۰	$\frac{45 \div 5}{100 \div 5} = \frac{9}{20}$
طبیعی	x	x	x	x	✓	✓	x	x
صحیح	✓	✓	✓	x	✓	✓	✓	x

همان‌طور که از جدول مشخص است هر عددی که طبیعی باشد، صحیح هم هست، اما عکس آن همیشه درست نیست یعنی اگر عددی صحیح باشد ممکن است

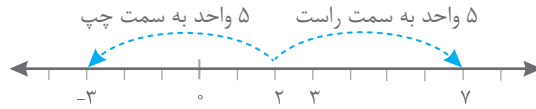
طبیعی نباشد به عنوان مثال عدد -19 یک عدد صحیح است اما طبیعی نیست.

همچنین می‌توان گفت که اگر به اعداد طبیعی ، عدد صفر و قرینهٔ این اعداد مثبت نسبت به صفر را اضافه کنیم اعداد صحیح بدست می‌آیند.

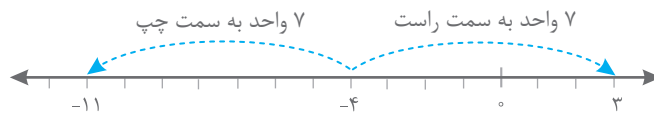
نتیجه: تمام اعداد طبیعی، صحیح هم هستند. به عبارتی اعداد صحیح مثبت همان اعداد طبیعی هستند.

۳ قرینه عدد ۳- را نسبت به نقطه ۲+ و قرینه عدد ۳+ را نسبت به نقطه ۴- یکبار به کمک محور و بار دیگر بدون استفاده از محور بدست آورید. روش اول؛ به کمک محور:

قرینه عدد ۳- نسبت به نقطه ۲+ : از نقطه ۲+ (نقطه وسط) تا عدد ۳- باید ۵ واحد به سمت چپ برویم؛ پس برای بدست آوردن قرینه ۳- باید از نقطه ۲+ ، ۵ واحد به سمت راست برویم که به عدد ۷+ می‌رسیم، بنابراین عدد ۷+ قرینه‌ی عدد ۳- نسبت به نقطه ۲+ می‌باشد.



قرینه عدد ۳+ نسبت به نقطه ۴- : از نقطه ۴- (نقطه وسط) تا عدد ۳+ باید ۷ واحد به سمت راست برویم؛ پس برای بدست آوردن قرینه ۳+ ، نسبت به ۴- ، باید از نقطه ۴- ، ۷ واحد به سمت چپ برویم که به عدد ۱۱- می‌رسیم، بنابراین عدد ۱۱- قرینه عدد ۳+ نسبت به نقطه ۴- می‌باشد.



روش دوم؛ به کمک فرمول:

اگر قرینه عدد ۳- نسبت به نقطه ۲+ ، B' باشد، طبق فرمول گفته شده در درسنامه ۱-۱ خواهیم داشت:

$$+2 = \frac{-3 + B'}{2} \Rightarrow -3 + B' = 2 \times 2 \Rightarrow B' = 4 + 3 = 7$$

پس قرینه عدد ۳- نسبت به نقطه ۲+ عدد ۷ می‌باشد.

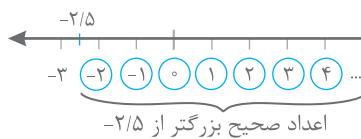
به همین ترتیب اگر قرینه عدد ۳+ نسبت به نقطه ۴- ، B'' باشد طبق فرمول گفته شده در درسنامه ۱-۱ خواهیم داشت:

$$-4 = \frac{+3 + B''}{2} \Rightarrow 3 + B'' = 2 \times (-4) \Rightarrow B'' = -8 - 3 = -11$$

پس قرینه عدد ۳+ ، نسبت به نقطه ۴- عدد ۱۱- می‌باشد.

۴ کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از قرینه $2/5 +$ چه عددی است؟

می‌دانیم قرینه $2/5 +$ برابر است با : $-2/5 = -(2/5)$ ، حال با استفاده از محور، ابتدا تمام اعداد صحیح بزرگ‌تر از $-2/5$ را مشخص می‌کنیم:



از بین این اعداد، ۲- از همه کوچک‌تر است که پاسخ سؤال می‌باشد.

جمع و تفریق اعداد صحیح

۱-۲

محاسبه جمع اعداد صحیح: ابتدا آنها را مختصرنویسی (ساده نویسی - تعیین علامت) می‌کنیم؛ بدین صورت که پرانتزها را حذف کرده، سپس برای تعیین علامت اگر عددی بیش از یک علامت داشت با توجه به مطلب گفته شده در تمرین ۱ آن را تعیین علامت می‌کنیم در اینصورت دو حالت پیش می‌آید:

حالت اول: دو عدد هم علامت باشند؛ یعنی هر دو عدد مثبت یا هر دو عدد منفی باشند که در اینصورت اعداد را با هم جمع کرده سپس یکی از علامت‌ها را قرار می‌دهیم.

$$\text{مثال ۱: } \overbrace{-(+24)}^{+24} + (+3) = 24 + 3 = 27$$

$$\text{مثال ۲: } -17 + \overbrace{-(-15)}^{-15} = -17 - 15 = -32$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای
+ مدارس برتر، تیزهوشان، المپیاد و تألیف =



۸۳ کدام گزینه یک عدد گویا نیست؟

- ① $-1/75$ ② $\sqrt{9-2}$ ③ $\sqrt{1+5\sqrt{9}}$ ④ 0

۸۴ کدام عدد از همه کوچک‌تر است؟

- ① $-\frac{5}{3}$ ② معکوس ۲ ③ معکوس $\frac{3}{2}$ ④ قرینه $+\frac{5}{2}$

۸۵ مجموع دو عدد $\frac{2}{5}$ و $\frac{2}{3}$ چند برابر اختلاف آنهاست؟

- ① ۴ برابر ② ۲ برابر ③ $\frac{1}{3}$ برابر ④ $\frac{1}{4}$ برابر

۸۶ بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ چند عدد گویا وجود دارد؟

- ① هیچ ② یک ③ دو ④ بی‌شمار

۸۷ چند عدد صحیح بین $\frac{1}{4}$ و $2\frac{1}{4}$ وجود دارد؟

- ① یک ② دو ③ سه ④ بی‌شمار

۸۸ کدام کسر بین دو عدد گویای $0/5$ و $\frac{1}{3}$ قرار دارد؟

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $0/2$ ④ $\frac{1}{4}$

۸۹ معکوس کدام عدد از خودش بزرگ‌تر است.

- ① $2\frac{3}{5}$ ② -1 ③ -2 ④ $-\frac{1}{2}$

۹۰ حاصل عبارت $1392\frac{1}{3} - 1393\frac{1}{4} + 1394\frac{5}{6}$ کدام است؟

- ① ۱۳۹۳ ② ۱۳۹۴ ③ ۱۳۹۵ ④ ۱۳۹۶

۹۱ عدد $-\frac{3}{4}$ چند برابر عدد $-2/25$ است؟

- ① مساویند ② دو برابر ③ سه برابر ④ چهار برابر

۹۲ حاصل عبارت $\frac{1}{4} \div \frac{3}{2} \times \frac{1}{-3} - \frac{1}{2}$ کدام است؟

- ① $\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ ۵ ④ $\frac{3}{2}$

۹۳ حاصل عبارت $\frac{1}{1390} - \frac{1}{695}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{1390}$ ② 1390 ③ $-\frac{1}{1390}$ ④ $\frac{3}{1390}$

۹۴ حاصل عبارت مقابل چند برابر عدد ۱۰۰ است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۵ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$

۹۵ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left[\frac{2015}{1394} \times \frac{2014}{1394} \times \frac{2013}{1394} \times \dots \times \frac{2014}{1394} \times \frac{2015}{1394} \right] + \left[\frac{90}{91} + \frac{91}{92} + \frac{92}{93} + \frac{93}{94} \right] + \left[\frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + \frac{1}{94} \right]$$

- ① صفر ② $\frac{2015}{94}$ ③ $\frac{90}{94}$ ④ ۴

$$\frac{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)}{1 - \frac{2}{3}} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

صفر (۴)

$\frac{21}{12}$ (۳)

$-\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

۹۶ حاصل عبارت روبه‌رو چیست؟
۹۷ معکوس کسر $\frac{1}{1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}$ کدام است؟

-۶ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

۶ (۲)

۱ (۱)

۹۸ قرینه معکوس -2^4 کدام است؟

$-\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

-۱۶ (۲)

۱۶ (۱)

۹۹ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{2} \times -\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times -\frac{4}{5} \times \dots \times -\frac{100}{101}$$

$\frac{1}{101}$ (۴)

$-\frac{1}{101}$ (۳)

۱۰۰ (۲)

$\frac{100}{101}$ (۱)

$$\frac{(130 \cdot \frac{1}{4} - 135 \cdot \frac{1}{2}) \times 0 / 4}{57} \times \frac{19}{7}$$

۱۰ (۴)

$-\frac{1}{10}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

-۸ (۱)

۱۰۱ نقطه $-\frac{19}{3}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

-۶ و -۵ (۴)

۶ و ۵ (۳)

-۶ و -۷ (۲)

۷ و ۶ (۱)

۱۰۲ اگر مخرج کسری را نصف کنیم، آن کسر

تغییر نمی‌کند (۴)

چهار برابر می‌شود (۳)

دو برابر می‌شود (۲)

نصف می‌شود (۱)

۱۰۳ کدام کسر از $\frac{1}{7}$ بزرگ‌تر و از $\frac{3}{4}$ کوچک‌تر است؟

$\frac{3}{14}$ (۴)

$\frac{3}{28}$ (۳)

$\frac{1}{14}$ (۲)

$\frac{11}{14}$ (۱)

۱۰۴ کوچک‌ترین عدد طبیعی که اگر آن را به $-\frac{6}{25}$ تقسیم کنیم خارج قسمت عدد صحیح می‌شود، کدام است.

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۱۰۵ حاصل عبارت مقابل چیست؟

$$2 \div \frac{2 + \frac{2+1}{1}}{2 + \frac{1}{1}} - \frac{1}{2 - \frac{1}{1}} \div \frac{1}{2 - \frac{1}{2-1}}$$

-۷ (۴)

۷ (۳)

$\frac{2}{7}$ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۱۰۶ معکوس عبارت $A = \frac{9}{7} + \frac{18}{7} + \frac{27}{7} + \dots + \frac{180}{7}$ کدام است؟

$\frac{1}{270}$ (۴)

$\frac{7}{20}$ (۳)

$\frac{7}{180}$ (۲)

۲۷۰ (۱)

۱۰۷ حاصل عبارت $A = \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}$ چقدر است؟

$\frac{1}{39}$ (۴)

$\frac{2}{39}$ (۳)

$\frac{10}{39}$ (۲)

$\frac{5}{39}$ (۱)

۱۰۸ بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از معکوس $\frac{2}{3}$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۰۹ مجذور یک عدد گویا $\frac{4}{9}$ است قرینه معکوس این عدد کدام است؟

$\pm \frac{3}{2}$ (۴)

$+\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$\frac{2}{3 \times 4} + \frac{4}{4 \times 6} + \frac{6}{6 \times 9} + \frac{8}{9 \times 12} + \frac{10}{12 \times 15}$$

$\frac{11}{9}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{7}{9}$ (۲)

$\frac{5}{9}$ (۱)

۱۱۰ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

۱۱۱ حاصل عبارت $5 - 5(-1 + 3(4 - 5))^{2017} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$ برابر است با:

-۴ (۴)

۵۶ (۳)

۶۱ (۲)

۶ (۱)

۱۱۲ اگر $\frac{10}{100} + \frac{10}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{10}{100} = k$ باشد، کدام است $\frac{k}{55}$ ؟

۰/۰۱ (۴)

۱/۰۱ (۳)

۱/۱ (۲)

۰/۱ (۱)

۱۱۳ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{0/125 - 2 \div (-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2)}{\frac{1}{6} + \frac{5}{24}}$$

$\frac{73}{3}$ (۲)

$-\frac{45}{8}$ (۱)

$\frac{45}{8}$ (۴)

$-\frac{73}{3}$ (۳)

۱۱۴ از صورت و مخرج کسر $\frac{3}{8}$ چه عددی را کم کنیم تا حاصل، معکوس قرینه مکعب عدد $-\frac{1}{2}$ شود؟

$\frac{71}{7}$ (۴)

$\frac{61}{7}$ (۳)

$\frac{51}{7}$ (۲)

$\frac{41}{7}$ (۱)

۱۱۵ در چه صورت اگر $a > b$ باشد، $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ می‌شود؟ (a و b دو عدد صحیح هستند)

(۲) a مثبت و b منفی باشد

(۱) a و b هم علامت باشند.

(۴) هیچکدام

(۳) a منفی و b مثبت باشد

$$(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100})$$

(۴) صفر

$\frac{101}{100}$ (۳)

$\frac{99}{100}$ (۲)

$\frac{1}{100}$ (۱)

۱۱۶ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

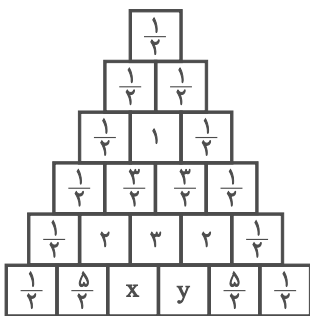
۱۱۷ در نمودار مقابل مجموع x و y چقدر است؟

۱۰ (۱)

۶ (۲)

$\frac{9}{2}$ (۳)

۵ (۴)



پاسخنامه فصل اول:
عددهای صحیح و گویا

پاسخ پرسش‌های امتحانی



$$-65 - \frac{25}{36}$$

۴۸- الف) + و - ، ب) + و -

$$\sqrt{0.04} \text{ و } -\frac{5}{4} \text{ (ت) ، } -\frac{3}{5} \text{ (پ) و } -1 \text{ (ب) (الف - ۶۶) صفر، ب) ۱ و -۱ (پ) (ت) ، } -\frac{3}{5}$$

۴۹- قرینه آن عدد ۶- است که عددی منفی است.

$$-67 \text{ ب}$$

$$-50 - 14$$

$$A \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{8}{9} \text{ ، } B \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{16}{5}$$

$$-51 - 23 \text{ عدد}$$

$$-69 \text{ (الف - ۷) ، ب) -۱}$$

$$-52 \text{ (الف - ۲۶) ، ب) } \frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{7}{6} \text{ ، } B = \frac{7}{2} \text{ ، } C = -\frac{1}{4} \text{ ، } D = \frac{31}{12} \text{ ، } E = \frac{-17}{4} \text{ -۷۰}$$

$$-53 \text{ (الف - ۵) ، ب) -۴}$$

$$\frac{11}{102} \text{ (الف - ۷۱) (الف - } \frac{29}{42} \text{ ، ب) } \frac{1}{6} \text{ (پ) ، } +3 \text{ (ت) ، } +5 \text{ (ث) } \frac{11}{102}$$

$$-54 \text{ (الف) (ب) ، (د) ، (پ) (ک) ، (ت) (د) ، (ث) (د) ، (ج) (ک)}$$

$$-72 \text{ عدد صحیح صفر و گویا } -\frac{1}{5}$$

$$-55 \text{ (الف - ۵۵) ، ب) -۵۲ (پ) ، } ۲۷۹۰ \text{ (ت) (الف - ۵) ، (ث) صفر، (ج) +۱}$$

$$B = -\frac{13}{6} \text{ ، } A = -\frac{3}{2} \text{ -۷۳}$$

$$-56 \sqrt{8}$$

$$-74 \text{ (الف - ۴) ، ب) -۳}$$

$$-57 \text{ هیچ - بی شمار}$$

$$-75 - \frac{9}{2}$$

۵۸- به عهده دانش آموز- جدول از راست به چپ به ترتیب:

$$\frac{60}{150} = \frac{2}{5} \text{ -۷۶}$$

A / B / عددی وجود ندارد / C , D / F / E

$$\frac{90}{210} = \frac{3}{7} \text{ -۷۷}$$

۵۹- الف) نادرست، ب) درست

$$-78 - \frac{5}{4}$$

$$-60 - \frac{6}{2}$$

$$-79 \text{ به عهده دانش آموز}$$

$$-61 \text{ به عهده دانش آموز}$$

$$-80 \text{ (الف - ۷) ، ب) -۱۸}$$

$$-62 \text{ (الف - } \frac{4}{3} \text{) = } -\frac{9}{3} \text{ + } \left(\frac{5}{3}\right)$$

$$-63 \text{ به عهده دانش آموز}$$

$$-81 \text{ اعداد } \frac{14}{19} \text{ و } \frac{5}{21} \text{ در طبقه } \frac{7}{3} \text{ و اعداد } \frac{13}{50} \text{ و } \frac{9}{200} \text{ در طبقه } \frac{23}{40}$$

$$-64 \text{ (الف - } \frac{4}{15} \text{) ، ب) } -\frac{6}{11} \text{ (پ) ، } -6 \text{ (ت) ، } -5$$

$$-82 \text{ (الف - } \frac{9}{14} \text{) ، ب) } \frac{56}{3}$$

پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۸۳- گزینه ۲

$$1) -1/75 = -\frac{175}{100} \rightarrow \text{گویاست}$$

$$2) \sqrt{9-2^2} = \sqrt{9-4} = \sqrt{5} \rightarrow \text{گویا نیست}$$

$$3) \sqrt{1+5\sqrt{9}} = \sqrt{1+5 \times 3} = \sqrt{16} = 4 \rightarrow \text{گویاست}$$

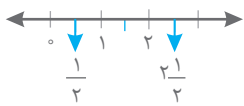
$$4) 0 = \frac{0}{1} \rightarrow \text{گویاست}$$

۸۴- گزینه ۲

معکوس گزینه ۲: $\frac{1}{3}$ و معکوس گزینه ۳: $\frac{2}{3}$ ، هر دو مثبت هستند. چون دنبال عدد کوچک‌تر هستیم پس باید گزینه‌های ۱ و ۴ را بررسی کنیم که قرینه گزینه ۴: $-\frac{5}{2}$ جواب صحیح است.

۸۵- گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{2}{3} &= \frac{6+10}{15} = \frac{16}{15} \text{ (مجموع دو عدد)} \\ \frac{2}{3} - \frac{2}{5} &= \frac{10-6}{15} = \frac{4}{15} \text{ (اختلاف دو عدد)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{16}{15} \div \frac{4}{15} &= \frac{16}{15} \times \frac{15}{4} = 4 \text{ (چهار برابر)} \end{aligned}$$



$$0/5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{3}$$

۸۶- گزینه ۲

۸۷- گزینه ۲

دو عدد صحیح ۱ و ۲ بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ قرار دارد:

۸۸- گزینه ۱

۸۹- گزینه ۳

۱) $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{13}$

۳) $-2 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{2}$

۲) $-1 \xrightarrow{\text{معکوس}} -1$

۴) $-\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس}} -2$

نتیجه: اعداد صحیح کوچک‌تر از ۱-، معکوسشان از خودشان بزرگ‌تر است در مورد اعداد گویا کوچک‌تر از یک واحد چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۹۰- گزینه ۲

$$1394\frac{5}{6} + 1393\frac{1}{2} - 1392\frac{1}{3} = (1394 + 1393 - 1392) + \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1396$$

۹۱- گزینه ۳

$$-\frac{3}{4} \div \left(\frac{-2}{25}\right) = \frac{-27}{4} \div \left(\frac{-2}{9}\right) = \frac{-27}{4} \times \left(\frac{9}{-2}\right) = 3$$

۹۲- گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{-3} \times \frac{3}{2} &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$$

۹۳- گزینه ۳

$$\frac{1}{1390} - \frac{1}{695} = \frac{1-2}{1390} = \frac{-1}{1390}$$

۱۳۹۰ بر ۶۹۵ بخشپذیر است، پس داریم:

گزینه ۲ - ۹۴

$$1 - \left(-\frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{4} = \frac{3+2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{5}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{5 \times 4}{3 \times 1} = \frac{20}{3}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{1}{5} \quad \left(\frac{1}{5} \text{ برابر } \frac{1}{5}\right)$$

برای اینکه بفهمیم عدد ۲۰ چند برابر ۱۰۰ است باید ۲۰ را بر ۱۰۰ تقسیم کنیم:

گزینه ۲ - ۹۵

$$\left[\frac{2015}{1394} \times \frac{2014}{1394} \times \dots \times \frac{2014}{1394} \times \frac{2015}{1394} \right] = 0$$

حاصل گروه اول صفر می‌شود، زیرا صورت کسرها از ۲۰۱۵ تا ۲۰۱۵- می‌باشد بنابراین کسر $\frac{0}{1394}$ نیز در این عبارت وجود دارد که $\frac{0}{1394} = 0$ است و حاصل ضرب صفر در هر عبارتی نیز صفر می‌شود.

$$\left[\frac{90}{91} + \frac{91}{92} + \frac{92}{93} + \frac{93}{94} \right] + \left[\frac{1}{91} + \frac{1}{92} + \frac{1}{93} + \frac{1}{94} \right] = \underbrace{\left(\frac{90}{91} + \frac{1}{91} \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{91}{92} + \frac{1}{92} \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{92}{93} + \frac{1}{93} \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{93}{94} + \frac{1}{94} \right)}_1 = 4$$

گزینه ۲ - ۹۶

با توجه به اولویت‌ها حل می‌کنیم، ابتدا از پرانتز داخل گروه شروع می‌کنیم.

$$\Rightarrow \frac{13}{8} = \frac{8+5}{8} = 1 - \left(-\frac{5}{8}\right) \text{ اولویت سوم} \Rightarrow \frac{5}{8} = -\frac{5}{4} \times \frac{1}{2} \text{ اولویت دوم} \Rightarrow \frac{-5}{4} = \frac{-3-2}{4} = -\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \text{ اولویت اول}$$

$$\frac{-5}{12} = \frac{8-13}{12} = \frac{2}{3} - \frac{13}{12} \text{ اولویت پنجم} \Rightarrow \frac{13}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{13}{8} \text{ اولویت چهارم}$$

گزینه ۳ - ۹۷

معکوس کسر را خواسته ۶ جواب کسر، پس معکوش $\frac{1}{6}$ است.

گزینه ۳ - ۹۸

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3-2}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

$$-2^4 = -16 \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{1}{16} \xrightarrow{\text{قرینه}} +\frac{1}{16}$$

گزینه ۲ - ۹۹

در این عبارت ۱۰۰ کسر وجود دارد که یکی در میان مثبت و منفی هستند که ۵۰ تا از کسرها مثبت و ۵۰ تا از آنها منفی هستند و چون تعداد منفی‌ها زوج

است پس حاصل مثبت می‌باشد:

$$\frac{1}{101} \times \frac{1}{101} \times \frac{1}{101} \times \frac{1}{101} \times \dots \times \frac{1}{101} = \frac{1}{101}$$

گزینه ۳ - ۱۰۰

با توجه به اولویت‌بندی ابتدا عبارت داخل پرانتز را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{اولویت اول: } 130 \cdot \frac{1}{4} - 135 \cdot \frac{1}{2} = \underbrace{(130 - 135)}_{-5} + \underbrace{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)}_{-\frac{1}{4}} = -5 - \frac{1}{4} = -5 \frac{1}{4} = -\frac{21}{4}$$

$$\text{اولویت دوم: } -\frac{21}{4} \times \frac{1}{10} = -\frac{21}{40}$$

$$\text{اولویت سوم: } \frac{-21}{57} = -\frac{21}{10} \div 57 = -\frac{21}{10} \times \frac{1}{57} = -\frac{7}{190}$$

$$\text{اولویت چهارم: } -\frac{7}{190} \times \frac{1}{10} = -\frac{7}{1900}$$

$$-\frac{19}{-3} = +\frac{19}{3} = +6\frac{1}{3} \quad (\text{این عدد بین ۶ و ۷ است.})$$

$$\frac{16}{8} \xrightarrow{\text{مخرج نصف شود}} \frac{16}{4}$$

$$\frac{16}{8} \div \frac{16}{4} = \frac{16}{8} \times \frac{4}{16} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{کسر اول نصف کسر بعدی می باشد پس خود کسر دو برابر می شود.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{7} = \frac{4}{28} \\ \frac{3}{4} = \frac{21}{28} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4}{28} < \frac{6}{28} < \frac{21}{28} \Rightarrow \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

چون می خواهیم حاصل عدد صحیح شود ، مشخص است کوچک ترین عدد طبیعی که با ۶ ساده می شود خود عدد ۶ است پس بجای \square عدد ۶ را می نویسیم.

$$\square \div \left(-\frac{6}{25}\right) = \frac{\square}{1} \times \left(-\frac{25}{6}\right)$$

$$2 \div \frac{2+\frac{2+1}{1}}{2-\frac{1}{2-1}} = 2 \div \frac{2+5}{2-1} = 2 \div \frac{7}{1} = 2 \times \frac{1}{7} = \frac{2}{7}$$

$$A = \frac{9}{7} + \frac{18}{7} + \frac{27}{7} + \dots + \frac{180}{7} = \frac{9+18+27+\dots+180}{7}$$

صورت عبارت بالا را B نام گذاری می کنیم: $B = 9 + 18 + 27 + \dots + 180$ ، می دانیم تمام عددهای عبارت B بر ۹ بخش پذیرند پس عبارت B را بر ۹ تقسیم می کنیم:

$$\frac{B}{9} = \frac{9+18+27+\dots+180}{9} = \frac{9}{9} + \frac{18}{9} + \frac{27}{9} + \dots + \frac{180}{9} = 1+2+3+\dots+20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

$$\rightarrow \frac{B}{9} = 210 \rightarrow B = 210 \times 9 = 1890$$

$$A = \frac{B}{7} = \frac{1890}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{7}{1890} = \frac{1}{270}$$

حال می رویم سراغ عبارت A:

$$\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}$$

می دانیم در یک کسر تلسکوپی اختلاف دو عدد ضرب شده در مخرج در صورت کسر قرار می گیرد، پس اگر عبارت A را در ۲ ضرب کنیم تمام کسرهای عبارت A در ۲ ضرب می شوند و به کسر تلسکوپی تبدیل می شوند.

$$A = \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}$$

$$2 \times A = \frac{2}{1} \times \left(\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}\right) = \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \frac{2}{9 \times 11} + \frac{2}{11 \times 13}$$

$$2 \times A = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{13} = \frac{13-3}{39} = \frac{10}{39} \Rightarrow A = \frac{10}{39} \div 2 = \frac{10}{39} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{39}$$

گزینه ۱

گزینه ۲

با یک مثال می توان به نتیجه رسید:

گزینه ۳

گزینه ۴

گزینه ۵

گزینه ۶

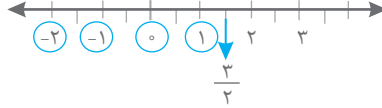
گزینه ۱

۱۰۸- گروه ۳

ابتدا معکوس $\frac{2}{3}$ را بدست می آوریم:

حال اعداد صحیح کوچک تر از $\frac{3}{2}$ را به کمک محور مشخص می کنیم.

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{2}$$



اعداد صحیح کوچک تر از $\frac{3}{2}$ عبارتند از: $+1, 0, -1, -2, \dots$ که بزرگ ترین آنها $+1$ است.

۱۰۹- گروه ۴

دقت کنید! مجذور اعداد مثبت و اعداد منفی یک عدد مثبت است بنابراین عدد مورد نظر می تواند هم مثبت و هم منفی باشد بنابراین اگر عدد مورد نظر را x

در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر } x = +\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{قرینه}} +\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس عدد}} +\frac{3}{2} \\ \text{اگر } x = -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معکوس عدد}} -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{پاسخ این سؤال } \pm \frac{3}{2} \text{ می باشد.}$$

۱۱۰- گروه ۱

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3 \times 4} = \frac{2}{3} - \frac{2}{4} \\ \frac{4}{4 \times 6} = \frac{2}{4} - \frac{2}{6} \\ \frac{6}{6 \times 9} = \frac{2}{6} - \frac{2}{9} \\ \frac{8}{9 \times 13} = \frac{2}{9} - \frac{2}{13} \\ \frac{10}{13 \times 18} = \frac{2}{13} - \frac{2}{18} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{3 \times 4} + \frac{4}{4 \times 6} + \frac{6}{6 \times 9} + \frac{8}{9 \times 13} + \frac{10}{13 \times 18} = \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \frac{2}{4} - \frac{2}{6} + \frac{2}{6} - \frac{2}{9} + \frac{2}{9} - \frac{2}{13} + \frac{2}{13} - \frac{2}{18} = \frac{2}{3} - \frac{2}{18} = \frac{12-2}{18} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

راه حل دوم: اگر عبارت را A بنامیم و عبارت A را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم حاصل به مجموع کسرهای تلسکوپی نوع اول تبدیل می شود.

$$A = \frac{2}{3 \times 4} + \frac{4}{4 \times 6} + \frac{6}{6 \times 9} + \frac{8}{9 \times 13} + \frac{10}{13 \times 18}$$

$$\frac{1}{2} \times A = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3 \times 4} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{4 \times 6} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{6 \times 9} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{9 \times 13} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{13 \times 18} \right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{18} = \frac{1}{3} - \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{2} \times A = \frac{1}{3} - \frac{1}{18} = \frac{6}{18} - \frac{1}{18} \Rightarrow A = \frac{5}{18} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{18} \times \frac{2}{1} = \frac{5}{9}$$

۱۱۱- گروه ۳

$$A = 5 - 5(-1 + 3(4-5))^{2017} \times 2 - 2 + 8 \div 4 \times 3$$

ابتدا حاصل داخل پرانتز را به کمک اولویت ها بدست می آوریم:

$$-1 + 3(4-5)^{2017} \times 2 - 2 = -1 + 3 \times (-1)^{2017} \times 2 - 2 = -1 + 3 \times (-1) \times 2 - 2 = -1 - 6 - 2 = -9$$

$$\text{پس: } A = 5 - \underbrace{5 \times (-9)}_{+45} + \frac{8}{2} \div 4 \times 3 = 5 + 45 + \frac{2 \times 3}{6} = 56$$

گزینه ۳ - ۱۱۲

قسمت‌های صحیح اعداد مخلوط را با هم و قسمت‌های کسری آنها را نیز با هم جمع می‌کنیم.

$$k = 1\frac{1}{100} + 2\frac{2}{100} + 3\frac{3}{100} + \dots + 10\frac{10}{100} = (1+2+3+\dots+10) + \left(\frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{10}{100}\right)$$

$$1+2+3+\dots+10 = \frac{\text{مجموع اعداد طبیعی} \times 5 \times (10+1)}{1} = 55 \Rightarrow \frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{10}{100} = \frac{1+2+3+\dots+10}{100} = \frac{55}{100}$$

$$k = 55 + \frac{55}{100} = 55 + 0.55 = 55.55 = 55 \frac{55}{100} \Rightarrow \frac{k}{55} = \frac{55.55}{55} = 1.01$$

گزینه ۲ - ۱۱۳

$$\text{اولویت اول: } -\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2 = -\frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \frac{-6+4}{9} = -\frac{2}{9}$$

حاصل صورت را به کمک اولویت‌ها بدست می‌آوریم:

$$\text{اولویت دوم: } -2 \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2\right) = -2 \div -\frac{2}{9} = -2 \times -\frac{9}{2} = +9$$

$$\text{اولویت سوم: } 0/125 - 2 \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2\right) = 0/125 + 9 = 9/125$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{24} = \frac{4+5}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

حال حاصل مخرج را بدست می‌آوریم:

$$\text{حاصل کسر: } \frac{0/125 - 2 \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2\right)}{\frac{1}{6} + \frac{5}{24}} = \frac{9/125}{\frac{3}{8}} = 9/125 \div \frac{3}{8} = 9/125 \times \frac{8}{3} = \frac{9 \times 8}{125 \times 3} = \frac{72}{125}$$

گزینه ۳ - ۱۱۴

ابتدا باید ببینیم معکوس قرینه مکعب عدد $-\frac{1}{2}$ چند است؟

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{مکعب}} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{1}{8} \xrightarrow{\text{معکوس}} 8$$

عدد مورد نظر را x فرض می‌کنیم پس خواهیم داشت: $\frac{3-x}{8-x} = 8$ ، حال معادله بالا را حل می‌کنیم:

$$\frac{3-x}{8-x} = 8 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3-x = 8 \times (8-x) \Rightarrow 3-x = 64-8x \Rightarrow -x+8x = -3+64 \Rightarrow 7x = 61 \Rightarrow x = \frac{61}{7}$$

توجه! برای فهم بهتر حل معادله، به فصل ۴ بخش معادله کسری مراجعه کنید.

گزینه ۲ - ۱۱۵

تک تک گزینه‌ها را با یک مثال بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: نادرست است $\Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{1}{3} \Rightarrow 4 > 3$: به فرض $a=4$ و $b=3$:

$$a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

نتیجه:

گزینه ۲: درست است $\Rightarrow -\frac{1}{3} > \frac{1}{2} \Rightarrow 2 > -3$: به فرض $a=2$ و $b=-3$:

$$a > b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

نتیجه:

گزینه ۳: به فرض $a=-3$ و $b=+2$ که در این صورت $a < b$ خواهد بود یعنی با فرض مسئله تطبیق ندارد. پس گزینه ۳ هم نادرست است.