



فصل ۱

مجموعه‌ها

درس اول: معرفی مجموعه

تشکیل مجموعه

برای تشکیل مجموعه‌ای مانند «مجموعه شماره‌های عدد ۱۲»، شماره‌های عدد ۱۲ را درون یک جفت آکولاد $\{ \}$ قرار می‌دهیم و برای نام‌گذاری این مجموعه، یکی از حروف بزرگ انگلیسی (A, B, C, D, \dots) را انتخاب می‌کنیم. $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

۱ هریک از مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید.

الف مجموعه روزهای هفته $A = \{ \dots \}$ شنبه

ب مجموعه اعداد صحیح بین -5 و $+5$ $B =$

ج مجموعه شماره‌های عدد 80 $C =$

د مجموعه جواب معادله $3x + 4 = 19$ $D =$

ه مجموعه اعداد دو رقمی که جمع ارقام آنها 10 است. $E =$

و مجموعه قرینه معکوس اعداد اول کوچک‌تر از 15 $F =$

ز مجموعه اعداد اول یک رقمی $G =$

۲ برای هریک از مجموعه‌های زیر، یک عبارت بنویسید.

الف مجموعه شماره‌های عدد $A = \{1, 3, 9, 27\}$

ب $B = \{ \text{شهریور, مرداد, تیر} \}$

ج $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

د $D = \{1, 4, 9, 16, 25\}$

ه $E = \{ \text{ض, خ, ظ, ج, غ, ن, ف, ذ, ز, ب} \}$

و $F = \{ \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25} \}$





عضویت

مجموعه‌ای مانند $A = \{1, 2, 3, 6\}$ را در نظر بگیرید، هریک از اعداد ۱، ۲، ۳ و ۶ را عضوهای مجموعه A می‌گویند.

توجه اگر عضوهای یک مجموعه زیاده باشد، می‌توانیم از ۳ نقطه برای فاصله‌نویسی استفاده کنیم. مانند:

$$B = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

۳ هریک از مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید و تعداد عضوهای آنها را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۲۰ :تعداد اعضا $A = \{2, 3, \dots\}$

ب) مجموعه اعداد صحیح بین ۳- و ۳+ $B =$

ج) مجموعه شماره‌های اول عدد ۳۶ $C =$

د) مجموعه شماره‌های عدد ۹۰ $D =$

ه) مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی که جذر آنها عدد صحیح است. $E =$

۶) مجموعه مضارب دو رقمی عدد ۱۱، که ۲ واحد به آنها اضافه شده است. $F =$

۴) مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید. (از خلاصه‌نویسی استفاده کنید).

الف) مجموعه اعداد طبیعی ۳ رقمی $A =$

ب) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۷ $B =$

ج) مجموعه اعداد صحیح از ۲۰- تا ۳۰+ $C =$

۵) تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

الف) $A = \{-25, -24, -23, \dots, 112\}$

ب) $B = \{0, 9, 18, 27, \dots, 819\}$

تشخیص مجموعه

عبارتهایی مانند «سه عدد طبیعی متوالی» که برای آنها می‌توان جواب‌های مختلفی داد (مانند ۲، ۳، ۴ یا ۱۰۲، ۱۰۱، ۱۰۰)، مشخص‌کننده یک مجموعه نیستند.

عبارتهایی مشخص‌کننده یک مجموعه هستند که فقط یک پاسخ (پاسخ یکتا) داشته باشند و آن پاسخ کاملاً معین و مشخص باشد.

مانند «مجموعه اعداد اول یک رقمی» که فقط یک پاسخ دارد. $A = \{2, 3, 5, 7\}$



۶ کدام عبارت‌ها مشخص‌کننده یک مجموعه هستند؟ با علامت \checkmark مشخص کرده و در آنها مجموعه را تشکیل دهید.

الف) سه فوتبالیست معروف ایرانی

ب) اعداد اول کوچک‌تر از ۳۰

ج) استان‌های بزرگ ایران

د) عددهای دو رقمی که جمع رقم‌های آنها ۵ شود.

ه) جواب‌های معادله $x^2 = 16$

۷ در هر قسمت، عبارت خواسته‌شده را بنویسید.

الف) عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه یک عضوی باشد.

ب) عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه دو عضوی باشد.

ج) عبارتی که مشخص‌کننده یک مجموعه سه عضوی باشد.

۸ دو عبارت بنویسید که مشخص‌کننده یک مجموعه نباشند.

الف)

ب)

جابه‌جایی اعضا

در یک مجموعه، جابه‌جایی اعضا تأثیری ندارد و با جابه‌جایی اعضا مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌شود (مثلاً $\{1, 2, 3\}$ همان $\{3, 1, 2\}$ است).

۹ هر مجموعه را به دو صورت دیگر بنویسید.

الف) $A = \{2, 4, 8\} = \{4, \quad, \quad\} = \{ \quad\}$

ب) $B = \{5, -5, 4, -4\} =$

عضو تکراری

در یک مجموعه، با نوشتن عضو تکراری، مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌شود، بلکه عضو تکراری حذف می‌شود. مانند:

$$A = \{2, 3, (-2)^2, 4, \sqrt{9}\} = \{2, 3, 4, \cancel{4}, \cancel{3}\} = \{2, 3, 4\}$$

۱۰ تعداد عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

الف) $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$



ب $B = \{3, \sqrt{25}, -(-3), 2^2 + 1\}$

ج $C = \{(-2)^2, (-1)^2, 0, 1^2, 2^2\}$

د $D = \left\{ \frac{30 - 2 \times 9}{12}, -5, -2, -3, -\sqrt{49}, 7^0 \right\}$

ه $E = \{-4, 4\}$ مربع اعداد صحیح بین ۴ و -۴

تعریف مجموعه

مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (دقیقاً مشخص باشد، چه اشیایی در مجموعه عضو هستند) و متمایز (عضوهای مجموعه غیر تکراری باشند) استفاده می‌شود.

علامت عضویت

مجموعه‌ای مانند $A = \{7, 8, 9\}$ را در نظر بگیرید. هر گاه بخواهیم نشان دهیم، عدد 7 عضو مجموعه A است، از علامت \in استفاده می‌کنیم ($7 \in A$)، یعنی عدد 7 عضو مجموعه A است. و اگر بخواهیم نشان دهیم، عددی مانند 5 عضو مجموعه A نیست، از علامت \notin استفاده می‌کنیم. ($5 \notin A$)، یعنی عدد 5 عضو مجموعه A نیست.

۱۱ در هر بخش، درون علامت \in یا \notin قرار دهید.

$A = \{9, 10, 11, 13\}$

الف $10 \in A$

ب $\sqrt{81} \in A$

ج $\sqrt{9} + 9 \in A$

$B = \{8, 12, 16, \dots, 100\}$

الف $36 \in B$

ب $74 \in B$

ج $5^2 + 3 \in B$

د $\sqrt{81} - 1 \in B$

۱۲ با توجه به مجموعه A ، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$A = \left\{ 5, \frac{\sqrt{144}}{6}, -\sqrt{4}, 2^2 + 1, 24 \right\}$

الف $2 \in A$

ب $\sqrt{25} \notin A$

ج $2^3 - 10 \notin A$

د مجموعه A ، ۴ عضو دارد.

۱۳ درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

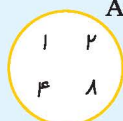
الف $219 \in \{18, 25, 32, \dots, 424\}$

ب $386 \notin \{22, 28, 34, \dots, 994\}$

نمودار ون

یک مجموعه را مانند شکل زیر می‌توان با یک منحنی یا خط شکسته بسته نمایش داد.

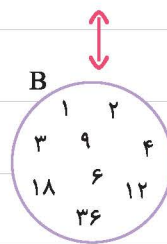
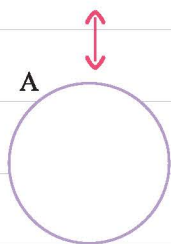
$A = \{1, 2, 4, 8\}$



۱۴ در قسمت (الف) نمودار را کامل کرده و در قسمت (ب)، مجموعه B را تشکیل دهید.

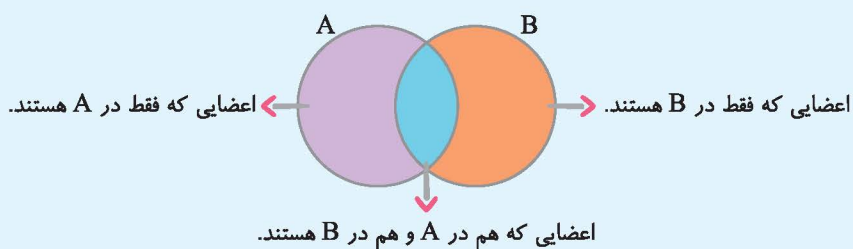
(الف) $A = \{7, 8, 9, 10, 11\}$

(ب) $B = \{ \quad \quad \quad \}$



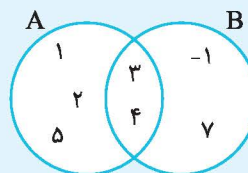
رسم نمودار ون برای دو مجموعه

عضوهای دو مجموعه را در نمودار ون به صورت زیر می نویسیم:



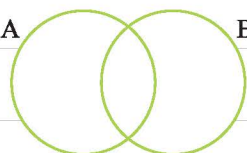
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{-1, 3, 4, 7\}$



۱۵ در هر قسمت، نمودار ون دو مجموعه را رسم کنید.

(الف) $A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

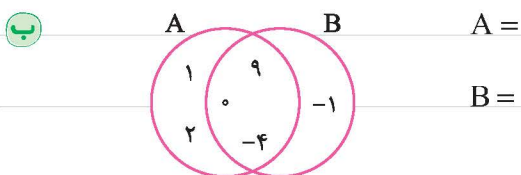
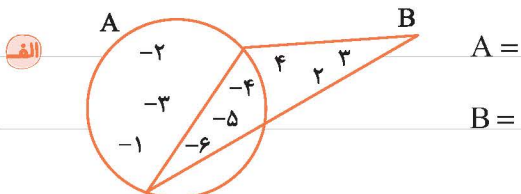


(ب) $A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{6, 12, 18, 24, 30\}$

۱۶ در هر قسمت با توجه به نمودار ون داده شده، اعضای هر مجموعه را بنویسید.



نمودار ون برای سه مجموعه

برای رسم نمودار ون سه مجموعه، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اعضایی که در A و B هستند، ولی در C نیستند.

اعضایی که فقط در A هستند.

اعضایی که فقط در B هستند.

اعضایی که در هر ۳ مجموعه هستند.

اعضایی که در A و C هستند، ولی در B نیستند.

اعضایی که در C و B هستند، ولی در A نیستند.

اعضایی که فقط در C هستند.

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, 11\}$

$B = \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

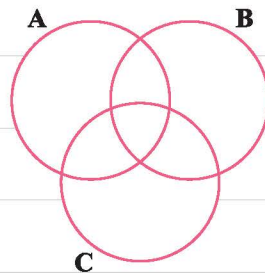
$C = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$

۱۷ در هر قسمت، نمودار ون سه مجموعه را رسم کنید.

الف $A = \{-4, -3, -2, -1, 1, 3, 4, 5\}$

$B = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 6\}$

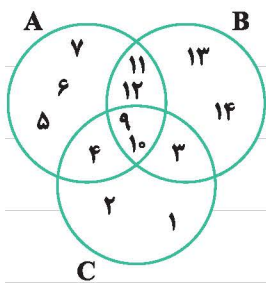
$C = \{-6, -5, -1, 1, 2, 3\}$



ب $A = \{7, 8, 12, 13, 16, 17\}$

$B = \{9, 12, 13, 14, 15\}$

$C = \{10, 11, 12, 14, 15, 16\}$



۱۸ با توجه به نمودار زیر، به سؤال‌های داده‌شده پاسخ دهید.

الف درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

۱ $12 \in B$

۲ $4 \notin C$

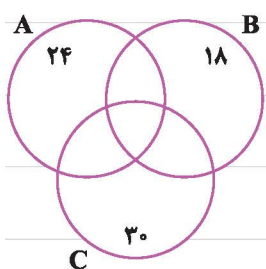
۳ $10 \in A$

۴ $3 \notin A$

۵ $3^2 \notin C$

۶ $6 \notin B$

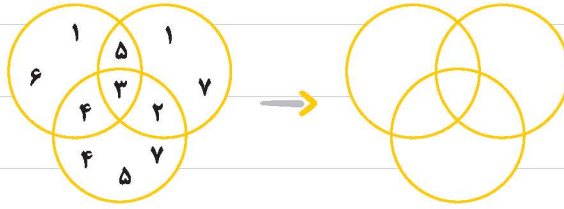
ب اعضای مجموعه‌های B و C را بنویسید.



۱۹ نمودار ون زیر، مربوط به شماره‌های سه عدد نوشته‌شده در آن می‌باشد، این

نمودار را کامل کنید.

۲۰ نمودار ون زیر ایراد دارد، آن را اصلاح کنید.



مجموعه تهی

به مجموعه‌ای که عضوی ندارد، **مجموعه تهی** می‌گوییم، مانند «مجموعه اعداد طبیعی بین ۵ و ۶»، برای این مجموعه **نمی‌توانیم** عضوی پیدا کنیم. مجموعه تهی را با نماد $\{\}$ یا \emptyset نمایش می‌دهند. (دقت کنید که $\{\emptyset\}$ مجموعه تهی نیست و دارای یک عضو می‌باشد).

۲۱ کدام یک از عبارتهای زیر، مشخص‌کننده یک مجموعه تهی می‌باشد؟ آن را با علامت مشخص کنید.

الف مجموعه اعداد اول زوج

ب مجموعه حروف الفبای فارسی که ۴ نقطه دارند

ج مجموعه اعداد اعشاری بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$

د مجموعه اعداد صحیحی که اگر به توان ۲ برسند، حاصل ۴- شود.

۲۲ دو عبارت بنویسید که مشخص‌کننده مجموعه تهی باشند.

الف

ب

۲۳ هر عبارت سمت راست را به مجموعه مرتبط با آن در سمت چپ وصل کنید.

$\{10, 20, 30, \dots, 90\}$

مجموعه شمارنده‌های عدد ۹۰

$\{1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729\}$

مجموعه مربع اعداد صحیح بین صفر و ۵-

\emptyset

مجموعه مضرب‌های دو رقمی عدد ۱۰

$\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$

مجموعه اعداد دو رقمی که جمع ارقام آنها ۱۹ است.

$\{1, 4, 9, 16\}$

مجموعه مکعب اعداد طبیعی یک رقمی

۲۴ مجموعه جواب‌های طبیعی کدام یک از معادله‌های زیر، تهی است؟

الف $\frac{3x}{2} = \frac{4x-1}{3}$

ب $14x = 5 + 9x$



درس دوم: مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

دو مجموعه برابر

دو مجموعه مانند $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ که عضوهای آنها کاملاً یکسان است (هر عضو از مجموعه A ، عضوی از مجموعه B است و هر عضو از مجموعه B ، عضوی از مجموعه A است)، را دو مجموعه برابر می گویند و آنها را با نماد $A = B$ نمایش می دهند. دو مجموعه که عضوهای آنها برابر نیستند، را با علامت \neq نشان می دهیم، مانند:

$$C = \{1, -2\} \\ D = \{-1, -2\} \\ \Rightarrow C \neq D$$

۲۵ مجموعه های برابر را به هم وصل کنید.

$$\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$$

$$\{\sqrt{25}, \sqrt{36}, \sqrt{49}\}$$

مجموعه اعداد صحیح بین ۴ و ۸

مجموعه شمارنده های اول عدد ۶۰

$$\{\sqrt{4}, \sqrt{25}, 3\}$$

$$\{1, 16, 4, 9\}$$

۲۶ جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشند.

الف $A = \{6, \dots, \frac{3}{\sqrt{5}}, -2, \frac{10}{-2}\}$

$B = \{\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}}, -5, -\sqrt{4}, \dots, \frac{(-2)^2}{-3}\}$

ب $A = \{-2, 3, \dots, -5, 6\}$

$B = \{(3-5)^2, \dots, \frac{-\sqrt{144}}{-4}, (1 \div (-5/5))\}$

۲۷ به جای x چه مقادیری می توان قرار داد تا دو مجموعه A و B برابر شوند؟

الف $A = \{9, -3, 6\}$

ب $B = \{-\sqrt{9}, \sqrt{36}, (-3)^2, \frac{x}{\sqrt{4}}\}$

زیرمجموعه

مجموعه هایی مانند $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3\}$ را در نظر بگیرید. مشاهده می کنید که همه اعضای B در مجموعه A وجود دارند. (هر عضوی از مجموعه B ، عضوی از مجموعه A است)، در این صورت می گوئیم B زیرمجموعه A است و آن را با نماد $B \subseteq A$ نشان می دهیم. همچنین مشاهده می کنید مجموعه A شامل عضوهایی مانند ۱ و ۴ است که در B وجود ندارند. پس A زیرمجموعه B نیست ($A \not\subseteq B$).

۲۸ درستی یا نادرستی هر بخش را مشخص کنید.

الف $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1^2, 2^2, 3^2\}$

ب $\{\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}, (-2)^2\} \subseteq \{1, \frac{1}{\sqrt{4}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{4}}, 4\}$

ج $\{-7, -6, -5, \dots, 5\} \subseteq \{-10, -9, -8, \dots, 10\}$



۲۹ با توجه به مجموعه $A = \{2, 7, 12, 17, 22\}$ ، به سؤال‌های داده‌شده پاسخ دهید.

الف دو زیرمجموعه چهار عضوی برای A بنویسید.

ب چند زیرمجموعه پنج عضوی برای A می‌توان نوشت؟

ج چهار زیرمجموعه دو عضوی برای A بنویسید.

۳۰ برای مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، چند زیرمجموعه دو عضوی می‌توان نوشت؟

۳۱ تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه $\{\text{اعداد اول یک رقمی}\}$ را بنویسید.

بررسی زیرمجموعه بودن خود مجموعه و مجموعه تهی

خود مجموعه: با توجه به تعریف زیرمجموعه، هر مجموعه، زیرمجموعه خودش است. به‌عنوان مثال $A = \{1, 3, 7\}$ زیرمجموعه خودش است، زیرا بدیهی است که همهٔ عضوهای A در خودش وجود دارد.

$$A \subseteq A \text{ یا } \{1, 3, 7\} \subseteq \{1, 3, 7\}$$

با توجه به توضیحات فوق، مجموعه تهی نیز زیرمجموعه خودش است.

مجموعه تهی: در مجموعه تهی (\emptyset) عضوی پیدا نمی‌کنیم که در سایر مجموعه‌ها وجود نداشته باشد، پس مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه دلخواهی مانند A است.

$$\emptyset \subseteq A$$

۳۲ جاهای خالی را کامل کنید.

الف هر مجموعه، زیرمجموعه است.

ب زیرمجموعه همهٔ مجموعه‌ها است.

ج کوچک‌ترین زیرمجموعه هر مجموعه غیرتهی، است.

د بزرگ‌ترین زیرمجموعه هر مجموعه غیرتهی، است.

ه هر مجموعه، حداقل زیرمجموعه دارد.

۳۳ با توجه به اطلاعات داده‌شده در مورد مجموعه A ، مقادیر x, y, z, w را تعیین کنید. $A = \{-2^x, 3^y, 5^z, (-1)^w\}$

● بزرگ‌ترین زیرمجموعه A ، دارای ۳ عضو است.

$$\{1, -4\} \subseteq A$$

● مجموعه A دارای دو عضو قرینه است.



نوشتن زیرمجموعه‌های یک مجموعه

برای نوشتن همهٔ زیرمجموعه‌های یک مجموعه، ابتدا زیرمجموعهٔ تهی، سپس زیرمجموعه‌های یک عضوی، بعد زیرمجموعه‌های دو عضوی و ... را می‌نویسیم تا به خود مجموعه (مجموعهٔ اصلی) برسیم. مانند:

$$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow$$

زیرمجموعهٔ تهی: $\{\}$
 زیرمجموعه‌های یک عضوی: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
 زیرمجموعه‌های دو عضوی: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
 زیرمجموعه‌های سه عضوی: $\{1, 2, 3\}$

۳۴ برای هر مجموعه، همهٔ زیرمجموعه‌ها را بنویسید.

الف $A = \{7, 8\} \Rightarrow$ زیرمجموعهٔ تهی: \emptyset

زیرمجموعه‌های یک عضوی: $\{ \quad \}, \{ \quad \}$

زیرمجموعه‌های دو عضوی: $\{ \quad, \quad \}$

ب $B = \{5, 6, 7\} \Rightarrow$ زیرمجموعهٔ تهی: \emptyset

ج $C = \{-2, 3, \frac{-6}{3}\}$

د $D = \{-4\sqrt{4}, -2 \times \sqrt{16}, (-2)^3\}$

ه $E = \{-1, 0, 1, 2\}$

