مجموعه پرسش‌های چهارگزینه‌ای
ریاضی (۲) پایه‌ی یازدهم
(ویژه‌ی دکترها)

مؤلفان:

محمدامین نباخته، محمدمصطفی ابراهیمی

انتشارات خوشخوان

تقدیم به:

مادر عزیزم

محمدامین نباخته

تقدیم به محمدامین نباخته که بیشترین زحمات
تالیف را کشید تا کتاب به دست شما برسد.

محمد مصطفی ابراهیمی

پیشگفتار ناشر

یادم باشد

حرفی نزنم که به کسی بر بخورد

نگاهی نکنم که دل کسی بلرزد

راهی نروم که بی‌راه باشد

خطی ننویسم که آزار دهد کسی را

یادم باشد که روز و روزگار خوش است

همه چیز رو به راه و بر وفق مراد است و خوب!

تنها! ... دل ما، دل نیست.

"مجتبی معظمی"

شاید چند سال دیگه وقتی این مقدمه رو بخونیم خیلی چیزا تغییر کرده باشه.

مثلاً هزینه‌های چاپ کم شده باشه و یا رسانه‌های دیجیتال جای هزینه‌های سنگین چاپ رو گرفته باشن. البته می‌دونم هیچ چی جای کتابای چاپی رو نمی‌گیره. لذت گرفتن کتاب تو دست و یا پهن کردن کتابای درسی و کمک درسی روی زمین، دست گرفتن ماژیک فسفری، خط کشیدن زیر جملات مهم و یا حل کردن مسائل گوشه‌ی کتاب یه چیزی دیگه‌اس. هر چند که الان حتی می‌شه با گوشی جملات فایل متن رو هایلایت کرد یا اینکه کنار یه پاراگراف نوت نوشت.

شده خاطره یا دلنوشته‌هاتونو کنار کتاب بنویسید؟ آره، همون کتاب می‌شه یه دنیا خاطره برای سال‌های آینده.

یه روزی یادمه شعار یکی از همکاران این بود "کم‌رنگ‌ترین مدادها از قوی‌ترین حافظه‌ها ماندگارترن" واقعا همین‌طوره.

بگذریم!

شاید خیلی‌ها تو این دوران با توجه به شرایط اقتصادی کشور روزگار سختی داشته باشن، که مقدمه‌ی این کتاب جای این حرفا نیست. شاید تهیه‌ی یه کتاب با این قیمت برای همه‌ی دانش‌آموزان مقدور نباشه، ولی ما سعی می‌کنیم با تغییر شرایط باز هم در کنار شما باشیم و تا حد امکان قیمت‌ها رو کاهش بدیم تا بتونیم لذت حل کردن مسائل رو تو روزهایی که علاقه به تحصیل کم شده تو شما زنده نگهداریم.

واقعا تو این دوران باید دست‌به‌دست هم بدیم تا بتونیم شرایط رو برای همدیگه تغییر بدیم. باید امیدوار باشیم، گام‌های آینده رو محکم‌تر برداریم. به ردپاهایی که روی برفای خاطره‌هامون مونده توجه کنیم. ردپاها روی برف، عمر کوتاهی دارن، و همون قدر خاطره‌ها و تجربیات تو ذهن ما موندگارن. اگر به موقع تصویر اون خاطره و تجربه رو تو ذهنمون حک نکنیم فراموشش می‌کنیم. یادمون باشه با اولین تابش پرتو خورشید جای ردپاها پاک می‌شه.

یادمون باشه که می‌شه از سختی به موفقیت رسید. این روزها که به مرز پنجاه سالگی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شم و به فراز و نشیب‌های گذشته نگاه می‌کنم می‌بینم در تک‌تک نشیب‌ها درسی بوده برای یادگیری و در تمام فرازها امتحانی بوده که با موفقیت از پسش براومدم، و وقتی به آینده نگاه می‌کنم می‌دونم این فراز و نشیب‌ها ادامه خواهند داشت و در پس روزای سخت روزای آروم و در پس هر غم شادی می‌رسه.

لازم می‌دونم قبل از هر چیز از تک‌تک عزیزانی که برای این کتاب زحمت کشیدن تشکر کنم. تشکر ویژه از دو دوست جوون آقایان محمدامین نباخته و محمدمصطفی ابراهیمی که کتاب پیش رو به رشته‌ی تحریر درآوردن و در تالیف کتاب سعی کردن تا گامی کوچک جهت رفع نیازهای شما دوست تجربی بردارن.

کتاب حاضر برای دانش‌آموز علاقه‌مند به ریاضی رشته‌ی تجربی تألیف شده، و سعی شده تا با آخرین ویرایش کتاب درسی منطبق باشه. این کتاب با نگاه ویژه به دانش‌آموزان ممتاز تألیف شده، پس از دوستان عزیز خواهشمندم این موضوع را در معرفی کتاب به دانش‌آموزان در نظر بگیرن.

امیدوارم در این سال‌های چیزی نگفته باشم که به کسی برخورده باشه و چیزی ننوشته باشم که کسی رو آزرده باشه، که این موضوع کار خیلی سختیه و از عهده‌ی هر کسی برنمیاد، پس لازم می‌دونم از شما دوست عزیز به خاطر نواقص و کمبودها در تمامی این موارد طلب عفو داشته باشم.

رسول حاجی‌زاده
مدیر انتشارات خوشخوان

مقدمه مؤلفین

به نام خدا

خدا را شاکریم که فرصتی برای تألیف این کتاب به ما داد. کتاب حاضر، شامل بخش‌های زیر است:

۱- درس‌نامه

درس‌نامه‌های کتاب مختصر و مفیدند و کاملاً رویکرد تستی دارند. مختصر و مفید به این معنی که خواننده نباید تصور کند با مطالعه‌ی آن همه‌ی مطالب را یاد می‌گیرد در حالی‌که کاملاً با موضوعی ناآشناست. درس‌نامه‌ها در واقع مرور و طبقه‌بندی مطالبی هستند که دانش‌آموزان پایه‌ی یازدهم سرکلاس درس از دبیر خود کم و بیش آموخته‌اند. گفتیم رویکرد درس‌نامه تستی است. این به معنی نکته‌گویی صرف نیست. در خیلی از موارد ؛ تا جایی که حجم کتاب اجازه داده است، دلایل، نکات و یا اثبات آن‌ها را گفته‌ایم و غرق در منجلاب نکات کنکوری نشده‌ایم.

۲- تست‌ها

تست‌ها مهم‌ترین بخش کتاب هستند و چند ویژگی مهم دارند:

- بیش از نیمی از تست‌ها تألیفی هستند.
- تست‌های کنکورهای سراسری سال‌های اخیر پوشش داده شده‌اند.
- تست‌ها روند علمی دارند و تا جای ممکن سعی شده خواننده‌ی کتاب با حل یک تست، راه‌حلی برای تست‌های بعدی هم بیابد.
- تقریباً تست‌ها به شکل ساده به سخت چیده شده‌اند و تست‌های اولیه مفاهیم اولیه و بنیادی هر موضوع هستند. بنابراین، اگر در حل تست‌های اولیه‌ی هر موضوع (یا زیرموضوع) مشکل دارید حتماً مطالب آن موضوع را خوب یاد نگرفته‌اید و نیاز است جزوه‌ی درس یا درس‌نامه‌ی کتاب را مجدداً عمیق‌تر مطالعه کنید.
- چون بخشی از رسالت خود را پرورش استعدادهای برتر و ورزش مغز می‌دانیم تست‌های سطح بالاتر از کتاب و کنکور هم آورده‌ایم و آن‌ها را با علامت (گوشی پزشکی) مشخص کرده‌ایم که حل آن‌ها برای همه‌ی مخاطبان توصیه نمی‌شود.
- پاسخ‌های تشریحی را سعی کردیم یک دست بنویسیم و از کلی‌گویی پرهیز کرده‌ایم.
- در بعضی فصول (تابع، مثلثات و ...) تعدادی تست برای مرور مطالب ریاضی دهم آورده‌ایم.

۳- آزمون‌ها

در پایان هر فصل ۳ آزمون ۱۰ تایی تستی قرار داده‌ایم که خود را محک بزنید. این آزمون‌ها استاندارد هستند. یعنی توزیع سوالات ساده، متوسط و سخت در بین آن‌ها منطقی است.

در پایان از حمایت‌های همه جانبه‌ی آقای حاجی‌زاده، مدیریت انتشارات تشکر ویژه داریم. همچنین، از آقایان محمدجمال صادقی بابت راهنمایی‌هاشون و محمد وزیرزاده که زحمات زیادی را برای به نتیجه رسیدن کتاب متحمل شدند، تشکر می‌کنیم.

زمستان ۱۳۹۷

محمدامین نباخته، محمدمصطفی ابراهیمی

فهرست مطالب

فصل اول — هندسه‌ی تحلیلی و جبر ۱
درسنامه ۲
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۷
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۳۳
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۳۴
آزمون‌ها ۶۶

فصل دوم — هندسه ۶۹
درسنامه ۷۰
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۷۸
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۹۳
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۹۴
آزمون‌ها ۱۱۳

فصل سوم — تابع ۱۱۷
درسنامه ۱۱۸
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۳۲
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۴۸
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۴۹
آزمون‌ها ۱۷۱

فصل چهارم — مثلثات ۱۷۵
درسنامه ۱۷۶
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۱۸۸
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۰۰
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۰۱
آزمون‌ها ۲۱۹

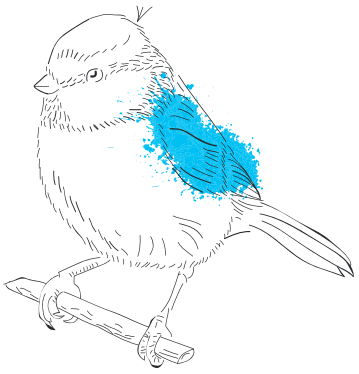
فصل پنجم — توابع نمایی و لگاریتمی ۲۲۳
درسنامه ۲۲۴
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۳۱
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۴۱
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۴۲
آزمون‌ها ۲۵۷

فصل ششم — حد و پیوستگی ۲۶۱
درسنامه ۲۶۲
پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۷۶
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۹۲
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهار گزینه‌ای ۲۹۳
آزمون‌ها ۳۱۳

فصل هفتم آمار و احتمال ۳۱۷
درسنامه ۳۱۸
پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۲۸
پاسخ کلیدی پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۳۶
پاسخ تشریحی پرسش‌های چهارگزینه‌ای ۳۳۷
آزمون‌ها ۳۵۰
سوالات کنکور ۹۷ ۳۵۳
سوالات کنکور ۹۸ ۳۵۷
پاسخ تشریحی سوالات کنکور ۹۷ ۳۶۱
پاسخ تشریحی سوالات کنکور ۹۸ ۳۶۸

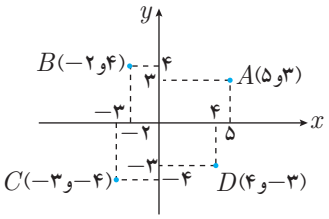
فصل اول

هندسه‌ی تحلیلی و جبر



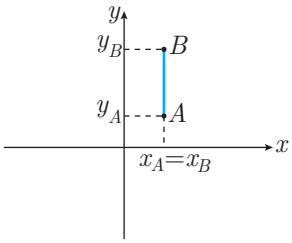
هندسه تحلیلی

می‌دانیم هر نقطه در دستگاه مختصات با یک زوج مرتب نمایش داده می‌شود که مؤلفه‌ی اول آن طول آن نقطه و مؤلفه‌ی دوم آن عرض آن نقطه است. محور افقی در دستگاه مختصات محور طول‌ها (xها) و محور قائم در دستگاه مختصات محور عرض‌ها (yها) نامیده می‌شود. نقاط روبه‌رو را در دستگاه مختصات ببینید:



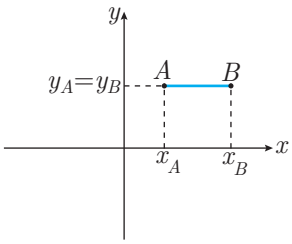
فاصله‌ی دو نقطه از هم

اگر دو نقطه هم‌طول باشند، فاصله‌ی آن‌ها از هم قدرمطلق تفاضل عرض آن‌هاست:



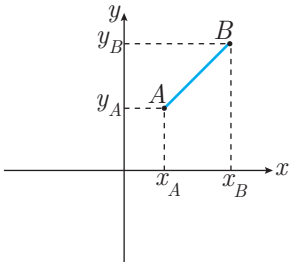
$$AB = |y_B - y_A|$$

اگر دو نقطه هم‌عرض باشند، فاصله‌ی آن‌ها از هم قدرمطلق تفاضل طول آن‌هاست:



$$AB = |x_B - x_A|$$

فاصله‌ی دو نقطه در حالت کلی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

تست ۱. مثلث ABC با رئوس $A(۱,۴)$، $B(-۱,۳)$ و $C(۰,۶)$ چگونه است؟

۱) متساوی‌الاضلاع ۲) متساوی‌الساقین ۳) قائم‌الزاویه ۴) متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴**

فاصله‌ی هر دو نقطه از هم طول اضلاع مثلث است:

$$AB = \sqrt{((-۱)-۱)^2 + (۳-۴)^2} = \sqrt{۴+۱} = \sqrt{۵}$$

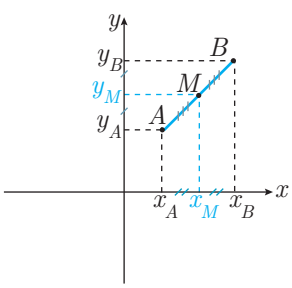
$$AC = \sqrt{(۰-۱)^2 + (۶-۴)^2} = \sqrt{۱+۴} = \sqrt{۵}$$

$$BC = \sqrt{(۰-(-۱))^2 + (۶-۳)^2} = \sqrt{۱+۹} = \sqrt{۱۰}$$

دو ضلع از مثلث با هم برابرند پس مثلث متساوی‌الساقین است. ضمناً اضلاع مثلث در رابطه‌ی فیثاغورس نیز صدق می‌کنند، پس مثلث قائم‌الزاویه هم هست $(\sqrt{۵}^2 + \sqrt{۵}^2 = \sqrt{۱۰}^2)$، بنابراین مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است.

نقطه‌ی وسط دو نقطه

نقطه‌ی میانی دو نقطه، همان وسط پاره‌خط واصل دو نقطه است. مختصات آن نقطه را از مختصات دو سر پاره‌خط می‌توان به‌دست آورد:



$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{۲} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{۲} \end{cases}$$

تست ۲. در مثلث ABC با رئوس $A(۲,۷)$، $B(۳,۵)$ و $C(-۵,۱)$، طول میانه‌ی AM چقدر است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۴\sqrt{۲}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

نقطه‌ی M وسط ضلع BC است، پس از مختصات B و C به‌دست می‌آید:

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{۲} = \frac{۳ + (-۵)}{۲} = -۱$$
$$y_M = \frac{y_B + y_C}{۲} = \frac{۵ + ۱}{۲} = ۳$$
$$\Rightarrow M(-۱,۳)$$

حال طول پاره‌خط AM را با مختصات A و M به‌دست می‌آوریم:

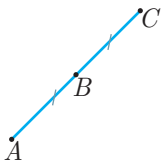
$$\begin{matrix} A(۲,۷) \\ M(-۱,۳) \end{matrix} \Rightarrow AM = \sqrt{((-۱)-۲)^۲ + (۳-۷)^۲} = \sqrt{۹+۱۶} = ۵$$

تست ۳. اگر قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,۲)$ نسبت به نقطه‌ی $B(۳\beta,\beta^۲+۲)$، نقطه‌ی $C(۴,\alpha^۲)$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی $D(\alpha,\beta)$ از مبدأ چقدر است؟ $(\alpha,\beta>۰)$

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۴۰}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B، نقطه‌ی C است، پس نقطه‌ی B، وسط پاره‌خط AC است. بنابراین مختصات آن از مختصات نقاط A و C به‌دست می‌آید:

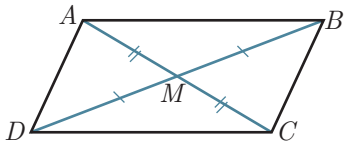


$$x_B = \frac{\alpha+۴}{۲} = ۳\beta \Rightarrow \alpha = ۶\beta - ۴$$
$$y_B = \frac{۲+\alpha^۲}{۲} = \beta^۲ + ۲ \Rightarrow \alpha^۲ + ۲ = ۲\beta^۲ + ۴$$
$$\Rightarrow (۶\beta-۴)^۲ + ۲ = ۲\beta^۲ + ۴ \Rightarrow ۳۶\beta^۲ + ۱۶ - ۴۸\beta + ۲ = ۲\beta^۲ + ۴$$
$$\Rightarrow ۳۴\beta^۲ - ۴۸\beta + ۱۴ = ۰ \Rightarrow ۱۷\beta^۲ - ۲۴\beta + ۷ = ۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = ۱ \Rightarrow \alpha = ۲ \\ \beta = \frac{۷}{۱۷} \Rightarrow \alpha = \frac{-۲۶}{۱۷} \end{cases}$$

با توجه به این‌که در صورت سؤال ذکر شده، $\alpha,\beta>۰$، پس $\alpha=۲$ و $\beta=۱$ صحیح است. فاصله‌ی نقطه‌ی $D(۲,۱)$ از مبدأ برابر است با:

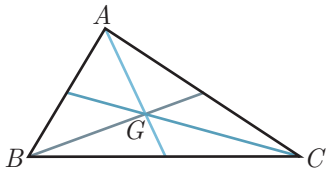
$$OD = \sqrt{(۲-۰)^۲ + (۱-۰)^۲} = \sqrt{۴+۱} = \sqrt{۵}$$

نکته می‌دانیم اقطار متوازی‌الاضلاع منصف یک‌دیگرند. پس مختصات آن را با استفاده از هر دو نقطه‌ی C و A و هم‌چنین D و B می‌توان به‌دست آورد:



$$x_M = \frac{x_A + x_C}{۲} = \frac{x_B + x_D}{۲}$$
$$y_M = \frac{y_A + y_C}{۲} = \frac{y_B + y_D}{۲}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

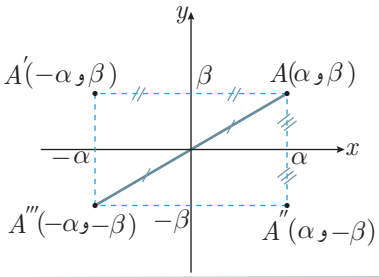
نکته محل برخورد میانه‌های مثلث را مرکز ثقل آن می‌نامند. مختصات مرکز ثقل مثلث (G) با استفاده از رئوس مثلث ABC به شکل زیر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{۳} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{۳} \end{cases}$$

انتشارات خوشخوان

قرینه‌ی یک نقطه نسبت به محورها و مبدأ مختصات



قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,\beta)$ نسبت به محور xها نقطه‌ی $A''(\alpha,-\beta)$ است.

قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,\beta)$ نسبت به محور yها نقطه‌ی $A'(-\alpha,\beta)$ است.

قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,\beta)$ نسبت به مبدأ مختصات نقطه‌ی $A'''(-\alpha,-\beta)$ است.

تست ٤. اگر قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2\alpha+1,\alpha-2)$ نسبت به محور xها نقطه‌ی $B(6-\beta,\beta)$ باشد، فاصله‌ی این دو نقطه از هم چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم طول نقاط A و B یکسان و عرض آن‌ها قرینه هم هستند، پس:

$$\begin{cases} 2\alpha+1=6-\beta \Rightarrow 2\alpha+\beta=5 \\ \alpha-2=-\beta \Rightarrow \alpha+\beta=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha=3 \\ \beta=-1 \end{cases}$$

می‌دانیم فاصله‌ی دو نقطه که طول یکسان دارند، اختلاف عرض آن‌هاست:

$$AB=|\alpha-2-\beta|=|3-2-(-1)|=2$$

معادله‌ی خط

معادله‌ی هر خط به شکل $y=ax+b$ است که در آن a شیب و b عرض از مبدأ آن خط است.

می‌دانیم a (شیب) برابر با تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد. هم‌چنین b (عرض از مبدأ) محل برخورد خط با محور yها است.

معادله‌ی خط را می‌توان با داشتن شیب و عرض از مبدأ به سادگی نوشت.

برای نوشتن معادله‌ی خط **با شیب و مختصات یک نقطه روی آن** به شکل زیر عمل می‌کنیم.

اگر شیب خط، m باشد و از نقطه‌ی $A(x_A,y_A)$ بگذرد، معادله‌ی آن به شکل روبه‌رو است:

$$y-y_A=m(x-x_A)$$

برای نوشتن معادله‌ی خط **با داشتن مختصات دو نقطه روی آن** ابتدا از رابطه‌ی زیر شیب خط را محاسبه می‌کنیم و سپس با شیب و مختصات یکی از نقاط به شکل بالا معادله‌ی خط را می‌نویسیم:

$$A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)\Rightarrow m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

تست ۵. خطی که از دو نقطه‌ی $A(1,4)$ و $B(3,2)$ می‌گذرد، محور xها را در چه طولی قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا شیب خط را به‌دست می‌آوریم:

$$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{2-4}{3-1}=\frac{-2}{2}=-1$$

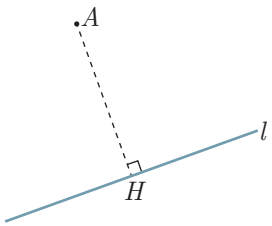
حال معادله‌ی خط را می‌نویسیم:

$$y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y-4=-1(x-1)\Rightarrow y=-x+5$$

حال برای پیدا کردن نقطه‌ی تقاطع با محور xها، مقدار y را برابر صفر می‌گذاریم:

$$y=0\Rightarrow -x+5=0\Rightarrow x=5$$

فاصله‌ی یک نقطه از یک خط



فاصله‌ی یک نقطه از یک خط، در واقع کوتاه‌ترین فاصله‌ی نقاط خط از نقطه‌ی مذکور است. برای پیدا کردن این فاصله، طول پاره‌خط عمود بر خط از نقطه‌ی موردنظر را می‌یابیم:

اگر معادله‌ی خط به شکل $ax+by+c=0$ و مختصات نقطه‌ی $A(x_A,y_A)$ باشد، فاصله‌ی AH برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

تست ۶. دایره‌ای که مرکز آن روی خط $y=x$ قرار دارد، از نقطه‌ی $(۲,۰)$ می‌گذرد و بر خط $x+y=۴$ مماس است. قطر این دایره کدام است؟

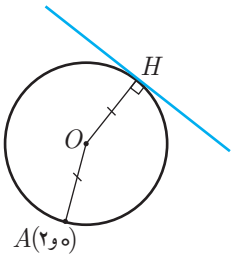
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم اگر خطی بر دایره مماس باشد، فاصله‌ی مرکز دایره از آن خط در واقع شعاع دایره است. بنابراین فاصله‌ی مرکز دایره از خط داده شده $(x+y=۴)$ برابر با فاصله‌ی مرکز دایره از نقطه‌ی $(۲,۰)$ است.

(چون فاصله‌ی مرکز دایره از هر نقطه روی محیط دایره، شعاع دایره است.)

چون مرکز دایره روی خط $y=x$ است، مختصات آن را به شکل $O(\alpha,\alpha)$ در نظر می‌گیریم:



$$OA=\sqrt{(\alpha-۲)^۲+(\alpha-۰)^۲}$$
$$OH=\frac{|\alpha+\alpha-۴|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}$$
$$\Rightarrow \sqrt{(a-۲)^۲+\alpha^۲}=\frac{|۲\alpha-۴|}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}\,|\alpha-۲|$$

معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\alpha-۲)^۲+\alpha^۲=۲(\alpha^۲-۴\alpha+۴)\Rightarrow ۲\alpha^۲-۴\alpha+۴=۲\alpha^۲-۸\alpha+۸\Rightarrow \alpha=۱$$

پس با قرار دادن $\alpha=۱$ در یکی از روابط OH یا OA داریم:

$$R=OH=OA=\sqrt{۲}$$

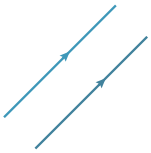
پس قطر دایره $۲\sqrt{۲}$ است.

وضعیت نسبی دو خط

دو خط ممکن است با هم متقاطع، موازی یا منطبق باشند، اگر معادله‌ی دو خط را به شکل $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ در نظر بگیریم، شرط هر یک از ۳ حالت مذکور به شکل زیر است:

الف) متقاطع در یک نقطه: $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$

ب) موازی: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$



ج) منطبق: $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

تست ۷. اگر دو خط $۲x-a^۲y=a-۱$ و $ax+۴y=۳$ تقاطعی نداشته باشند، a کدام است؟

۱) -۲ ۲) ±۲ ۳) هر مقدار a ۴) هیچ مقدار a

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

دو خط تقاطع ندارند اگر با هم موازی باشند. شرط توازی دو خط را می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{a}{۲}=\frac{۴}{-a^۲}}_{\downarrow}\neq\frac{۳}{a-۱}$$

$$-a^۳=۸\Rightarrow a^۳=-۸\Rightarrow a=-۲$$

اگر $a=-۲$ باشد، نامساوی تبدیل به مساوی می‌شود:

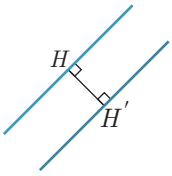
$$\frac{۴}{-a^۲}=-۱\quad\text{و}\quad\frac{۳}{a-۱}=-۱$$

پس امکان ندارد این دو خط موازی باشند.

انتشارات خوشخوان

فاصله‌ی دو خط موازی

معادله‌ی دو خط موازی را می‌توان به شکل $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ ax+by+c'=0 \end{cases}$ نوشت. در این صورت فاصله‌ی دو خط از هم طول پاره‌خطی است که بر هر دو خط عمود است:



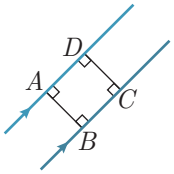
$$HH' = \frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

تذکر *دقت کنید که در معادله‌ی دو خط ضرایب x و ضرایب y برابرند.*

تست ۸. دو رأس مجاور یک مربع روی دو خط $x-2y+3=0$ و $2x-4y+7=0$ قرار دارند. مساحت کوچک‌ترین مربع با این ویژگی کدام است؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۲

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴



کوچک‌ترین مربع (کوچک‌ترین مساحت) مربوط به کوچک‌ترین ضلع است. ضلع مربع کوچک‌ترین مقدار ممکن می‌شود، اگر بر دو ضلع موازی که در صورت سؤال آمده است عمود باشد، یعنی طول ضلع مربع فاصله بین دو خط موازی است.

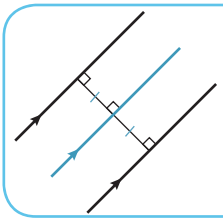
چون ضرایب x و y در معادله‌ها یکسان نیستند، معادله‌ی اول را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x-4y+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-4y+6=0 \\ 2x-4y+7=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله‌ی دو خط} = \frac{|6-7|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{4+16}} = \frac{1}{\sqrt{20}}$$

پس طول ضلع مربع $\frac{1}{\sqrt{20}}$ است و مساحت آن $(\frac{1}{\sqrt{20}})^2 = \frac{1}{20}$ است.

نکته معادله‌ی خطی که با دو خط $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ ax+by+c'=0 \end{cases}$ موازی است، و از آن‌ها به یک فاصله قرار دارد، به شکل $ax+by+\frac{c+c'}{2}=0$ است.

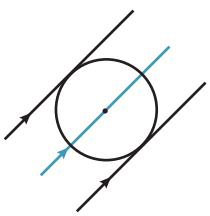


تذکر *دقت کنید که در معادله‌ی خط‌ها، ضرایب x و ضرایب y با هم برابرند.*

تست ۹. دایره‌ای بر هر دو خط $3x-2y+5=0$ و $2y-3x+11=0$ مماس است. مرکز این دایره روی کدام خط قرار دارد؟

۱) $3x-2y=3$ ۲) $3x-2y=-3$ ۳) $2x-3y=3$ ۴) $2x-3y=-3$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

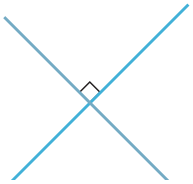


دو خط داده شده موازی هستند. بنابراین مرکز دایره روی خط موازی با آن‌ها و با فاصله‌ی برابر از آن‌ها قرار دارد. ضرایب x و ضرایب y را یکی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ 2y-3x+11=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-2y+5=0 \\ 3x-2y-11=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{خط موازی با آن‌ها}: 3x-2y+\frac{5-11}{2}=0 \Rightarrow 3x-2y-3=0$$

خطوط متعامد



یکی از حالات تقاطع دو خط، آن است که دو خط بر هم عمود باشند، در این صورت شیب‌ها آن‌ها، معکوس و قرینه‌ی هم‌دیگر هستند و یا حاصل‌ضرب شیب آن‌ها ۱- است. یعنی اگر دو خط با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، داریم: $mm' = -1$

تست ۱۰. در مثلث ABC با رئوس $A(-1,5)$، $B(2,3)$ و $C(4,2)$، امتداد ارتفاع AH از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(2,13)$ ۲) $(-1,4)$ ۳) $(1,9)$ ۴) $(-2,3)$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم ارتفاع AH بر ضلع BC عمود است. پس با استفاده از شیب ضلع BC می‌توانیم شیب ارتفاع AH را محاسبه می‌کنیم:

$$B(2,3), C(4,2) \Rightarrow m = \frac{3-2}{2-4} = \frac{1}{-2}$$

چون شیب BC برابر $-\frac{1}{2}$ است، پس شیب ارتفاع AH، ۲ است. هم‌چنین ارتفاع AH از رأس A می‌گذرد. پس معادله‌ی آن به شکل زیر است:

$$y - 5 = 2(x+1) \Rightarrow y = 2x + 7$$

خط مذکور از نقطه‌ی $(1,9)$ می‌گذرد.

تست ۱۱. مساحت مثلث ABC با رئوس $A(1,4)$، $B(2,3)$ و $C(-1,1)$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

برای محاسبه‌ی مساحت مثلث باید ارتفاع AH و قاعده‌ی BC را محاسبه کنیم. هم‌چنین برای محاسبه‌ی ارتفاع AH باید فاصله‌ی رأس A را از خط BC بیابیم:

$$B(2,3), C(-1,1) \Rightarrow m = \frac{3-1}{2-(-1)} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{معادله خط } BC} y - 3 = \frac{2}{3}(x-2)$$

$$\Rightarrow 3y - 9 = 2x - 4 \Rightarrow 3y - 2x - 5 = 0$$

فاصله‌ی رأس A از خط BC:

$$A(1,4),\ BC: 3y - 2x - 5 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|3(4) - 2(1) - 5|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

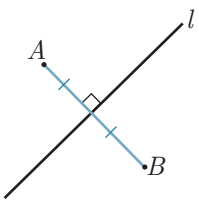
هم‌چنین طول ضلع BC را محاسبه می‌کنیم:

$$B(2,3), C(-1,1) \to BC = \sqrt{(2-(-1))^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$$

پس مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{\sqrt{13}} \times \sqrt{13} = \frac{5}{2}$$

قرینه‌ی نقطه نسبت به خط



قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به خط l، نقطه‌ی B است، اگر خط AB عمود بر l باشد و فاصله‌ی نقاط A و B از خط l یکسان باشد.

انتشارات خوشخوان

تست ۱۲. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(۱,۳)$ نسبت به خط $x+y=۶$ نقطه‌ی $B(\alpha,\beta)$ است. در این صورت $۲\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۱ ۳) ۷ ۴) ۹

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

باید خط AB عمود بر l باشد، پس شیب آن‌ها معکوس و قرینه هم هستند. شیب خط داده شده ۱- است.

شیب خط AB برابر است با:

$$A(۱,۳),B(\alpha,\beta)\Rightarrow m=\frac{\beta-۳}{\alpha-۱}$$

شیب خط AB برابر ۱ است، پس:

$$\frac{\beta-۳}{\alpha-۱}=۱\Rightarrow\beta-۳=\alpha-۱\Rightarrow\beta-\alpha=۲$$

هم‌چنین، فاصله‌ی نقاط A و B از خط داده شده برابر است:

$$\begin{matrix}x+y-۶=۰\\A(۱,۳),B(\alpha,\beta)\end{matrix}\Rightarrow\frac{|۱+۳-۶|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}=\frac{|\alpha+\beta-۶|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}}\Rightarrow|\alpha+\beta-۶|=۲\Rightarrow\alpha+\beta-۶=\pm۲\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=۸\\\alpha+\beta=۴\end{cases}$$

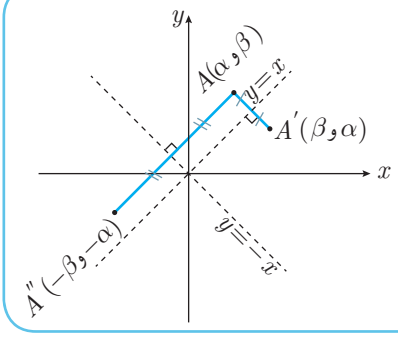
با حل دو معادله دو مجهول داریم:

$$\begin{cases}\beta-\alpha=۲\\\alpha+\beta=۸\end{cases}\Rightarrow\alpha=۳,\beta=۵\qquad\begin{cases}\beta-\alpha=۲\\\alpha+\beta=۴\end{cases}\Rightarrow\alpha=۱\ ,\ \beta=۳$$

پس نقطه‌ی $B(۱,۳)$ یا نقطه‌ی $B(۳,۵)$ است. دقت کنید که مختصات $B(۱,۳)$ صحیح نیست، چون قرینه‌ی یک نقطه نسبت به خط همان نقطه نمی‌تواند باشد، مگر آن‌که آن نقطه روی خط باشد، پس $B(۳,۵)$ صحیح است.

$۲\alpha+\beta=۶+۵=۱۱$

نکته



در حالت خاص قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,\beta)$ نسبت به خط $y=x$ (نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم) نقطه‌ی $A'(\beta,\alpha)$ است. هم‌چنین، قرینه‌ی نقطه‌ی $A(\alpha,\beta)$ نسبت به خط $y=-x$ (نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم) نقطه‌ی $A''(-\beta,-\alpha)$ است.

تست ۱۳. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(۲,-۳)$ نسبت به محور yها نقطه‌ی A' و قرینه‌ی A' نسبت به خط $y=-x$ نقطه‌ی A'' است. فاصله‌ی A'' از خط $۴x-۳y+۴=۰$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

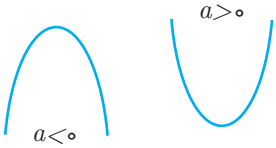
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

مختصات نقطه‌ی A' به شکل $A'(-۲,-۳)$ است و مختصات نقطه‌ی A'' به شکل $A''(۳,۲)$ است. فاصله‌ی A'' از خط مذکور برابر است با:

$$\begin{matrix}A''(۳,۲)\\۴x-۳y+۴=۰\end{matrix}\Rightarrow\frac{|۴(۳)-۳(۲)+۴|}{\sqrt{۴^۲+(-۳)^۲}}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

تابع و معادله‌ی درجه دوم

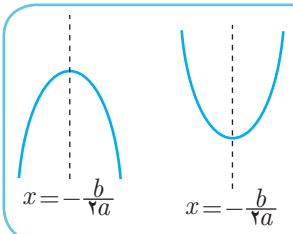
تابع درجه‌ی دوم در واقع همان چندجمله‌ای درجه‌ی دوم یا سهمی است. ضابطه‌ی آن به شکل $y=ax^۲+bx+c$ است که در آن $a\neq۰$ است. علامت a تعیین کننده‌ی دهانه تابع است. اگر a مثبت باشد، دهانه‌ی آن رو به بالا و اگر a منفی باشد دهانه‌ی آن رو به پایین است. نمودار تابع درجه‌ی دوم برای a مثبت و منفی به شکل زیر است:



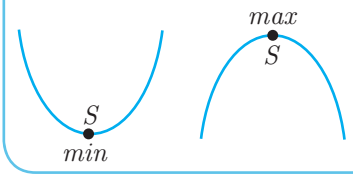
$$y=ax^۲+bx+c\quad(a\neq۰)$$

نکته تابع درجه دوم در هر دو حالت دهانه رو به بالا و پایین دارای یک محور تقارن است.

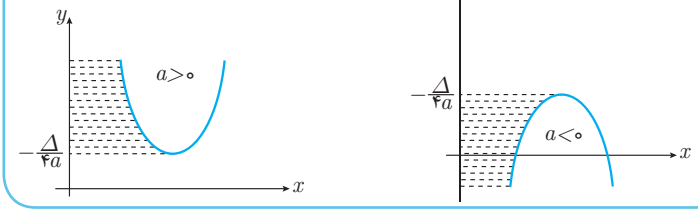
معادله‌ی محور تقارن تابع درجه دوم خط $x=\frac{-b}{2a}$ است.



نکته تابع درجه دوم در حالت $a>0$ دارای یک نقطه‌ی مینیمم و در حالت $a<0$ دارای یک نقطه‌ی ماکزیمم است. مختصات این نقطه در هر دو حالت $S(-\frac{b}{2a},\frac{-\Delta}{4a})$ است که در آن $\Delta=b^2-4ac$.



نکته همان‌طور که در شکل مشخص است، تابع درجه‌ی دوم در $a>0$ دارای کم‌ترین مقدار است و این مقدار $-\frac{\Delta}{4a}$ است، و هم‌چنین در حالت $a<0$ تابع دارای بیش‌ترین مقدار است و این مقدار $-\frac{\Delta}{4a}$ است. پس در حالت $a>0$، برد تابع درجه‌ی دوم به شکل $[-\frac{\Delta}{4a},+\infty)$ و در حالت $a<0$ برد تابع درجه دوم به شکل $(-\infty,-\frac{\Delta}{4a}]$ است.



تست ۱۴. اگر نقطه‌ی مینیمم تابع $y=mx^2+(m-1)x-1$ در ناحیه‌ی چهارم باشد، حدود m کدام است؟

۱) $m<1$ ۲) $m>0$ ۳) $0<m<1$ ۴) $-1<m<1$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این‌که در صورت سؤال کلمه‌ی مینیمم ذکر شده، پس تقعر تابع رو به بالا است و $m>0$ است.

حال با توجه به این‌که مینیمم در ناحیه‌ی چهارم قرار دارد باید طول آن مثبت و عرض آن منفی باشد:

$$-\frac{b}{2a}>0\Rightarrow-\frac{m-1}{2m}>0\xrightarrow{m>0}m-1<0\Rightarrow m<1$$

$$-\frac{\Delta}{4a}<0\Rightarrow-\frac{\Delta}{4m}<0\xrightarrow{m>0}\Delta>0\Rightarrow(m-1)^2+4m>0\Rightarrow m^2-2m+1+4m>0\Rightarrow m^2+2m+1>0\Rightarrow(m+1)^2>0\Rightarrow m\neq-1$$

اشتراک شرایط $m<1$، $m>0$ و $m\neq-1$ مجموعه‌ی $0<m<1$ است.

تست ۱۵. برد تابع $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ کدام مجموعه است؟

۱) $(0,2]$ ۲) $[2,+\infty)$ ۳) $(-\infty,2]$ ۴) $[0,2]$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

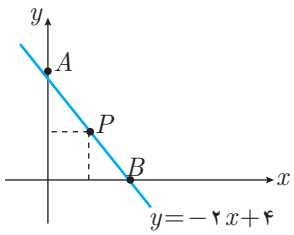
چون در تابع $(-x^2+2x+3)$ ضریب x^2، عددی منفی است، پس این تابع دارای حداکثر است و حداکثر آن برابر $-\frac{\Delta}{4a}$ است:

$$-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{4-4(-1)(3)}{4(-1)}=4$$

پس حداکثر مقدار عبارت زیر رادیکال، ۴ است، در نتیجه بیش‌ترین مقدار تابع $\sqrt{4}=2$ است. ضمناً می‌دانیم $y=\sqrt{-x^2+2x+3}\geq0$ است، پس برد تابع $[0,2]$ است.

انتشارات خوشخوان

تست ۱۶. نقطه‌ی P روی خط $y=-۲x+۴$ و بین نقاط A و B حرکت می‌کند. مستطیلی که بیش‌ترین مساحت را دارد و دو ضلع آن روی محورهای مختصات و یکی از رئوس آن نقطه‌ی P باشد، چه مساحتی دارد؟



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۵}{۲}$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

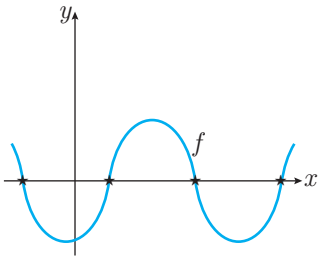
اگر طول نقطه‌ی P را x در نظر بگیریم، عرض آن $-۲x+۴$ است، چون نقطه‌ی P روی خط $y=-۲x+۴$ است. پس مساحت مستطیل که حاصل‌ضرب طول و عرض نقطه‌ی P است، برابر است با:

$$S=x(-۲x+۴)=-۲x^۲+۴x$$

برای پیدا کردن حداکثر مساحت، کافیست حداکثر مقدار تابع درجه‌ی دوم $-۲x^۲+۴x$ را بیابیم که برابر با $-\frac{\Delta}{۴a}$ است:

$$-\frac{\Delta}{۴a}=-\frac{۱۶-۰}{۴(-۲)}=۲$$

ریشه‌های تابع درجه‌ی دوم

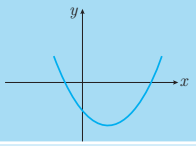
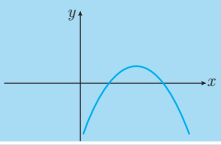
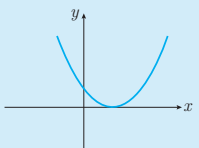
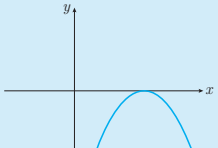
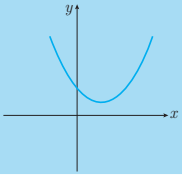
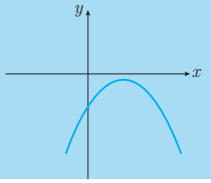


می‌دانیم ریشه‌های یک تابع نقاط تقاطع آن با محور x هاست. یعنی نقاطی از تابع که عرض آن‌ها صفر است. پس برای پیدا کردن ریشه‌ی هر تابع کافیست ضابطه‌ی آن را با صفر برابر قرار دهیم.

وقتی ضابطه‌ی یک تابع درجه‌ی دوم را با صفر برابر قرار می‌دهیم یک **معادله‌ی درجه دوم** تشکیل می‌شود. معادله‌ی درجه دوم به شکل $ax^۲+bx+c=۰$ است. می‌دانیم معادله‌ی درجه‌ی دوم، می‌تواند صفر، ۱ یا ۲ ریشه داشته باشد که تعداد جواب‌های آن به علامت Δ بستگی دارد. خلاصه‌ی تعداد جواب‌ها و مقدار آن‌ها بر اساس علامت Δ در جدول زیر آمده است:

جواب‌ها	تعداد جواب‌ها	علامت Δ
$\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a}, \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a}$	۲	+
$-\frac{b}{۲a}$	۱	صفر
«جواب حقیقی ندارد»	صفر	−

نمودار تابع درجه‌ی دوم با توجه به علامت Δ (تعداد ریشه‌ها) و علامت a (جهت دهانه) در جدول زیر خلاصه شده است:

Δ \ a	+	−
+		
صفر		
−		

نکته همان‌طور که در نمودارها مشخص است، در حالت $\Delta=0$ تابع درجه‌ی دوم بر محور xها مماس است. در این صورت می‌گوییم تابع درجه‌ی دوم دارای ریشه‌ی مضاعف $(x=\frac{-b}{2a})$ است.

تست ۱۷. به ازای چند مقدار صحیح m، معادله‌ی $2x^2+mx+m=0$ جواب حقیقی ندارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) بی‌شمار

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم معادله‌ی درجه دوم جواب ندارد اگر $\Delta<0$ باشد:

$$\Delta=m^2-4(2)(m)<0\Rightarrow m^2-8m<0\Rightarrow m(m-8)<0\Rightarrow 0<m<8$$

مقادیر صحیح m در این بازه $1,2,3,...,7$ هستند.

تست ۱۸. یک عدد حقیقی از دو برابر معکوسش ۱ واحد کوچک‌تر است. مجموع مقادیر ممکن برای این عدد کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم:

$$x=\frac{2}{x}-1\Rightarrow x^2=2-x\Rightarrow x^2+x-2=0\Rightarrow\Delta=1-4(1)(-2)=9$$

$$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2(1)}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{-1+3}{2}=1\\ x=\frac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$$

حاصل‌جمع مقادیر به‌دست آمده $1+(-2)=-1$ است.

جمع، ضرب و تفاضل ریشه‌ها

اگر معادله‌ی درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ دارای دو ریشه باشد، جمع، ضرب و تفاضل ریشه‌ها را بدون محاسبه تک‌تک آن‌ها می‌توانیم از ضرایب معادله به‌دست آوریم. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های این معادله باشند:

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}\qquad x_1x_2=\frac{c}{a}\qquad |x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

تذکر *مجموع دو ریشه را با S و ضرب آن‌ها را با P نشان می‌دهیم.*

تست ۱۹. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2-2x+k=0$ باشند و داشته باشیم $2x_1+x_2=5$، k کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۳ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم جمع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ است:

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}=\frac{-(-2)}{1}=2$$

حال با حل دو معادله دو مجهول ریشه‌ها را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}x_1+x_2=2\\ 2x_1+x_2=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=3\\ x_2=-1\end{cases}$$

حال حاصل‌ضرب ریشه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$x_1x_2=\frac{c}{a}\Rightarrow -3=\frac{k}{1}\Rightarrow k=-3$$

نکته روابط بر حسب ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم را می‌توان به جمع و ضرب آن‌ها مربوط کرد. یعنی مقادیر آن‌ها را بر اساس S و P بنویسیم. مثلاً اگر x_1 و x_2 ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم باشند، داریم: $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=S^2-2P$

به همین ترتیب بقیه‌ی روابط با استفاده از اتحادهای جبری قابل اثبات‌اند:

$$x_1^2+x_2^2=S^2-2P\qquad x_1^3+x_2^3=S^3-3PS$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{S}{P}\qquad \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{S+2\sqrt{P}}$$

$$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{S^2-2P}{P}$$

انتشارات خوشخوان

تست ۲۰. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2-3x+1=0$ باشند، مقدار $x_1^4+x_2^4$ کدام است؟

۱) ۵۱ ۲) ۴۸ ۳) ۴۷ ۴) ۴۹

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا مقدار $x_1^2+x_2^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x_1^2+x_2^2=S^2-2P \xrightarrow{S=3,P=1} x_1^2+x_2^2=9-2=7$$

حال عبارت $(x_1^2+x_2^2)^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(x_1^2+x_2^2)^2=x_1^4+x_2^4+2x_1^2x_2^2 \Rightarrow 49=x_1^4+x_2^4+2\underbrace{(x_1x_2)}_{P=1}^2 \Rightarrow 49=x_1^4+x_2^4+2(1)^2 \Rightarrow x_1^4+x_2^4=49-2=47$$

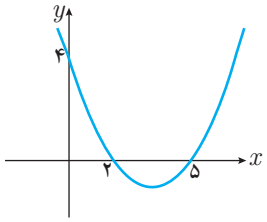
تشکیل معادله‌ی درجه دوم با ریشه‌ها

تابع درجه دومی که ریشه‌های متمایز α و β را داشته باشد، به شکل $y=k(x-\alpha)(x-\beta)$ است.

تابع درجه دومی که ریشه‌ی مضاعف α داشته باشد، به شکل $y=k(x-\alpha)^2$ است.

نکته اگر تابع درجه‌ی دوم $y=ax^2+bx+c$ دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، عبارت ax^2+bx+c به شکل مربع کامل است.

تست ۲۱. اگر نمودار تابع $y=ax^2+bx+c$ به شکل روبه‌رو باشد، b کدام است؟



۱) -۲/۴
۲) -۲/۶
۳) -۲/۸
۴) -۳/۲

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

چون تابع دارای ریشه‌های ۲ و ۵ است، به شکل $y=k(x-2)(x-5)$ است. برای تعیین k از عرض از مبدأ تابع استفاده می‌کنیم. عرض از مبدأ تابع محل برخورد آن با محور yها، یعنی جایی که $x=0$ است:

$$y=k(x-2)(x-5) \xrightarrow{x=0} y=10k=4 \Rightarrow k=\frac{2}{5}$$

پس تابع به شکل $y=\frac{2}{5}(x-2)(x-5)$ است:

$$y=\frac{2}{5}(x^2-7x+10)=\frac{2}{5}x^2-\frac{14}{5}x+4 \Rightarrow b=\frac{-14}{5}=-2/8$$

تشکیل معادله‌ی درجه دوم با S و P

معادله‌ی درجه دومی که جمع‌وضرب ریشه‌های آن S و P باشند، به شکل $x^2-Sx+P=0$ است.

مثلاً معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن $2-\sqrt{3}$ و $2+\sqrt{3}$ باشند، را با محاسبه S و P می‌یابیم:

$$\begin{matrix} S=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4 \\ P=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1 \end{matrix} \Rightarrow x^2-Sx+P=0 \Rightarrow x^2-4x+1=0$$

تست ۲۲. ریشه‌های معادله‌ی $x^2+kx+4=0$، ۲ برابر معکوس ریشه‌های معادله $x^2+4x+1=0$ هستند، در این صورت مقدار k کدام است؟

۱) ۸ ۲) -۸ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

ریشه‌های معادله $x^2+4x+1=0$ را α و β در نظر می‌گیریم.

$$\alpha+\beta=-4$$
$$\alpha\beta=1$$

ریشه‌های معادله‌ی $x^2+kx+4=0$ به شکل $\frac{2}{\alpha}$ و $\frac{2}{\beta}$ هستند، پس جمع آن‌ها برابر است با:

$$S=\frac{2}{\alpha}+\frac{2}{\beta} \Rightarrow -k=\frac{2\alpha+2\beta}{\alpha\beta} \Rightarrow -k=\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{2(-4)}{1} \Rightarrow k=8$$

نکته با توجه به روابط جمع و ضرب ریشه‌ها به راحتی می‌توان اثبات کرد که اگر ضرایب معادله‌ی درجه دوم گویا باشند، ریشه‌های معادله به شکل $\alpha \pm \sqrt{\beta}$ خواهند بود که α و β اعداد گویا هستند.

تشخیص علامت ریشه‌ها با علامت S و P

اگر معادله‌ی درجه دوم دارای دو ریشه باشد، $(\Delta>0)$ می‌توان علامت ریشه‌ها را به شکل زیر به علامت S و P مرتبط ساخت:

P	S	ریشه‌ها
+	+	هر دو ریشه مثبت
+	−	هر دو ریشه منفی
−	+	یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی (اندازه‌ی ریشه‌ی مثبت بزرگ‌تر)
−	−	یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی (اندازه‌ی ریشه‌ی منفی بزرگ‌تر)

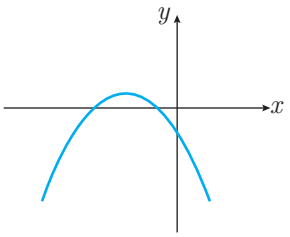
نکته دقت کنید که در حالت‌های ریشه‌های هم‌علامت (هر دو مثبت یا هر دو منفی) حتماً شرط $\Delta>0$ را هم چک کنید.

نکته اگر $P\leq 0$ باشد (در حالت ریشه‌های مختلف‌العلامت) لازم نیست $\Delta>0$ چک شود. (چرا؟)

تست ۲۳. اگر تابع $y=x^2+2mx+m-1$ فقط از ناحیه‌ی اول عبور نکند، حدود m کدام است؟

۱) $m>2$ ۲) $m>1$ ۳) $m>0$ ۴) هر مقدار m

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴



با توجه به شکل مقابل می‌توان نتیجه گرفت، تابع دارای ۲ ریشه منفی است، پس:

$$\Delta>0 \Rightarrow 4m^2-4(1)(m-1)>0 \Rightarrow m^2-m+1>0$$

عبارت (m^2-m+1) همیشه مثبت است، چون Δ آن منفی است و ضریب m^2 مثبت است.

$$S<0 \Rightarrow -2m<0 \Rightarrow m>0$$

$$P>0 \Rightarrow m-1>0 \Rightarrow m>1$$

اشتراک شرایط بالا $m>1$ است.

معادلات قابل تبدیل به معادله‌ی درجه دوم

بعضی معادلات، ظاهری شبیه یک معادله‌ی درجه دوم را ندارند ولی با یک تغییر متغیر مناسب به یک معادله‌ی درجه دوم تبدیل می‌شوند.

تست ۲۴. حاصل‌ضرب تمام جواب‌های معادله‌ی $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12=0$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) -۱۲ ۳) ۱۲ ۴) -۲۴

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

اگر $x^2-x=t$ در نظر بگیریم، معادله تبدیل به یک معادله‌ی درجه دوم می‌شود:

$$t^2-8t+12=0 \Rightarrow \Delta=(-8)^2-4(1)(12)=64-48=16 \Rightarrow t=\frac{8\pm 4}{2}=6,2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=6 \Rightarrow x^2-x=6 \Rightarrow x^2-x-6=0 \xrightarrow{\Delta=25} x=\frac{1\pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases} \\ t=2 \Rightarrow x^2-x=2 \Rightarrow x^2-x-2=0 \xrightarrow{\Delta=9} x=\frac{1\pm 3}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases} \end{cases}$$

حاصل‌ضرب جواب‌ها $(3)(-2)(2)(-1)=12$ است.

انتشارات خوشخوان

تست ۲۵. اگر معادله‌ی $x-۴\sqrt{x}+m=۰$ فقط یک جواب داشته باشد، حدود m کدام است؟

۱) $(-\infty,۰]$ ۲) $(-\infty,۰]\cup\{۴\}$ ۳) $(-\infty,۰)\cup\{۴\}$ ۴) $(-\infty,۴]$

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

معادله‌ی داده شده با تغییر متغیر $\sqrt{x}=t$ به معادله‌ی درجه دوم $t^۲-۴t+m=۰$ تبدیل می‌شود. حال این معادله یا فقط یک ریشه دارد (یعنی $\Delta=۰$ و $\frac{-b}{۲a}\geq ۰$) یا دو ریشه دارد که یکی از آن‌ها مثبت است و یکی دیگر منفی.

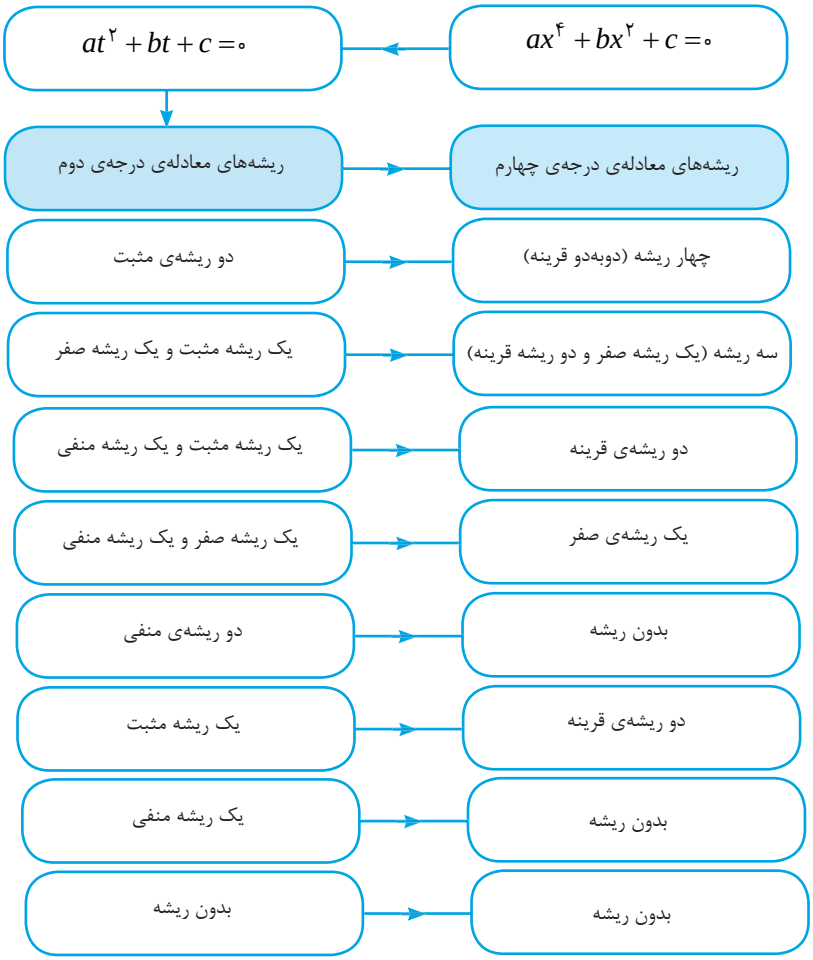
دقت کنید که چون $t=\sqrt{x}\geq ۰$ است. اگر مقداری منفی برای t به‌دست آوریم قابل قبول نخواهد بود.

الف) $\begin{cases}\Delta=۰\Rightarrow ۱۶-۴m=۰\Rightarrow m=۴\\ -\frac{b}{۲a}\geq ۰\Rightarrow \frac{۴}{۲}\geq ۰\ \checkmark\end{cases}$

ب) $\begin{cases}\Delta>۰\\ P\leq ۰\end{cases}\xrightarrow[\text{لازم نیست } \Delta>۰ \text{ را چک کنید}]{\text{قبلاً گفتیم که وقتی } P\leq ۰ \text{ است،}} \frac{m}{۱}\leq ۰ \Rightarrow m\leq ۰$

پس اجتماع شرایط بالا مجموعه‌ی $(-\infty,۰]\cup\{۴\}$ است.

یکی از معروف‌ترین معادلات قابل تبدیل به معادله‌ی درجه دوم معادله‌ی $ax^۴+bx^۲+c=۰$ است، که با تغییر متغیر $x^۲=t$ به معادله‌ی $at^۲+bt+c=۰$ تبدیل می‌شود. این معادله به **معادله‌ی دو مجذوری** معروف است. می‌دانیم یک معادله‌ی درجه‌ی چهار، **حداکثر چهار ریشه‌ی حقیقی** دارد. هم‌چنین معلوم است که اگر معادله‌ی درجه دوم، ریشه‌ای منفی برای t تولید کند، معادله‌ی درجه‌ی چهار $(x^۲=t)$ ریشه‌ای نخواهد داشت. بنابراین با توجه به توضیحات داده شده تعداد ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی چهارم به شکل زیر متغیر است.



انتشارات خوشخوان

نکته معادله‌ی دو مجذوری هر چند ریشه که داشته باشد، مجموع ریشه‌هایش صفر است.

تست ۲۶. معادله‌ی $x^۴+kx^۲+k+۲=۰$ دارای سه ریشه‌ی حقیقی متمایز است. جمع مجذور ریشه‌ها کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

معادله‌ی دو مجذوری با تغییر متغیر $x^۲=t$ به $t^۲+kt+k+۲=۰$ تبدیل می‌شود و این معادله باید یک ریشه‌ی صفر و یک ریشه‌ی مثبت داشته باشد. چون صفر یکی از ریشه‌هاست، صفر را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$k+۲=۰\Rightarrow k=-۲\Rightarrow x^۴-۲x^۲=۰\Rightarrow x^۲(x^۲-۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\x=\sqrt{۲}\\x=-\sqrt{۲}\end{cases}$$

حاصل‌جمع مجذور ریشه‌ها برابر است با: $(۰)^۲+(\sqrt{۲})^۲+(-\sqrt{۲})^۲=۴$

معادلات گویا

معادلات گویا به شکل تساوی کسرهایی است که صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای هستند. این معادلات را با مخرج مشترک‌گیری کسرها یا طرفین وسطین حل می‌کنیم. مهم‌ترین نکته در حل این معادلات توجه به این موضوع است که جواب‌ها در معادله‌ی اصلی صدق کنند. در واقع باید به دامنه‌ی عبارات موجود در معادله توجه کنیم. در بیش‌تر موارد باید حواسمان به مخرج کسرها باشد که صفر نشوند.

تست ۲۷. معادله‌ی $\frac{۱}{۲x-۲}=\frac{۴}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲-۱}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

همه عبارت‌ها را به یک سمت تساوی می‌بریم و مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{۱}{x^۲-۱}+\frac{۴}{x+۱}-\frac{۱}{۲x-۲}=۰\Rightarrow\frac{۲+۸(x-۱)-(x+۱)}{۲(x-۱)(x+۱)}=۰$$

$$\Rightarrow\frac{۲+۸x-۸-x-۱}{۲(x-۱)(x+۱)}=۰\Rightarrow\frac{۷x-۷}{۲(x-۱)(x+۱)}=۰\Rightarrow۷x-۷=۰\Rightarrow x=۱$$

چون $x=۱$ مخرج کسر را هم صفر می‌کند، پس قابل قبول نیست.

تست ۲۸. یک پرنده مسافت ۷۲ متر را پرواز می‌کند و همین مسیر را برمی‌گردد. اگر در برگشت سرعت پرنده ۵ متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت رفت باشد، ۱۰ ثانیه زودتر به مقصد می‌رسد. در این صورت پرنده کلاً چند ثانیه پرواز کرده است؟

۱) ۲۴ ۲) ۲۶ ۳) ۲۸ ۴) ۳۰

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم سرعت پرنده از رابطه‌ی $V=\frac{x}{t}$ به‌دست می‌آید که x مسافت طی شده و t زمان است.

در این صورت سرعت رفت $V=\frac{x}{t}$ و سرعت برگشت $V'=\frac{x}{t-۱۰}$ است، چون در برگشت پرنده ۱۰ ثانیه زودتر به مقصد رسیده است. ضمناً سرعت برگشت ۵ ثانیه بیش‌تر است، پس $V'=V+۵$:

$$\frac{x}{t-۱۰}=\frac{x}{t}+۵\xrightarrow{x=۷۲}\frac{۷۲}{t-۱۰}-\frac{۷۲}{t}=۵\Rightarrow\frac{۷۲t-۷۲(t-۱۰)}{t(t-۱۰)}=۵$$

$$\frac{۷۲۰}{t(t-۱۰)}=۵\Rightarrow\frac{۱۴۴}{t(t-۱۰)}=۱\Rightarrow t^۲-۱۰t-۱۴۴=۰\Rightarrow\Delta=۱۰۰+۴(۱)(۱۴۴)=۶۷۶$$

$$\Rightarrow t=\frac{۱۰\pm۲۶}{۲}\Rightarrow\begin{cases}t=۱۸\\t=-۸\Rightarrow\text{قابل قبول نیست}\end{cases}$$

پس پرنده طی مسیر رفت ۱۸ ثانیه پرواز کرده و در برگشت ۸ ثانیه پرواز کرده است. بنابراین کلاً ۲۶ ثانیه پرواز کرده است.

انتشارات خوشخوان

نکته اگر در یک مستطیل نسبت مجموع طول و عرض به طول برابر نسبت طول به عرض آن باشد، نسبت طول به عرض برابر $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ خواهد بود (اثبات کنید!). به این عدد، عدد طلایی و به این مستطیل، مستطیل طلایی می‌گویند.

معادلات گنگ

معادلات گنگ شامل عبارت‌های رادیکالی هستند. عموماً این معادلات به شکل $\sqrt{f(x)}=g(x)$ هستند که آن‌ها را به توان دو می‌رسانیم و حل می‌کنیم. در پایان به دامنه‌ی عبارات موجود در معادلات دقت می‌کنیم. این دامنه به شکل $f(x)\geq ۰$ و $g(x)\geq ۰$ است. می‌توان به جای تعیین دامنه و این‌که چک کنیم جواب‌ها در دامنه هستند، بعد از به‌دست آوردن جواب‌ها آن‌ها را در معادله‌ی اصلی چک کنیم که صدق کنند. حواستان باشد که عموماً به توان دو رساندن یک معادله می‌تواند ریشه‌ی زائد تولید کند.

تست ۲۹. معادله‌ی $\sqrt{۲x-۱}=x-۸$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۳ ۴) ۱

پاسخ: ۱ ۲ ۳ **۴**

معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$۲x-۱=x^۲-۱۶x+۶۴\Rightarrow x^۲-۱۸x+۶۵=۰$$

$$\Rightarrow \Delta=۱۸^۲-۴(۱)(۶۵)=۶۴\Rightarrow x=\frac{۱۸\pm ۸}{۲}\Rightarrow \begin{cases} x=۱۳\\ x=۵\end{cases}$$

اگر امتحان کنید می‌بینید که $x=۵$ در معادله صدق نمی‌کند. هم‌چنین، اگر دامنه‌ی عبارات معادله را به‌دست آوریم:

$$\begin{cases} ۲x-۱\geq ۰\Rightarrow x\geq \frac{۱}{۲}\\ x-۸\geq ۰\Rightarrow x\geq ۸\end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x\geq ۸$$

همان‌طور که معلوم است $x=۵$ در این بازه قرار ندارد.

تست ۳۰. مجموع جواب‌های معادله‌ی $\sqrt{۵-x}+\sqrt{۲x+۱}=۴$ کدام است؟

۱) $\frac{۵۶}{۹}$ ۲) $\frac{-۵۶}{۹}$ ۳) $\frac{۸۰}{۹}$ ۴) ۴

پاسخ: **۱** ۲ ۳ ۴

یکی از رادیکال‌ها را به طرف دیگر می‌بریم و معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$\sqrt{۵-x}=۴-\sqrt{۲x+۱}\Rightarrow ۵-x=۱۶+(۲x+۱)-۸\sqrt{۲x+۱}$$

$$۸\sqrt{۲x+۱}=۳x+۱۲\xrightarrow{\text{دوباره به توان دو می‌رسانیم}}۶۴(۲x+۱)=۹x^۲+۱۴۴+۷۲x$$

$$\Rightarrow ۹x^۲-۵۶x+۸۰=۰\Rightarrow \Delta=۵۶^۲-۴(۹)(۸۰)=۲۵۶\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{۵۶+۱۶}{۱۸}=۴\\ x=\frac{۵۶-۱۶}{۱۸}=\frac{۲۰}{۹}\end{cases}$$

هر دو جواب در معادله صدق می‌کنند و مجموع آن‌ها $\frac{۵۶}{۹}$ است.

نکته اگر مجموع دو یا چند عبارت نامنفی صفر باشند، همگی آن‌ها صفر هستند.

در معادلات زیر عبارت‌ها نامنفی هستند، پس:

الف) $(x-۱)^۲+(۲y+۱)^۲=۰\Rightarrow \begin{cases} x-۱=۰\Rightarrow x=۱\\ ۲y+۱=۰\Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$

ب) $\sqrt{x+۲}+\sqrt{x^۲-x-۶}=۰\Rightarrow \begin{cases} x+۲=۰\Rightarrow x=-۲\\ x^۲-x-۶=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۳\\ x=-۲\end{cases}\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}} x=-۲$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

دستگاه مختصات

۱. دایره‌ای با مرکز $O\left|\begin{matrix}۴\\-۳\end{matrix}\right.$ بر محور xها مماس است. اندازه‌ی قطر این دایره کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۲. در مربع $ABCD$ داریم: $A(۴,۰)$ و $C(-۱,۵)$، مساحت این مربع کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۷۵

۳. در مثلث متساوی‌الساقین ABC با قاعده‌ی BC داریم: $C(۲,-۱)$ و $B(-۱,۴)$، اگر طول ارتفاع $AH=۳$ باشد، طول ساق مثلث کدام است؟

۱) $\sqrt{۷۰}$ ۲) $\sqrt{۳۵}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{\sqrt{۷۰}}{۲}$

۴. مساحت مثلثی که نقاط $A(-۱,۲)$، $B(-۱,-۱)$ و $C(-۵,۱)$ رئوس آن هستند، کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۱۲ ۴) ۴

۵. اگر نقاط $A(۱,۲)$، $B(۲,۵)$ و $C(۴,۱)$ رئوس یک مثلث باشند، مساحت آن کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) $\sqrt{۵}$

۶. نقطه‌ی $M(۵,-۴)$ وسط نقاط A و $B(۷,-۲)$ است. مجموع طول و عرض A کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۳ ۲) -۶ ۳) -۳ ۴) ۶

۷. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(۲,۳)$ نسبت به نقطه‌ی $B(-۱,۱)$ کدام است؟

۱) $(\frac{۱}{۲},۱)$ ۲) $(-۱,-۴)$ ۳) $(-۴,-۱)$ ۴) $(۴,-۱)$

۸. نقاط $A\left|\begin{matrix}۱\\۲\end{matrix}\right.$، $B\left|\begin{matrix}-۲\\۵\end{matrix}\right.$ و $C\left|\begin{matrix}-۵\\۲\end{matrix}\right.$ سه رأس مربع $ABCD$ اند. مجموع طول و عرض رأس D کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۵ ۳) -۱ ۴) ۹

۹. اگر نقطه‌ی $C(m,۲)$ روی عمودمنصف پاره‌خط AB باشد و $B(-۴,۲)$ و $A(-۳,۱)$، m کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) -۴ ۴) -۳

۱۰. دو نقطه روی خط $y=x$ وجود دارد که از نقطه‌ی $B(۱,۲)$ به فاصله‌ی ۲ واحد هستند. مجموع عرض این دو نقطه کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۱. چند نقطه روی تابع $y=|x+۲|$ قرار دارد که از مبدأ مختصات به فاصله‌ی سه واحد باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲. دایره‌ای از دو نقطه‌ی $A(۰,۱)$ و $B(۳,۰)$ گذشته و معادله‌ی یک قطر آن به صورت $x-y=۲$ است. شعاع دایره کدام است؟ (خارج ۹۰)

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) ۴

۱۳. اگر نقاط $A(۰,۰)$ و $B(۴,۰)$ دو رأس از یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشند، مختصات رأس سوم با عرض منفی کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $(۲,۲\sqrt{۳})$ ۲) $(۲,-\sqrt{۳})$ ۳) $(۲,-۲\sqrt{۳})$ ۴) $(۲,-۲)$

۱۴. نقاط $A(۲,-۲)$ و $B(۶,۴)$ دو انتهای یکی از قطرهای یک دایره هستند. کدام نقطه روی محیط دایره قرار دارد؟ (کتاب درسی)

۱) $(۳,۷)$ ۲) $(۷,۳)$ ۳) $(۶,۶)$ ۴) $(۵,۴)$

انتشارات خوشخوان

معادله‌ی خط

۱۵. دایره‌ای به شعاع ۲ واحد بر خطوط $x=-3$ و $y=1$ مماس است. مرکز این دایره کدام نقطه نمی‌تواند باشد؟

۱) $(-1,3)$ ۲) $(-1,-1)$ ۳) $(-5,-2)$ ۴) $(-5,3)$

۱۶. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(3,-2)$ نسبت به خط $x=-\frac{3}{2}$ کدام است؟

۱) $(-3,-2)$ ۲) $(-6,-2)$ ۳) $(-9,-2)$ ۴) $(-6,2)$

۱۷. اگر نقاط $A(5,1)$ و $B(10,4)$ دو رأس مجاور یک مربع باشند، شیب ضلع AD کدام است؟

۱) $0/6$ ۲) $-0/6$ ۳) $-\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۱۸. معادله‌ی خطی که با خط $2y-3x=1$ موازی باشد و عرض از مبدأ آن ۵ باشد کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $2y-3x=-10$ ۲) $2y-3x=10$ ۳) $3y-2x=10$ ۴) $3y-2x=-10$

۱۹. خط $x=1$ بر کدام یک از خطوط زیر عمود است؟

۱) $2x+1=0$ ۲) $y=2x+1$ ۳) $2y+1=x$ ۴) $\frac{y-1}{2}=3$

۲۰. معادله‌ی خط گذرا از نقطه‌ی $A(2,-1)$ و موازی با خط $y=3x-4$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $y-3x=2$ ۲) $3y+x=1$ ۳) $3y+x=-1$ ۴) $y+7=3x$

۲۱. به ازای کدام مقادیر a، نقاط $(a,3)$ و $(6,4a+1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می‌گیرند؟ (خارج ۸۵)

۱) $-2,\frac{9}{4}$ ۲) $-2,\frac{3}{4}$ ۳) $-2,-\frac{3}{4}$ ۴) $2,-\frac{9}{4}$

۲۲. خطی از مبدأ مختصات می‌گذرد و برخطی که از نقاط $A\begin{vmatrix}2\\1\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}0\\-3\end{vmatrix}$ می‌گذرد عمود است. این خط، خط $y=3$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) -3 ۴) -6

۲۳. در مثلث ABC داریم: $A\begin{vmatrix}2\\4\end{vmatrix}$ ، $B\begin{vmatrix}3\\-5\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}5\\-3\end{vmatrix}$ ، امتداد میانه‌ی AM محور yها را در کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۴

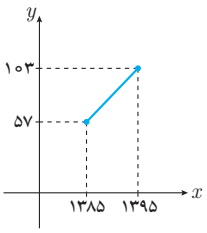
۲۴. اگر نقاط $A(2,5)$ ، $B(-1,2)$ و $C(5,1)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند، معادله‌ی ضلع DA کدام است؟

۱) $6y+x=32$ ۲) $6y-x=28$ ۳) $6x+y=17$ ۴) $6x-y=7$

۲۵. خطی که از نقاط متمایز $A(m,-1)$ و $B(1,1-2m)$ می‌گذرد، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کرده است. این خط محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) -2 ۲) ۱ ۳) $-1/5$ ۴) $-2/5$

۲۶. سود سالانه‌ی یک واحد تولیدی از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۵ در نمودار زیر آمده است. سود این واحد در سال ۱۴۰۳ چقدر خواهد بود؟



۱) ۸۲/۸
۲) ۵۷
۳) ۱۳۹/۸
۴) ۱۲۹/۴

۲۷. نقاط $A(14,3)$ و $B(10,-13)$ مفروضند. معادله‌ی عمودمنصف پاره‌خط AB کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $4y+x=8$ ۲) $4y+x=-8$ ۳) $4x+y=43$ ۴) $4x+y=17$

۲۸. شیب خطی برابر ۳- است. اگر طول نقطه‌ای روی این خط را ۳ واحد زیاد کنیم، عرض آن چه تغییری می‌کند؟

۱) ۱ واحد زیاد می‌شود. ۲) ۱ واحد کم می‌شود. ۳) ۹ واحد زیاد می‌شود. ۴) ۹ واحد کم می‌شود.

۲۹. معادله‌ی خطی که محور xها را در نقطه‌ای به طول p و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض q قطع می‌کند، کدام است؟

۱) $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$ ۲) $\frac{x}{q}+\frac{y}{p}=1$ ۳) $\frac{x}{p}-\frac{y}{q}=0$ ۴) $\frac{y}{q}-\frac{x}{p}=1$

۳۰. دو خط $y=3x-1$ و $x-2y+3=0$ قطرهای دایره‌ای هستند که از مبدأ مختصات می‌گذرد. شعاع این دایره کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۵ ۴) $\sqrt{5}$

۳۱. نقطه‌ی $A(7,6)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y-3x=11$ و $3y+4x=8$ هستند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟ (تجربی ۹۰)

۱) $(4,3)$ ۲) $(3,4)$ ۳) $(3,5)$ ۴) $(1,5)$

۳۲. سه ضلع مثلثی به معادلات $AB:2y-x=3$ ، $AC:y-2x=5$ و $BC:2y+3x=6$ هستند. معادله‌ی ارتفاع AH از مثلث مفروض، کدام است؟ (خارج ۸۹)

۱) $6y-4x=15$ ۲) $9y-6x=17$ ۳) $3y-2x=7$ ۴) $3y+2x=9$

۳۳. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(-1,2)$ نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم کدام است؟

۱) $(1,-2)$ ۲) $(-1,-2)$ ۳) $(2,-1)$ ۴) $(-2,1)$

۳۴. قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2,-3)$ نسبت به خط $y=x+1$ کدام است؟

۱) $(-4,3)$ ۲) $(-3,4)$ ۳) $(4,-3)$ ۴) $(-3,4)$

۳۵. از نقطه‌ی $A(2,-3)$ بر خط $2x+3y=5$ خطی عمود می‌کنیم. عرض پای عمود کدام است؟

۱) $-\frac{9}{13}$ ۲) $-\frac{13}{9}$ ۳) $\frac{13}{9}$ ۴) $\frac{9}{13}$

۳۶. معادله‌ی سه ضلع یک مثلث $x+y=1$ ، $y=2x$ و $x=1$ است. معادله‌ی خطی که کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد کدام است؟

۱) $y=\frac{2}{3}$ ۲) $x=\frac{2}{3}$ ۳) $y+x=\frac{2}{3}$ ۴) $y+x=\frac{1}{3}$

۳۷. خط $2y+3x=1$ کدام یک از خطوط زیر را قطع می‌کند؟

۱) $2x+3y=1$ ۲) $5+y=-\frac{3}{2}x$ ۳) $2y=5-3x$ ۴) $2y+3x=5$

۳۸. به ازای چه مقداری از m خط‌های $mx+y=2m$ و $9x+my=6$ همدیگر را قطع نمی‌کنند؟

۱) $m=\pm 3$ ۲) $m=3$ ۳) $m=-3$ ۴) هیچ مقدار m

۳۹. معادله‌ی قرینه‌ی خط $y=2x-7$ نسبت به خط $y=x+1$ در کدام گزینه آمده است؟

۱) $2y-x=5$ ۲) $2x-y=5$ ۳) $2y-x=10$ ۴) $2x-y=10$

۴۰. چند خط می‌توان رسم کرد که از نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$ بگذرد و با محورهای مختصات در ناحیه‌ی اول، مثلثی به مساحت $\frac{9}{2}$ بسازد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۱. دایره‌ای محور yها را در نقاطی با عرض ۲ و ۸ قطع کرده و بر خط $x=2$ مماس است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) ۳/۲۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۲/۷۵

انتشارات خوشخوان

فاصله‌ی نقطه از خط

۴۲. شعاع دایره‌ای به مرکز $O(۲,-۱)$ که بر خط $۳x-۴y=۰$ مماس است، کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۲

۴۳. فاصله‌ی نقطه‌ی $A(-۲,۳)$ از خط $x=a$ کدام است؟

۱) $a+۲$ ۲) $۳-a$ ۳) $|a+۲|$ ۴) $|۳-a|$

۴۴. فاصله‌ی قرینه‌ی نقطه‌ی $A(-۲,۳)$ نسبت به مبدأ مختصات از خط $y=۵$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۸ ۴) ۶

۴۵. فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۷,۵)$ از خط ℓ به معادله‌ی $۴x+۳y=۱۸$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۷/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۵ ۴) ۱۵

۴۶. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}-۱\\ ۲\end{vmatrix}$ از خط $۳y-۴x-a=۰$ برابر ۲ باشد، مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) ۱۰ و ۰ ۲) ۱۰ و ۲۰ ۳) ۲۰ و ۰ ۴) ۲۰- و ۰

۴۷. قطر مربعی منطبق بر نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم و یک رأس آن نقطه‌ی $(۳,-۲)$ است. مساحت این مربع کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۴۸. طول ارتفاع AH در مثلثی با رئوس $A(۳,۲)$ ، $B(۰,۳)$ و $C(۴,۰)$ کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱ ۳) ۱/۲ ۴) ۰/۶

۴۹. دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $۲y+x=۶$ و $۲x-y=۷$ و یک رأس آن نقطه‌ی $A(۸,۵)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟ (خارج ۹۰)

۱) ۷/۲ ۲) ۹/۶ ۳) ۱۱/۴ ۴) ۱۲/۸

۵۰. دو نقطه بر خط به معادله‌ی $y=x-۱$ قرار دارند، که فاصله‌ی این نقاط از خط به معادله‌ی $۲x-۳y=۵$ برابر $\sqrt{۱۳}$ است. طول این دو نقطه کدام است؟ (تجربی ۸۹)

۱) ۹ و ۱۵- ۲) ۱۱ و ۱۵- ۳) ۹- و ۱۱ ۴) ۱۵و ۱۱-

۵۱. اضلاع یک متوازی‌الاضلاع بر خطوط $x-۳y+۲=۰$ و $۲x+y-۳=۰$ منطبقند. اگر یکی از رئوس این متوازی‌الاضلاع نقطه‌ی $A(۴,۳)$ باشد، مساحت این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۲}{۷}$ ۳) $\frac{۲۴}{۷}$ ۴) ۲

۵۲. نقاط $A(۱,۰)$، $B(۶,۰)$ و $C(۲,۲)$ رئوس یک مثلث هستند. اگر CD نیمساز داخلی زاویه‌ی C باشد، مختصات D کدام است؟

۱) $(\frac{۸}{۳},۰)$ ۲) $(۳,۰)$ ۳) $(\frac{۱۰}{۳},۰)$ ۴) $(\frac{۷}{۳},۰)$

۵۳. دایره‌ای به مرکز $(۱,۲)$ بر خط $۲x+y=-۱$ مماس است. این دایره از کدام یک از نقاط زیر نیز می‌گذرد؟

۱) $(۴,۱)$ ۲) $(-۲,۲)$ ۳) $(۰,۴)$ ۴) $(-۲,۳)$

۵۴. مساحت متوازی‌الاضلاع محدود به خطوطی به معادلات $y=x+۴$ و $x=۴$ و محور yها و نیم‌ساز ناحیه‌ی اول برابر کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

۵۵. مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر این دایره از نقطه‌ی $A(۶,۳)$ گذشته و بر خط به معادله‌ی $y=۲x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟ (ریاضی ۹۲)

۱) ۵ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) ۱۰

۵۶. فاصله‌ی بین دو خط به معادله‌های $\sqrt{۳}x-y+۱=۰$ و $ax+by-۶=۰$ برابر $\frac{۱}{۲}$ است. a کدام است؟

۱) $-\sqrt{۳}$ ۲) $-۳\sqrt{۳}$ ۳) $-۴\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

۵۷. دایره‌ی گذرا بر مبدأ مختصات، بر دو خط به معادلات $y=۲x$ و $y=۲x+۱۰$ مماس است. مختصات مرکز این دایره کدام است؟ (خارج ۹۵)

۱) $(-۳,۲)$ ۲) $(-۳,۱)$ ۳) $(-۲,۱)$ ۴) $(-۱,۲)$

۵۸. نقطه‌ی $M(۳\sqrt{۵},b)$ مرکز دایره‌ای است که بر دو خط به معادلات $y=۲x$ و $x=۲y$ مماس است. شعاع دایره کوچک‌تر کدام است؟ (خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۵۹. فاصله‌ی خطی که دو نقطه‌ی $A\begin{vmatrix}۰\\۰\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}۱\\۱\end{vmatrix}$ را به هم وصل می‌کند از خطی که دو نقطه‌ی $C\begin{vmatrix}۱\\۳\end{vmatrix}$ و $D\begin{vmatrix}۲\\۴\end{vmatrix}$ را به هم وصل می‌کند، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۲}$

۶۰. دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط $۲x+۳y=۳$ و $۴x+۶y=۸$ قرار دارند. مساحت این مربع کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$ ۳) ۱۳ ۴) $\sqrt{۱۳}$

۶۱. خط $۳x-۴y+۱=۰$ از دایره‌ای به مرکز $(۲,-۲)$ وتری به طول ۸ جدا می‌کند. شعاع این دایره کدام است؟

۱) ۵ ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۶۲. دو سر قطر یک مربع روی دو خط $\begin{cases}۲x-۴y+۵=۰\\x-۲y+۳=۰\end{cases}$ است. مساحت کوچک‌ترین مربع ممکن چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۰}$

۶۳. معادله‌ی قرینه‌ی خط $x+۳y=۵$ نسبت به نقطه‌ی $A(۱,۱)$ کدام خط است؟

۱) $x+۳y=۵$ ۲) $x+۳y=۳$ ۳) $۳y+x=۳$ ۴) $۳y+x=۵$

۶۴. مرکز دایره‌هایی که بر خط $y=۲x-۴$ و $y=۲x+۲$ مماسند، بر روی کدام خط قرار دارد؟

۱) $y=۲x+۱$ ۲) $y=۲x-۱$ ۳) $y=۲x+۲$ ۴) $y=۲x-۲$

معادله‌ی درجه دوم

۶۵. به ازای کدام مقدار k معادله‌ی $x^۲-x=k$ ریشه‌ی مضاعف دارد؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۶۶. اگر $\alpha=۲$ ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی $-۲x^۲+mx+n=۰$ باشد، $m+n$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱۶ ۳) -۱۶ ۴) ۸

۶۷. به ازای کدام مجموعه مقادیر m، معادله‌ی درجه دوم $x^۲-mx+m=۰$ ریشه‌ای ندارد؟

۱) $(-\infty,۴)$ ۲) $(-\infty,۰)$ ۳) $(۰,۴)$ ۴) $\varnothing$

۶۸. به ازای کدام مجموعه مقادیر m، معادله‌ی درجه دوم $۲x^۲+(m+۱)x+\frac{m}{۲}+۲=۰$ فاقد ریشه‌ی حقیقی است؟ (خارج ۸۹)

۱) $-۳<m<۵$ ۲) $-۳<m<۴$ ۳) $-۲<m<۴$ ۴) $-۱<m<۵$

۶۹. به ازای کدام مقادیر a معادله‌ی درجه دوم $۲x^۲+ax+a-\frac{۳}{۲}=۰$ دارای ۲ ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

۱) $a>۶$ یا $a<۲$ ۲) $a>۴$ یا $a<۳$ ۳) $۲<a<۶$ ۴) $۳<a<۴$

انتشارات خوشخوان

۷۰. منحنی به معادله‌ی $y=(۲x+۱)(x+۸)$ با خطوط $y=mx$ نقطه‌ی مشترک ندارد، مجموعه مقادیر m چگونه است؟ (ریاضی ۸۸)

۱) $۵<m<۱۳$ ۲) $۱۵<m<۲۳$ ۳) $۷<m<۱۵$ ۴) $۹<m<۲۵$

۷۱. اگر سهمی $ay=x^۲-۲x+۲$ بر خط $y=x+۲$ مماس باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) -۱۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۷۲. منحنی به معادله‌ی $y=(x-۱)(x^۲-ax+a)$ محور xها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. مجموعه مقادیر a به کدام صورت است؟

۱) $-۴<a<۰$ ۲) $۰<a<۴$ ۳) $۰<a<۲$ ۴) $a>۴$

۷۳. به ازای کدام مقادیر m، نمودار تابع $y=(m-۲)x^۲+۳x+m+۲$ در پایین محور xها بر آن مماس است؟

۱) $-\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\pm\frac{۵}{۲}$ ۴) $\pm\frac{۲۵}{۴}$

۷۴. به ازای کدام مقدار a، نمودار تابع $y=(۱-a)x^۲+۲\sqrt{۶}x-a$ همواره بالای محور xهاست؟ (خارج ۹۶)

۱) $a<۱$ ۲) $a<-۲$ ۳) $a>۳$ ۴) $-۲<a<۱$

روابط بین ریشه‌ها

۷۵. در معادله‌ی $۲x^۲-۱۳x-۵=۰$ حاصل‌ضرب ریشه از حاصل‌جمع آن‌ها چقدر بیش‌تر است؟

۱) ۹ ۲) -۹ ۳) -۸ ۴) -۷

۷۶. اگر یکی از ریشه‌های معادله $۲x^۲-۹x+c=۰$ دو برابر دیگری باشد، c کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) ۹ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۷

۷۷. اگر در معادله‌ی $ax^۲+bx+c=۰$ رابطه‌ی $۱۶a-۴b+c=۰$ بین ضرایب برقرار باشد، یکی از ریشه‌ها کدام است؟

۱) $\frac{c}{۴a}$ ۲) $-\frac{c}{۴a}$ ۳) $\frac{۴c}{a}$ ۴) $-\frac{۴c}{a}$

۷۸. به ازای کدام مقدار c، یکی از ریشه‌های $۴x^۲-۸x+c=۰$ از دیگری ۳ واحد بزرگ‌تر است؟ (کتاب درسی)

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۴ ۴) -۳

۷۹. در معادله‌ی درجه دوم $x^۲+۲ax+۳a+۱=۰$ با ریشه‌های $x_۱$ و $x_۲$، داریم $x_۱x_۲+۴=x_۱+x_۲$ در این صورت حاصل $x_۱^۲+x_۲^۲$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۱

۸۰. در معادله‌ی $x^۲-۴x-۷=۰$ با ریشه‌های $x_۲$ و $x_۱$ حاصل $\frac{x_۲}{x_۱-۴}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) -۲ ۴) ۲

۸۱. به ازای کدام مقدار m ریشه‌های حقیقی معادله $mx^۲+۳x+m^۲=۲$ معکوس یکدیگرند؟ (خارج ۹۰)

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۸۲. اگر در معادله‌ی $x^۲-۱۲x+k=۰$ یکی از جواب‌ها مجذور دیگری باشد، مقادیر ممکن k کدام است؟

۱) ۲۷ و ۶۴ ۲) ۲۷ و -۶۴ ۳) -۲۷ و ۶۴ ۴) -۲۷ و -۶۴

۸۳. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲-۳x-۱=۰$ باشند، مقدار $\alpha^۳+\beta^۳$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) $\frac{۲۵}{۸}$ ۳) $\frac{۴۵}{۸}$ ۴) $\frac{۴۳}{۸}$

۸۴. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $۴x^۲-۱۲x+۱=۰$ باشند، مقدار $\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟ (خارج ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

انتشارات خوشخوان

۸۵. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $4x^2+6x+1=0$ باشد مقدار $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}+\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$ کدام است؟

۱) -3 ۲) 3 ۳) ± 3 ۴) 9

۸۶. به ازای کدام مقدار m، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه دوم $2x^2-(m+1)x+\frac{1}{8}=0$ برابر ۲ است؟ (ریاضی ۹۶)

۱) 3 ۲) 4 ۳) 5 ۴) 6

۸۷. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2-5x-1=0$ باشند، حاصل $\alpha^4+\beta^4$ کدام است؟

۱) 731 ۲) 729 ۳) 727 ۴) 725

۸۸. اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x(ax^2-x-5)=2$ برابر ۲ باشد، مجموع ۲ ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟ (خارج ۸۷)

۱) -2 ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۸۹. حاصل‌جمع ریشه‌های معادله‌ی $x^3+m(x^2+1)+2x-m=0$ برابر ۶ است. m کدام است؟

۱) 6 ۲) -6 ۳) 3 ۴) -3

۹۰. به ازای کدام مقدار m، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2-(m+3)x+5=0$ برابر ۶ است؟ (خارج ۹۳)

۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) 1 ۳) 1 و $-\frac{9}{5}$ ۴) -1 و $\frac{9}{5}$

۹۱. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2-5x+2=0$ باشند، حاصل $(x_1+\frac{1}{x_2})^2+(x_2+\frac{1}{x_1})^2$ کدام است؟

۱) $47/25$ ۲) $47/75$ ۳) 48 ۴) $48/25$

۹۲. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2-2x-5=0$ باشند، حاصل $\alpha^4+28\beta$ کدام است؟

۱) 99 ۲) 100 ۳) 101 ۴) 102

تشکیل معادله‌ی درجه دوم

۹۳. تفاضل دو عدد حقیقی که مجموع آن‌ها $-1/5$ و حاصل‌ضربشان -7 است، کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) 5 ۲) 6 ۳) $5/5$ ۴) $5/25$

۹۴. ریشه‌های معادله‌ی $x^2-7x+m=0$ از دو برابر ریشه‌های معادله‌ی $2x^2+nx+2=0$، به اندازه‌ی ۱ واحد بیش‌تر است. $m-n$ کدام است؟

۱) 15 ۲) -5 ۳) -15 ۴) 5

۹۵. ریشه‌های معادله‌ی $x^2+ax+1=0$ مجذور ریشه‌های معادله‌ی $x^2-4x+1=0$ است. مقدار a کدام است؟

۱) -8 ۲) -10 ۳) -12 ۴) -14

۹۶. اگر هریک از ریشه‌های معادله‌ی $4x^2+ax+b=0$ دو برابر هر ریشه از معادله‌ی $4x^2-7x+3=0$ باشد، a کدام است؟ (تجربی ۸۶)

۱) -14 ۲) -12 ۳) -8 ۴) -6

۹۷. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $2x^2-3x=1$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله‌ی $8x^2+kx-1=0$ به صورت $\{\alpha^2\beta\ ,\ \beta^2\alpha\}$ است؟ (خارج ۹۰)

۱) 5 ۲) 6 ۳) 7 ۴) 9

۹۸. به ازای کدام مقدار m، هر یک از ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $8x^2-mx-8=0$ توان سوم ریشه‌های معادله‌ی $2x^2-x-2=0$ است؟ (خارج ۹۶)

۱) 9 ۲) 11 ۳) 13 ۴) 15

انتشارات خوشخوان

۹۹. معادله‌ی درجه دومی با ضرایب گویا که یکی از ریشه‌های آن $\frac{۳-\sqrt{۵}}{۲}$ است، در کدام گزینه آمده است؟

۱) $x^۲-۳x-۱=۰$ ۲) $x^۲-x-۳=۰$ ۳) $x^۲-۳x+۱=۰$ ۴) $x^۲-x+۳=۰$

۱۰۰. معادله‌ای که ریشه‌های آن قرینه و معکوس ریشه‌های $x^۲-۴x+۱=۰$ باشند، کدام است؟

۱) $x^۲+۴x-۱=۰$ ۲) $x^۲-۴x-۱=۰$ ۳) $x^۲+۴x+۱=۰$ ۴) $x^۲-x-۴=۰$

۱۰۱. معادله‌ای که ریشه‌های آن از ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲-۵x-۱=۰$ یک واحد بیش‌تر باشد کدام است؟

۱) $۲x^۲+۹x-۶=۰$ ۲) $۲x^۲-۹x+۶=۰$ ۳) $۲x^۲+۹x+۶=۰$ ۴) $۲x^۲-۹x-۶=۰$

۱۰۲. ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $۲x^۲-۳x-۱=۰$، یک واحد کم‌ترند؟ (تجربی ۹۴)

۱) $x^۲-۳x+۱=۰$ ۲) $x^۲+۳x+۱=۰$ ۳) $x^۲-۵x+۲=۰$ ۴) $x^۲+۵x+۲=۰$

۱۰۳. اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^۲-۴x+۲=۰$ باشد، ریشه‌های کدام معادله $\frac{\beta^۲-۴\beta}{\alpha}$ و $\frac{\alpha^۲-۴\alpha}{\beta}$ است؟

۱) $x^۲-۲x+۴=۰$ ۲) $x^۲-۲x-۴=۰$ ۳) $x^۲-۴x-۲=۰$ ۴) $x^۲+۴x+۲=۰$

تشخیص علامت ریشه‌ها

۱۰۴. به ازای کدام مجموعه مقادیر a نمودار تابع $f(x)=ax^۲+(a+۳)x-۱$، محور xها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟

۱) $a<-۹$ ۲) $a<-۳$ ۳) $a>-۱$ ۴) $-۳<a<۰$

۱۰۵. به ازای کدام مقدار a معادله‌ی درجه دوم $x^۲-۲(a-۲)x+۱۴-a=۰$ دارای دو ریشه‌ی مثبت است؟ (ریاضی ۹۶)

۱) $-۲<a<۲$ ۲) $۲<a<۵$ ۳) $۲<a<۱۴$ ۴) $۵<a<۱۴$

۱۰۶. در معادله‌ی درجه دوم $۲x^۲+ax+۹=۰$، یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۱۰۷. به ازای کدام مقادیر a، معادله‌ی $x^۳+(a-۱)x^۲+(۴-a)x=۴$ دارای ۳ ریشه‌ی حقیقی متمایز مثبت است؟ (خارج ۹۴)

۱) $a<-۴$ ۲) $a>-۴$ ۳) $a<۴$ ۴) $a>۴$

حل معادله به کمک معادله‌ی درجه دو

۱۰۸. مجموع ریشه‌های متمایز $(x+\frac{۱}{x})^۲+۲(x+\frac{۱}{x})=۸$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) صفر

۱۰۹. حاصل‌ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $۴x^۶+۱=۵x^۳$ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $\sqrt[۳]{۴}$ ۲) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۴}}$ ۳) $\sqrt[۳]{۲}$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}$

۱۱۰. مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^۲+x)^۲-۱۸(x^۲+x)+۷۲=۰$ کدام است؟ (تجربی ۹۰)

۱) ۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) -۴

۱۱۱. معادله‌ی $x^{\frac{۱}{۶}}+x^{\frac{۱}{۳}}-۲=۰$ چند جواب حقیقی دارد؟ (کتاب درسی)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۲. مجموع جواب‌های حقیقی معادله‌ی $(x^۲-x)^۲=۳+۲x-۲x^۲$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) -۲

انتشارات خوشخوان

۱۱۳. مجموع جواب‌های حقیقی معادله‌ی $(x^۲+۴x+۱)^۲+x^۲+۴x=۱۱$ کدام است؟

۱) -۸ ۲) ۸ ۳) -۴ ۴) ۴

۱۱۴. ریشه‌ی حقیقی بزرگ‌تر معادله‌ی $(x^۲+x+۱)^۲-(x-۳)(x+۴)-۱۳=۰$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) صفر ۴) -۲

۱۱۵. به ازای کدام مجموعه مقادیر m، از معادله‌ی $x-۲\sqrt{x}+m-۱=۰$ دو جواب متمایز برای x حاصل می‌شود؟ *(خارج ۸۸)*

۱) $m\geq ۱$ ۲) $m<۲$ ۳) $۱\leq m<۲$ ۴) هیچ مقدار m

۱۱۶. اگر a ریشه‌ی معادله‌ی $\frac{\sqrt{x+۱}}{۲x+۱}+\frac{۲x+۱}{\sqrt{x+۱}}=۲$ باشد، ریشه‌ی مثبت معادله‌ی $x^۲-x+۸a=۰$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۴

۱۱۷. یک معادله‌ی درجه ۴:

۱) حتماً ۴ ریشه‌ی حقیقی دارد.
۲) حداقل یک ریشه‌ی حقیقی دارد.
۳) حداکثر ۴ ریشه‌ی حقیقی دارد.
۴) تعداد ریشه‌های متمایز آن ۰، ۲ یا ۴ است.

۱۱۸. مجموع ریشه‌های معادله‌ی $x^۴+۳x^۲-b^۲-۱=۰$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) $b^۲+۱$ ۴) $-b^۲-۱$

۱۱۹. اگر معادله‌ی $x^۴-(m+۲)x^۲+m+۵=۰$ دارای ۴ ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟ *(تجربی ۸۵)*

۱) $m<-۴$ ۲) $m>۴$ ۳) $|m|<۴$ ۴) $۴<m<۹$

۱۲۰. شرط آن‌که معادله‌ی $۲x^۴-kx^۲+k^۲-۱=۰$ دارای ۳ ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، کدام است؟

۱) $k=-۱$ ۲) $k=۱$ ۳) $k=\pm ۱$ ۴) $k=۰$

نمودار تابع درجه دو

۱۲۱. نمودار کدام تابع فقط در بازه‌ی $(۱-\sqrt{۲},۱+\sqrt{۲})$ زیر محور xهاست؟

۱) $y=۳x^۲-۵x-۴$ ۲) $y=۳x^۲+۶x-۳$ ۳) $y=۳x^۲-۶x+۳$ ۴) $y=۳x^۲-۶x-۳$

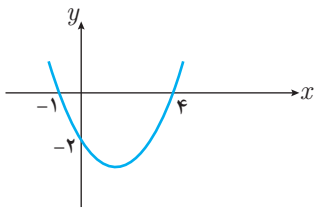
۱۲۲. تابع $y=x^۲-x-۱۲$ را حداقل چند واحد به سمت چپ منتقل کنیم تا هردو نقطه‌ی تلاقی آن با محور xها در طول‌های غیر مثبت باشد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۲۳. در تابع $y=-x^۲+۳x+k$ یکی از ریشه‌ها بزرگ‌تر از ۲ و یکی از ۲ کوچک‌تر است. محدوده‌ی k کدام است؟

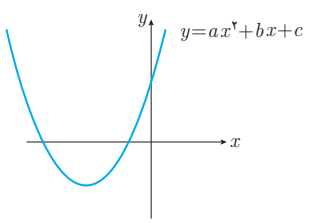
۱) $k>۲$ ۲) $k<۲$ ۳) $k>-۲$ ۴) $k<-۲$

۱۲۴. ضابطه‌ی تابع درجه دوم روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟



۱) $y=\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۳}{۲}x-۲$ ۲) $y=-\frac{۱}{۲}x^۲+\frac{۳}{۲}x+۲$
۳) $y=\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۳}{۲}x-۲$ ۴) $y=\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۳}{۲}x+۲$

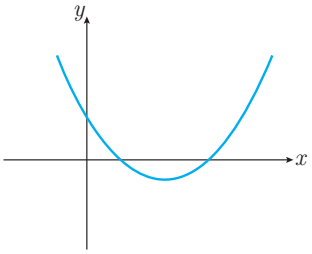
۱۲۵. نمودار یک تابع درجه دوم به شکل روبه‌روست. علامت a، b و c به‌ترتیب چگونه است؟



۱) مثبت، منفی، مثبت
۲) مثبت، مثبت، مثبت
۳) مثبت، منفی، منفی
۴) منفی، مثبت، مثبت

انتشارات خوشخوان

۱۲۶. اگر نمودار تابع $f(x)=ax^۲-۴x+a-۳$ به‌شکل روبه‌رو باشد، محدوده‌ی a کدام است؟



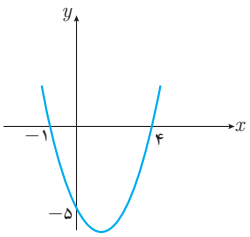
۱) $(۰,۴)$

۲) $(۳,۴)$

۳) $(-۱,۴)$

۴) $(-۱,۰)$

۱۲۷. تابع $y=ax^۲+bx+c$ به شکل روبه‌روست. در این صورت $a+b+c$ کدام است؟



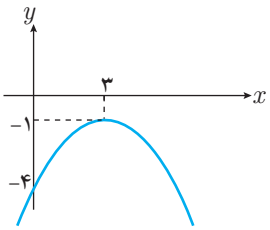
۱) $-۲/۵$

۲) -۱۰

۳) -۵

۴) $-۷/۵$

۱۲۸. اگر نمودار تابع $y=ax^۲+bx+c$ به صورت روبه‌رو باشد، حاصل $۳a-b+c$ کدام است؟



۱) -۵

۲) -۴

۳) -۷

۴) -۶

۱۲۹. محور تقارن نمودار $y=(x-۲)(x-۵)+x$ کدام خط است؟

۱) $x=\frac{۷}{۲}$ ۲) $x=۳$ ۳) $x=\frac{۹}{۲}$ ۴) $x=۴$

۱۳۰. اگر خط $y=۱$ بر تابع $f(x)=x^۲-۳x+۲a-۵$ مماس باشد، a کدام است؟

۱) $\frac{۳۵}{۸}$ ۲) $\frac{۳۳}{۸}$ ۳) $\frac{۳۱}{۸}$ ۴) $\frac{۲۹}{۸}$

۱۳۱. فاصله‌ی تمام نقاط روی تابع $y=x^۲-۴x+a$ از محور xها بیش‌تر از ۵ است. حدود a کدام است؟

۱) $a>۹$ ۲) $a<-۲$ ۳) $-۲<a<۳$ ۴) $-۵<a<-۲$

۱۳۲. محل تقاطع تابع $y=x^۲+۴x+a$ با محور تقارنش نقطه‌ای به عرض ۲- است. طول پاره‌خطی که تابع از محور xها جدا می‌کند، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) ۲

۱۳۳. فاصله‌ی رأس سهمی $y=۲(x-۳)^۲-۵$ از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۳۵}$ ۲) $\sqrt{۳۴}$ ۳) ۶ ۴) $\sqrt{۳۷}$

۱۳۴. پاره‌خط MN موازی محور yها طوری است که نقاط M و N به‌ترتیب روی توابع $f(x)=۲x^۲-۸x+۱۱$ و $g(x)=-x^۲+۴x+۵$ قرار دارد. اگر $۱\le x\le ۳$ باشد حداکثر طول MN کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۳۵. تابع $y=x^۲+ax+۱$ محور xها را در نقاط A و B و محور yها را در نقطه‌ی C قطع می‌کند. اگر مساحت مثلث ABC، ۱ واحد باشد، a کدام است؟

۱) $\pm۴\sqrt{۲}$ ۲) ±۲ ۳) $\pm\sqrt{۲}$ ۴) $\pm۲\sqrt{۲}$

۱۳۶. اگر از دامنه‌ی تابع $f(x)=-۳x^۲+ax+۱$، $x=۱$ را حذف کنیم، $y=b$ از برد آن حذف می‌شود. $a-b$ کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۴-

۱۳۷. خط $y=d$ تابع $f(x)=۲x^۲+bx+۳$ را در دو نقطه به طول‌های ۱- و ۵ قطع می‌کند. در این صورت $f(۱)$ کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۴- ۳) ۳- ۴) ۲-

۱۳۸. یک سهمی با ریشه‌های ۲ و ۳- که رأس آن روی نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم است، محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۲۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲۵}$ ۳) $-\frac{۱۳}{۲۵}$ ۴) $-\frac{۱۲}{۲۵}$

۱۳۹. اگر تابع $y=۲x^۲+mx+m-\frac{۳}{۲}$ از هر ۴ ناحیه‌ی مختصات بگذرد، محدوده‌ی m کدام است؟

۱) $(-\infty,\frac{۳}{۲})$ ۲) $(-\infty,۰)$ ۳) $(۰,\frac{۳}{۲})$ ۴) $(۰,\infty)$

۱۴۰. تابع $y=(m-۱)x^۲-۲\sqrt{۳}x+m+۱$ فقط از ناحیه‌ی اول و دوم می‌گذرد. حدود m کدام است؟

۱) $(۱,+\infty)$ ۲) $(-\infty,-۲)\cup(۲,+\infty)$ ۳) $(۲,+\infty)$ ۴) $(۱,۲)$

۱۴۱. به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر m تابع $y=x^۲-mx+m-۱$ از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد؟

۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $[۱,+\infty)-\{۲\}$ ۳) $(۱,+\infty)$ ۴) $(-\infty,۱]$

۱۴۲. تابع $y=mx^۲+(۴-m)x+\frac{۹}{۴}$ فقط از ناحیه‌ی چهارم مختصات نمی‌گذرد. حدود m کدام است؟

۱) $(۱,۴)$ ۲) $(۰,۴)$ ۳) $(۰,۱)$ ۴) $(۴,۱۶)$

کم‌ترین و بیش‌ترین مقدار تابع درجه دو

۱۴۳. به‌ازای چه مقداری از m، حداقل تابع $y=mx^۲-۴x+m$، برابر ۲ است؟

۱) $۱\pm\sqrt{۵}$ ۲) $۱-\sqrt{۵}$ ۳) $۱+\sqrt{۵}$ ۴) $۲\pm\sqrt{۵}$

۱۴۴. اگر برد تابع $y=ax^۲+۴x+۵$ مجموعه‌ی $(-\infty,۹]$ باشد، فاصله‌ی رأس آن از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{۸۳}$ ۲) $\sqrt{۸۵}$ ۳) $\sqrt{۸۷}$ ۴) $\sqrt{۸۹}$

۱۴۵. برد تابع $f(x)=-۲x^۲+۸x-۵$ کدام گزینه است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $(-\infty,۳]$ ۳) $[۲,+\infty)$ ۴) $(-\infty,۴]$

۱۴۶. برد تابع $y=\sqrt{۶x-x^۲}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,۳]$ ۲) $[۰,۳]$ ۳) $[۰,+\infty)$ ۴) $[۳,+\infty)$

۱۴۷. برد تابع $f(x)=\frac{۱}{۳x^۲+۶x+۵}$ کدام است؟

۱) $[۰,\frac{۱}{۲}]$ ۲) $(۰,\frac{۱}{۲}]$ ۳) $[\frac{۱}{۲},+\infty)$ ۴) $(-\infty,\frac{۱}{۲}]$

۱۴۸. اگر قدرمطلق تفاضل ریشه‌های تابع $f(x)=-x^۲+x-a$، برابر ۳ باشد، برد این تابع کدام مجموعه است؟

۱) $[\frac{۹}{۴},+\infty)$ ۲) $\mathbb{R}$ ۳) $(-\infty,\frac{۹}{۴}]$ ۴) $(۰,\frac{۹}{۴}]$

۱۴۹. کم‌ترین مقدار تابع $y=x-۲\sqrt{x}+۴$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۱۵۰. موشکی به‌طور عمودی شلیک شده است و ارتفاع آن از سطح زمین از رابطه‌ی $h(t)=۱۰۰t-۵t^۲$ به‌دست می‌آید. بیش‌ترین ارتفاع موشک از سطح زمین چقدر است؟

۱) ۵۰۰ ۲) ۵۰۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۱۰

انتشارات خوشخوان

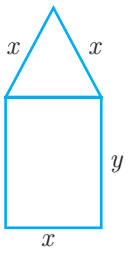
۱۵۱. یک ماهیگیر در کنار رودخانه‌ای محوطه‌ی مستطیل شکلی را به کمک طنابی به طول ۱۰۰ متر محصور می‌کند. بیش‌ترین مساحت این مستطیل کدام است؟ *(کتاب درسی)*

۱) ۱۵۰۰ ۲) ۱۷۵۰
۳) ۲۵۰۰ ۴) ۱۲۵۰

۱۵۲. حداقل فاصله‌ی بین دو نقطه از توابع $y=x^2$ و $y=x-1$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ۳) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ ۴) $\frac{3}{4\sqrt{2}}$

۱۵۳. پنجره‌ای به شکل مستطیل با یک مثلث متساوی‌الاضلاع در بالای آن است. اگر محیط پنجره ۴ متر باشد، x را برابر کدام گزینه انتخاب می‌کنیم تا پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟ *(کتاب درسی)*

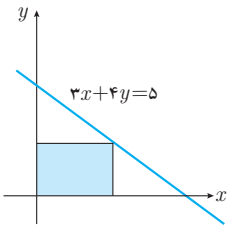


۱) $\frac{2}{6-\sqrt{3}}$ ۲) $\frac{4}{4-\sqrt{3}}$
۳) $\frac{4}{6-\sqrt{3}}$ ۴) $\frac{6}{4-\sqrt{3}}$

۱۵۴. مجموع ارتفاع یک مثلث با دو برابر قاعده‌ی آن مثلث برابر با ۸ است. حداکثر مساحت این مثلث چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۸

۱۵۵. دو ضلع یک مستطیل منطبق بر محورهای مختصات در ناحیه‌ی اول قرار دارد، همچنین یک رأس آن روی خط $3x+4y=5$ قرار دارد. مساحت بزرگ‌ترین مستطیل با این ویژگی کدام است؟



۱) $\frac{25}{48}$ ۲) ۲
۳) $\frac{23}{12}$ ۴) $\frac{25}{12}$

معادلات گویا

۱۵۶. جواب معادله‌ی $\frac{x-2}{x-4}=\frac{x+1}{x+3}$ کدام است؟

۱) $x=\frac{1}{2}$ ۲) $x=-\frac{1}{2}$ ۳) $x=2$ ۴) $x=-\frac{2}{3}$

۱۵۷. قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله‌ی $\frac{3}{x^2}-12=0$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۱۵۸. جواب معادله‌ی $\frac{5}{5x^2-x-20}=\frac{3}{3x^2-3x-28}$ کدام است؟

۱) $-\frac{20}{3}$ ۲) $\frac{20}{3}$ ۳) $-\frac{19}{5}$ ۴) ریشه ندارد

۱۵۹. کدام یک از عبارت‌های زیر به ازای $x=-3$ تعریف شده است؟

۱) $\frac{3x}{2}-\frac{1}{x+3}$ ۲) $\frac{1}{x^2-9}$ ۳) $5x+\frac{1}{x^2-3x}$ ۴) $\frac{3x+1}{\cos\frac{\pi x}{2}}$

۱۶۰. $x=0$ جواب کدام‌یک از معادله‌های گویای زیر است؟

۱) $\frac{x^2-2x}{3x+1}=\frac{x^2}{x^2-x}$ ۲) $\frac{3x+1}{6x+2}=\frac{4x+7}{8x-1}$ ۳) $\frac{x^2+x-1}{x+1}=\frac{x-1}{3x+1}$ ۴) $\frac{x}{x}=1$

۱۶۱. معادله‌ی $x^۲ + \frac{۱}{۱-\frac{۱}{x}} + \frac{۱}{۱-x} = ۲$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۲. یک دانش‌آموز پس از پنج هفته در آزمون‌های هفتگی ریاضی ۳۶ امتیاز کسب کرده است. اگر از آزمون ششم به بعد در تمام آزمون‌ها ۹ امتیاز کسب کند، در هفته‌ی چندم میانگین نمرات او برابر ۸ می‌شود؟ *(کتاب درسی)*

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۶۳. معادله‌ی $\frac{۲x-۳}{۲x+۲} = \frac{۵}{x^۲-۱} - \frac{۲x+۳}{۲x-۲}$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۴. کدام گزینه جواب معادله‌ی $\frac{x-۱}{x-۲} = \frac{۱+x}{x} - \frac{x^۲-۲x+۲}{x^۲-۲x}$ را نشان می‌دهد؟

۱) $x=-۲$ ۲) $x=-\frac{۱}{۲}$ ۳) $x=\frac{۱}{۲}$ ۴) $x=\pm ۲$

۱۶۵. معادله‌ی $\frac{۱۰}{x^۲-۱} = \frac{۲x-۳}{x+۱} - \frac{۲x+۳}{x-۱}$ چند جواب دارد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۶. معادله‌ی $۲x + \frac{۱}{x} = ۱$ چگونه است؟

۱) دو ریشه‌ی مثبت دارد. ۲) دو ریشه‌ی منفی دارد. ۳) ریشه‌ی مضاعف دارد. ۴) ریشه‌ی حقیقی ندارد.

۱۶۷. معادله‌ی $\frac{x^۲+۱}{x^۴+x^۲+۱} = \frac{۱}{x^۲-x+۱} - \frac{۱}{x^۲+x+۱}$ چند ریشه‌ی متمایز دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۶۸. معادله‌ی $\frac{x^۲-۳x}{x-۴} + \frac{۵x-۱۶}{۴-x} = ۰$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) ریشه مضاعف دارد

۱۶۹. معادله‌ی $x^۲ = \frac{۱-۲x}{x^۲-۱}$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۷۰. معادله‌ی $\frac{۳x-۲}{x} - \frac{۲x+۵}{x+۳} = ۵$ چگونه است؟

۱) دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت دارد. ۲) دو ریشه‌ی منفی دارد.
۳) یک ریشه‌ی منفی دارد. ۴) یک ریشه‌ی مثبت دارد.

۱۷۱. اگر تساوی $\frac{۳x-۲}{x^۲-۳x+۲} = \frac{a}{x-۱} + \frac{b}{x-۲}$ به ازای همه مقادیر x عضو مجموعه‌ی $\mathbb{R}-\{۱,۲\}$ برقرار باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۷۲. اگر تساوی $\frac{۱}{x^۳+۱} = \frac{ax+b}{x^۲-x+۱} + \frac{c}{x+۱}$ به ازای همه مقادیر x برقرار باشد، کدام گزینه نتیجه می‌شود؟ $(x \neq -۱)$

۱) $b+c=۱$ ۲) $b-c=۰$ ۳) $۲b=c$ ۴) $۳b=c$

۱۷۳. فاصله‌ی بین دو شهر ۳۶۰ کیلومتر است. فرد A و B با هم از یک شهر به سمت شهر دیگر حرکت می‌کنند و A، ۲۴ دقیقه زودتر می‌رسد، زیرا سرعت او $۱۰\frac{km}{h}$ بیش‌تر بوده است. سرعت A چقدر بوده است؟

۱) ۸۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۱۰

انتشارات خوشخوان