

فهرست

۵	راهبردهای حل مسئله	فصل اول
۱۹	عددهای صحیح	فصل دوم
۳۵	جبر و معادله	فصل سوم
۵۳	هندسه و استدلال	فصل چهارم
۷۱	شمارنده‌ها و اعداد اول	فصل پنجم
۹۰	آزمون نوبت اول	
۹۳	سطح و حجم	فصل ششم
۱۱۳	توان و جذر	فصل هفتم
۱۳۱	بردار و مختصات	فصل هشتم
۱۴۵	آمار و احتمال	فصل نهم
۱۶۱	آزمون نوبت دوم	
۱۶۵	شاهکار امتحانی	
۱۹۶	پاسخنامه شاهکار امتحانی	

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله



راهبرد رسم شکل

پیام آموزشی

برای حل هر مسئله‌ای باید چهار مرحله زیر را انجام دهیم:

۱- فهمیدن مسئله: مسئله را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در فهمیدن یک مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خودتان بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

۲- انتخاب راهبرد: برای حل مسئله یکی از روش‌های زیر را انتخاب و مسئله را حل کنید:

- رسم شکل
- حذف حالت‌های نامطلوب
- الگوسازی (تفکر نظام‌دار)
- الگویابی
- حدس و آزمایش
- زیرمسئله
- حل مسئله ساده‌تر
- روش‌های نمادین (مدل‌سازی)

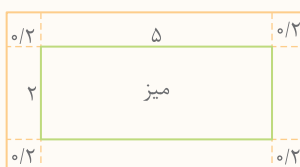
۳- حل کردن مسئله: مسئله را با راهبردی که انتخاب کرده‌اید حل کنید. در صورتی که مسئله با راهبرد انتخابی شما حل نمی‌شود، به مرحله انتخاب راهبرد برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. دقت کنید که بیشتر دانش‌آموزان در فهمیدن مسئله مشکل دارند؛ بنابراین قبل از تغییر راهبرد، مسئله را دوباره بخوانید تا درک بهتری از مسئله پیدا، و راهبرد مناسب‌تری انتخاب کنید.

۴- بازگشت به عقب: حل کردن یک مسئله با پیدا کردن پاسخ تمام نمی‌شود. باید پاسخ خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان چیزی است که در مسئله خواسته شده و آیا پاسخ شما منطقی است؟ در آخر مراحل حل مسئله را بررسی کنید. شاید در انجام محاسبات اشتباه کرده باشید یا راه‌حل بهتری برای حل مسئله بیابید.

برای حل هر مسئله بهتر است پس از درک صورت مسئله در گام اول، قلم به دست بگیریم و برداشت کلی خود را از مسئله، در صورت امکان، در قالب شکل مطرح کنیم. البته برای انجام این کار، شاید اولین شکلی که رسم می‌کنیم همان شکل نهایی و مورد نظر نباشد، اما یقیناً شروع بسیار خوبی برای پیمودن گام‌های مناسب بعدی است. به هر صورت، راهبرد رسم شکل مؤثرترین روش برای شروع حل مسئله است؛ کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد.

رومیزی یک میز غذاخوری مستطیل‌شکل به طول ۵ متر و عرض ۲ متر، از هر طرف میز به فاصله ۰/۲ متر آویزان شده است. مساحت رومیزی استفاده‌شده چند متر مربع است؟

با رسم شکل معلوم می‌شود که طول و عرض رومیزی برابر است با:



$$\text{متر } ۵/۴ = ۰/۲ + ۵ + ۰/۲ = \text{طول}$$

$$\text{متر } ۲/۴ = ۰/۲ + ۲ + ۰/۲ = \text{عرض}$$

$$\text{بنابراین مساحت رومیزی برابر است با: } ۱۲/۹۶ = ۵/۴ \times ۲/۴ \text{ متر مربع}$$



تمرین

- ۱ هواپیمایی در ارتفاع ۳۵۰۰ متری از سطح زمین و هواپیمای دیگری در ارتفاع ۱۲۰۰ متر پایین‌تر از هواپیمای اول در حال پرواز است. ارتفاع هواپیمای دوم از سطح زمین چقدر است؟
- ۲ رضا در یک کیسه تعدادی مهره دارد. نصف مهره‌ها را به علی و یک‌سوم باقی‌مانده مهره‌ها را به جواد می‌دهد و ۶ مهره اضافه می‌آورد. او در این کیسه چند مهره داشته است؟
- ۳ پنج خط (راست) همدیگر را به گونه‌ای قطع کرده‌اند که ۳ تا از آنها دقیقاً از یک نقطه گذشته و بقیه خطوط، همه خط‌های دیگر را در نقاط مختلف قطع کرده‌اند. تعداد نقاط تقاطع را مشخص کنید.
- ۴ امیر در ساختمانی که ۱۰ طبقه روی همکف دارد، مشغول به کار است. او کار خود را از طبقه دوم شروع کرد، سپس ۳ طبقه بالا و بعد از آن ۳ طبقه دیگر بالا رفت. در آخر از آنجا ۸ طبقه پایین آمد و کارش تمام شد. کار امیر در کدام طبقه تمام شده است؟
- ۵ پدر علی تصمیم گرفت حاشیه استخر خانه را به پهنای ۴ متر موزاییک کند. اگر استخر به شکل مستطیل و طول آن ۴۰ متر و عرض آن ۱۴ متر باشد، حساب کنید برای این کار چند متر مربع موزاییک لازم است.
- ۶ در یک پارکینگ تعدادی خودرو و موتورسیکلت وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌ها ۵۲ حلقه و تعداد کل موتورسیکلت‌ها و خودروها ۱۷ دستگاه باشد، تعداد هر یک از آنها را به صورت جداگانه مشخص کنید.
- ۷ ترانه $\frac{1}{6}$ کیک تولدش را خورد. مادرش $\frac{2}{5}$ باقی‌مانده کیک را خورد و در آخر، زهرا نیز $\frac{5}{6}$ باقی‌مانده کیک را خورد. چه کسری از کیک باقی مانده است؟

۸ توپی را از ارتفاع ۲۷ متری سطح زمین رها می‌کنیم. این توپ پس از هر بار برخورد با زمین، به اندازه ثلث ارتفاع قبلی خود به بالا برمی‌گردد. حساب کنید این توپ در لحظه برخورد سوم به زمین، چه مسافتی را طی کرده است.

۹ کرمی از پایین یک دیوار ۱۰ متری، هنگام روز ۴ متر به بالا می‌خزد و هنگام شب ۳ متر به پایین لیز می‌خورد. چند شبانه‌روز طول می‌کشد تا این کرم به بالای دیوار برسد؟

۱۰ علی، مجید، اصغر، رضا و احمد در یک مسابقه دوی ۵۰۰ متر شرکت کردند. در پایان، اصغر ۳ ثانیه زودتر از مجید و ۳ ثانیه دیرتر از علی، رضا ۷ ثانیه زودتر از احمد و اصغر ۱ ثانیه دیرتر از احمد به خط پایان رسیدند. الف) آنها با چه ترتیبی مسابقه را تمام کردند؟

ب) اختلاف زمان اولین نفر و آخرین نفر را حساب کنید.

راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

برای حل بعضی مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسیم و برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسیم. سازمان‌دهی داده‌ها با نظم و الگو، ما را یاری می‌دهد که بتوانیم همه حالت‌های ممکن را بنویسیم. این فرایند یکی از روش‌های مؤثر برای دسته‌بندی و مرتب کردن تعداد زیادی داده و یکی از راهبردهای ساده ولی کارآمد برای حل مسئله‌هایی است که در آنها باید همه پاسخ‌های ممکن را بنویسیم. معمولاً برای نظم و ترتیب دادن به داده‌ها، از یک جدول استفاده می‌شود.

مثلاً مستطیلی با طول و عرض طبیعی و مساحت ۳۰ واحد مربع پیدا کنید که محیط آن کمترین مقدار ممکن باشد.

عرض	طول	محیط
۱	۳۰	$2 \times (1 + 30) = 62$
۲	۱۵	$2 \times (2 + 15) = 34$
۳	۱۰	$2 \times (3 + 10) = 26$
۵	۶	$2 \times (5 + 6) = 22$

مقادیر ممکن برای طول و عرض را با در نظر گرفتن کمترین مقدار عرض و با نظم و ترتیب شروع به نوشتن می‌کنیم و همه حالت‌های عرض و طول را که ضربشان ۳۰ شود در جدول قرار می‌دهیم. سپس با محاسبه محیط در هر حالت، مشخص می‌شود که کمترین محیط مربوط به مستطیلی با طول ۶ واحد و عرض ۵ واحد است.



تمرین

۱ لایلا مقداری پول در قلک خود دارد و می‌داند که فقط اسکناس‌های ۱۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومانی داخل آن است. همهٔ حالت‌هایی را که ممکن است مجموع پول‌های او ۲۵۰۰۰ تومان شود بنویسید.

۲ مساحت مستطیلی ۲۴ سانتی‌متر مربع و طول و عرض مستطیل برحسب سانتی‌متر، اعدادی طبیعی است.

الف) چند مستطیل با این شرایط وجود دارد؟

ب) کدام یک کمترین محیط را دارد؟

۳ مجموع دو عدد طبیعی ۱۲ و حاصل ضرب آنها کمترین مقدار ممکن است. آن دو عدد را بیابید.

۴ دو عدد طبیعی بیابید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها بیشترین مقدار ممکن باشد.

۵ سه عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۴۸ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.

۶ در شکل روبه‌رو، همهٔ پاره‌خط‌ها را نام ببرید.



۷ با رقم‌های ۱، ۲، ۳ و ۴:

الف) چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان ساخت؟

ب) چند عدد سه‌رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان ساخت که حتماً از عدد ۳۴۱ بزرگ‌تر باشد؟

۸ اگر با چهار کارت که روی هر یک از آنها یکی از اعداد ۰، ۲، ۵ و ۷ نوشته شده است همهٔ اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵ را بسازیم،

چند عدد به دست می‌آید؟ همهٔ آنها را بنویسید.

۹ با انگشتان یک دست به پنج صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد؛ به چند صورت می‌توان عدد چهار را نشان داد؟

۱۰ ریحانه می‌خواهد با ۱۸۰۰۰ تومان پول توجیبی خود، از بین تعدادی مجله طنز ۱۸۰۰ تومانی و مجله علمی ۳۶۰۰ تومانی چند مجله بخرد. او به چند حالت می‌تواند این خرید را انجام دهد؟

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

برخی مواقع بهتر است با توجه به شرایط مسئله، حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آنها، پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست آید. دقت کنید که می‌توانیم با تشکیل یک جدول نظام‌دار و استفاده از راهبرد الگوسازی، همه حالت‌های ممکن را به دست آوریم، سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنیم.

حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ و اختلاف آنها ۸ است. آن دو عدد را به دست آورید.

عدد اول	عدد دوم	اختلاف
۱	۴۸	۴۷
۲	۲۴	۲۲
۳	۱۶	۱۳
۴	۱۲	۸
۶	۸	۲

ابتدا با استفاده از راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب دو عدد طبیعی ۴۸ می‌شود در جدول می‌نویسیم، سپس اختلاف عددهای هر حالت را محاسبه می‌کنیم و با حذف حالت‌های نامطلوب، به جواب می‌رسیم.

تمرین

تمرین

۱ کدام یک از اعداد زیر، مجموع زاویه‌های داخلی یک چندضلعی نیست؟

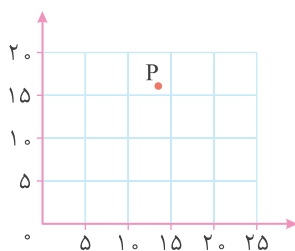
۹۰° (۴)

۱۸۰° (۳)

۴۵° (۲)

۷۲° (۱)

۲ کدام یک از گزینه‌های زیر، به احتمال زیاد مختصات نقطه P است؟



$\begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۱)

$\begin{bmatrix} 13 \\ 17 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 17 \\ 13 \end{bmatrix}$ (۳)

۲۰۰, ۲۰۱, ۲۰۲, ..., ۲۹۸, ۲۹۹

۳ در بین عددهای مقابل، چند عدد وجود دارد که شامل رقم ۷ نیست؟

فصل اول: راهبردهای حل مسئله

الف) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- ۱) اولین مرحله برای حل مسئله فهمیدن آن است. درست نادرست (تهران)
- ۲) دو عدد صحیح که ضرب آنها ۴۸ و جمع آنها کمترین مقدار باشد برابر ۲- و ۲۴- است. درست نادرست (اصفهان)

ب) گزینه درست را انتخاب کنید.

- ۱) کدام یک از موارد زیر از انواع راهبردهای حل مسئله نیست؟
- ۱) رسم شکل (۲) الگوسازی
- ۳) زیرمسئله (۴) درک مسئله
- ۲) تعداد اعداد سه رقمی که با ارقام ۲، ۵ و ۸ (بدون تکرار ارقام) می توان نوشت چندتاست؟
- ۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲ (تهران)

پ) به پرسشهای زیر پاسخ دهید.

- ۱) باغچه‌ای مستطیل شکل به طول ۱۲ متر و عرض ۱۰ متر داریم. برای آنکه دورتادور باغچه را به فاصله ۱ متر از لبه آن نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟ (پرتکرار)
- ۲) تویی از ارتفاع ۸۱ متری سطح زمین رها می شود و پس از هر بار برخورد با زمین $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ تا لحظه‌ای که برای سومین مرتبه با زمین برخورد می کند، چه مسافتی را طی کرده است؟ (پرتکرار)
- ۳) کشاورزی $\frac{1}{5}$ زمین خود را خیار و $\frac{1}{3}$ بقیه زمین را گوجه کاشته است. در چه کسری از زمین چیزی کاشته نشده است؟ (پرتکرار)
- ۴) دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. (با استفاده از راهبرد الگوسازی) (پرتکرار)
- ۵) با تعداد زیادی سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می توان ۴۰۰ تومان پرداخت کرد؟ (پرتکرار)
- ۶) مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ سال است. سن هر یک را بیابید. (پرتکرار)
- ۷) سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید و رابطه بین عددها را توضیح دهید.
- الف) ۱, ۳, ۵, (ب) ۳, ۶, ۹,
پ) ۶۴, ۳۲, ۱۶, ۸, (ت) ۱, ۴, ۹, ۱۶,
- ۸) در یک پارکینگ ۱۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه وجود دارد. اگر تعداد کل چرخه‌هایی که دیده می شود ۲۶ تا باشد، تعداد دوچرخه‌ها چندتاست؟ (پرتکرار)
- ۹) دو زاویه مکمل یکدیگرند. اگر یکی از آنها ۳ برابر دیگری باشد، اندازه هر یک از زاویه‌ها چقدر است؟ (پرتکرار)
- ۱۰) در زمینی به شکل مستطیل و به طول ۱۸ متر و عرض ۱۲ متر، $\frac{2}{3}$ از $\frac{1}{4}$ زمین را گوجه فرنگی و بقیه زمین را هندوانه کاشته ایم. در چه مساحتی از این زمین هندوانه کاشته شده است؟ (یزد)



۱۱ در کلاسی، $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان فوتبال و $\frac{2}{5}$ دانش‌آموزان والیبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۸ نفر است هندبال بازی می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

(خراسان رضوی)

۱۲ با استفاده از راهبرد حل مسئله ساده‌تر حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

(تهران)

(الف) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{1024}$ (ب) $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100})$

۱۳ عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد مورد نظر چند است؟

(پرتکار)

فصل دوم: عددهای صحیح

(الف) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱ اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت شود، هر دو عدد مثبت هستند. درست نادرست (کرمانشاه)
- ۲ مجموع دو عدد قرینه برابر صفر است. درست نادرست (پرتکار)
- ۳ کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی -10 است. درست نادرست (خوزستان)
- ۴ قرینه هر عدد از خود آن عدد کوچک‌تر است. درست نادرست (پرتکار)
- ۵ حاصل جمع هر دو عدد که هم علامت نباشند، همواره منفی است. درست نادرست (فارس)

(ب) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

- ۱ اگر حاصل ضرب دو عدد صحیح صفر شود، حداقل یکی از آنها است. (پرتکار)
- ۲ حاصل ضرب هر عدد طبیعی در (-1) برابر با عدد است. (سمنان)
- ۳ اگر حاصل ضرب دو عدد منفی باشد، حاصل تقسیم آن دو عدد است. (زنجان)
- ۴ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد است. (پرتکار)

(پ) گزینه درست را انتخاب کنید.

- ۱ کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟ (پرتکار)
 - $-32 > -2$ (۱)
 - $-(-91) > -71$ (۲)
 - $0 < -257$ (۳)
 - $+1 > -(-1)$ (۴)
- ۲ عدد -15 را ۷ بار قرینه، سپس با ۲۱ جمع کردیم. حاصل شد. (اصفهان)
 - -36 (۱)
 - -6 (۲)
 - $+6$ (۳)
 - 36 (۴)
- ۳ حاصل عبارت $(-5) + (-10) -$ برابر است با: (پرتکار)
 - -5 (۱)
 - 5 (۲)
 - -15 (۳)
 - 15 (۴)
- ۴ حاصل عبارت $25 + 24 + 23 + \dots + (-17) + (-18) + (-19)$ در کدام گزینه آمده است؟ (پرتکار)
 - 72 (۱)
 - 135 (۲)
 - -54 (۳)
 - -72 (۴)

ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(پرتکرار)

الف) $-16 - (-9)$

ب) $-11 + 8 - 4$

پ) $(-80 - 40) \times (-40 \div 5)$

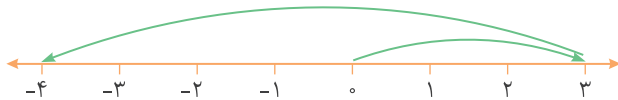
ت) $[(-27) \div (+3)] - [(-10) - (-14)]$

ث) $0 - 2 + 4 - 6 + \dots + 20 - 22$

ج) $-99 + (-98) + (-97) + \dots + 99 + 100$

۲) الف) متناظر با حرکت‌های زیر یک جمع بنویسید.

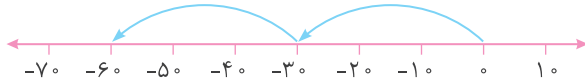
(خراسان رضوی)



(فارس)

ب) حاصل عبارت $3 - 2$ را روی محور اعداد نمایش دهید.

(خوزستان)



۳) الف) برای شکل زیر یک تساوی ضرب بنویسید.

(آذربایجان غربی)

ب) حاصل $4 \times (-2)$ را به کمک محور بیابید.

(البرز)

۴) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)

	ص	د	ی
-	۱	۲	۵
+	۲	۳	۱

ب)

	ص	د	ی
	۳	۳	۱
-	۲	۵	۷

(پرتکرار)

۵) میانگین اعداد از $+14$ تا -17 را بیابید.

(مازندران)

۶) بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت زیر مثبت است یا منفی.

$(-1) \times (+2) \times (-3) \times \dots \times (-19) \times (+20)$

(پرتکرار)

۷) دمای هوای اصفهان، ارومیه و شهرکرد به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۷ درجه زیر صفر و ۱۱ درجه زیر صفر است.

الف) ارومیه چند درجه از اصفهان سردتر است؟

ب) اصفهان چند درجه از شهرکرد گرم‌تر است؟

پ) میانگین دمای این شهرها چقدر است؟

فصل سوم: جبر و معادله

الف) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

(پرتکرار) درست نادرست

۱) جمله‌های $-3ab$ و $-3a$ متشابه هستند.

(اردبیل) درست نادرست

۲) جواب معادله $\frac{x-2}{3} = 1$ عدد ۵ است.

(مازندران) درست نادرست

۳) محیط مستطیلی به طول a و عرض b از رابطه $2a + b$ محاسبه می‌شود.



۴ جمع یک عدد زوج با یک عدد فرد، عددی زوج است. درست نادرست (پرتکرار)

۵ مقدار عبارت $3a - 4$ به ازای $a = -2$ برابر ۱۰ است. درست نادرست (فارس)

ب) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

۱ جمله n ام الگوی عددی $7, 14, 21, 28, \dots$ برابر است با (پرتکرار)

۲ عبارت «چهار واحد بیشتر از یک عدد» به صورت جبری برابر است با (اردبیل)

۳ در عبارت جبری $\frac{a}{5}$ ضریب عددی برابر است. (یزد)

۴ مقدار عددی $\frac{a-b}{b-a}$ برابر است. ($a \neq b$) (پرتکرار)

۵ دو عبارت جبری در صورتی مشابه‌اند که قسمت آنها با هم یکسان باشد. (آذربایجان غربی)

پ) گزینه درست را انتخاب کنید.

۱ جمله n ام الگوی عددی روبه‌رو کدام است؟ (پرتکرار) $1, 5, 9, 13, \dots$

- $3n - 2$ (۱)
 $2n - 3$ (۲)
 $4n - 5$ (۳)
 $5n - 4$ (۴)

۲ قرینه عبارت $3x - (x + 3) - (2x + 1)$ برابر است با: (مازندران)

- $-6x + 2$ (۱)
 $-6x + 4$ (۲)
 -4 (۳)
 4 (۴)

۳ مقدار عددی $x - 2xy$ به ازای $y = -2$ و $x = 1$ چقدر است؟ (فارس)

- -3 (۱)
 5 (۲)
 -5 (۳)
 3 (۴)

۴ جواب معادله $8x - 10 = 13x$ کدام است؟ (پرتکرار)

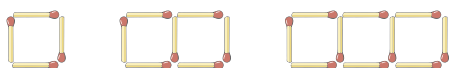
- -2 (۱)
 2 (۲)
 4 (۳)
 1 (۴)

۵ مجموع سه عدد زوج متوالی ۴۲ است. عدد وسط کدام گزینه است؟ (اصفهان)

- 12 (۱)
 14 (۲)
 16 (۳)
 18 (۴)

ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱ با توجه به شکل‌های زیر: (پرتکرار)



الف) الگوی تعداد چوب‌کبریت‌های شکل n ام را بنویسید.

ب) شکل چهلم از چند چوب‌کبریت تشکیل شده است؟

۲ دو عدد بعدی و جمله n ام هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید. (پرتکرار)

الف) $6, 9, 12, 15, \dots$

ب) $9, 15, 21, 27, \dots$

پ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$



فصل اول: راهبردهای حل مسئله

(الف)

۱ درست

(ب)

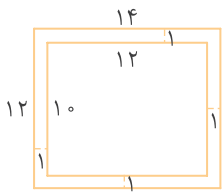
۱ گزینه ۴

(پ)

۱ از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم.

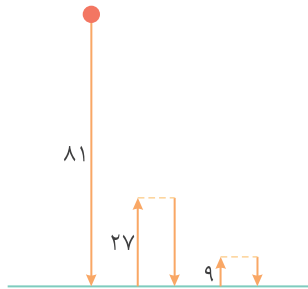
۲ نادرست: آن دو عدد ۱- و ۴۸- هستند.

۲ گزینه ۲



مقدار نرده مورد نیاز \rightarrow متر $52 = 2 \times 12 + 2 \times 14 =$ محیط مستطیل بزرگ

۲ از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم.



$$\frac{1}{3} \times 81 = 27 \text{ متر}, \frac{1}{3} \times 27 = 9 \text{ متر}$$

$$\text{متر } 153 = 81 + 27 + 27 + 9 + 9 = \text{مسافت طی شده}$$

۳ با استفاده از راهبرد رسم شکل نتیجه می‌شود که در $\frac{8}{15}$ زمین چیزی کاشته نشده است.

خيار	گوجه	گوجه	گوجه	گوجه
خيار				
خيار				

۴ ابتدا حالت‌هایی را می‌نویسیم که حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۲۴ می‌شود، سپس مجموع عددهای هر حالت را حساب می‌کنیم.

اولین عدد	دومین عدد	مجموع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

حالت مطلوب \Rightarrow

بنابراین عددهای مورد نظر ۴ و ۶ است.

۵

۱۰۰ تومانی	۵۰ تومانی
۴	۰
۳	۲
۲	۴
۱	۶
۰	۸

⇒ حالت ۵

۶

ابتدا حالت‌هایی را می‌نویسیم که حاصل ضرب سن ۳ نفر ۷۰ سال می‌شود، سپس مجموع عددهای هر حالت را حساب می‌کنیم.

مجموع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
۷۲	۷۰	۱	۱
۳۸	۳۵	۲	۱
۲۰	۱۴	۵	۱
۱۸	۱۰	۷	۱
۱۴	۷	۵	۲

⇒ حالت مطلوب

بنابراین این سه نفر ۲، ۵ و ۷ ساله هستند.

۷

به هر عدد ۲ واحد اضافه شود، عدد بعدی ایجاد می‌شود.

الف) ۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱

عددها مضرب ۳ هستند. (شماره عدد $\times 3$)

ب) ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸

هر عدد، نصف عدد قبلی است.

پ) ۶۴، ۳۲، ۱۶، ۸، ۴، ۲، ۱

هر عدد با ضرب شماره عدد در خودش، به دست می‌آید.

ت) ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶، ۴۹

۸

از راهبرد حدس و آزمایش استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم ۵ دوچرخه و ۵ سه‌چرخه وجود دارد، سپس حدس را بررسی می‌کنیم. اگر عدد به دست آمده از ۲۵ کمتر باشد، به تعداد سه‌چرخه‌ها اضافه می‌کنیم تا به پاسخ برسیم.

دوچرخه	سه‌چرخه	تعداد کل چرخ‌ها
۵	۵	$2 \times 5 + 3 \times 5 = 25$
۴	۶	$2 \times 4 + 3 \times 6 = 26$

۹

دو زاویه را \bigcirc و $3 \times \bigcirc$ در نظر می‌گیریم. چون مکمل‌اند، داریم:

$$\bigcirc + 3 \times \bigcirc = 180^\circ$$

$$\bigcirc = 45^\circ \rightarrow 45^\circ + 3 \times 45^\circ = 160^\circ \text{ کم است.}$$

$$\bigcirc = 50^\circ \rightarrow 50^\circ + 3 \times 50^\circ = 200^\circ \text{ زیاد است.}$$

$$\bigcirc = 45^\circ \rightarrow 45^\circ + 3 \times 45^\circ = 180^\circ \quad \checkmark$$



۱۰ از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم.

زیرمسئله ۱: مساحت زمین چقدر است؟

زیرمسئله ۲: $\frac{2}{3}$ از $\frac{1}{4}$ زمین چه کسری از زمین است؟

زیرمسئله ۳: در چه کسری از زمین هندوانه کاشته‌اند؟

زیرمسئله ۴: مساحت زیر کشت هندوانه چند متر مربع است؟

۱۱ زیرمسئله ۱: چه کسری از دانش‌آموزان فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند؟

زیرمسئله ۲: بقیه دانش‌آموزان چه کسری از کل هستند؟

زیرمسئله ۳: تعداد کل دانش‌آموزان کلاس چقدر است؟

۱۲ با استفاده از راهبرد حل مسئله ساده‌تر و الگوهای به‌دست‌آمده، به جواب می‌رسیم.

$$12 \times 18 = 216 \text{ متر مربع}$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} \times 216 = 180 \text{ متر مربع}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

$$\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

۴	۸
۱۵	○

 $\Rightarrow \text{○} = ۳۰$

الف) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \Rightarrow \text{پاسخ} = \frac{1023}{1024}$

ب) $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{پاسخ} = \frac{1}{10}$

○ $\times 5 - 3 = ۳۲$

○ $= ۵ \rightarrow ۵ \times ۵ - 3 = ۲۲ \neq ۳۲$ ✗

○ $= ۶ \rightarrow ۶ \times ۵ - 3 = ۲۷ \neq ۳۲$ ✗

○ $= ۷ \rightarrow ۷ \times ۵ - 3 = ۳۲$ ✓

۱۳ فرض کنید عدد مورد نظر ○ باشد. با استفاده از راهبرد روش‌های نمادین داریم:

فصل دوم: عددهای صحیح

(الف)

۱ نادرست ۲ درست ۳ نادرست؛ (-۹۹) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی است.

۴ نادرست؛ فقط قرینه اعداد مثبت از خودشان کوچک‌تر است. ۵ نادرست؛ برای مثال: $(+۴) + (-۱) = +۳$

(ب)

۱ صفر ۲ قرینه ۳ منفی ۴ -۱

(پ)

۱ گزینه ۲ ۲ گزینه ۴؛ $۳۶ \stackrel{+۲۱}{=} ۱۵ = -(-۱۵)$ ۳ گزینه ۲

۴ گزینه ۲؛ $۱۳۵ = ۲۵ + ۲۴ + ۲۳ + ۲۲ + ۲۱ + ۲۰ + ۱۹ + ۱۸ + \dots + ۱ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ = ۱۳۵$ ۳ گزینه ۲

صفر