



برگی از درخت المپیاد کامپیوتر

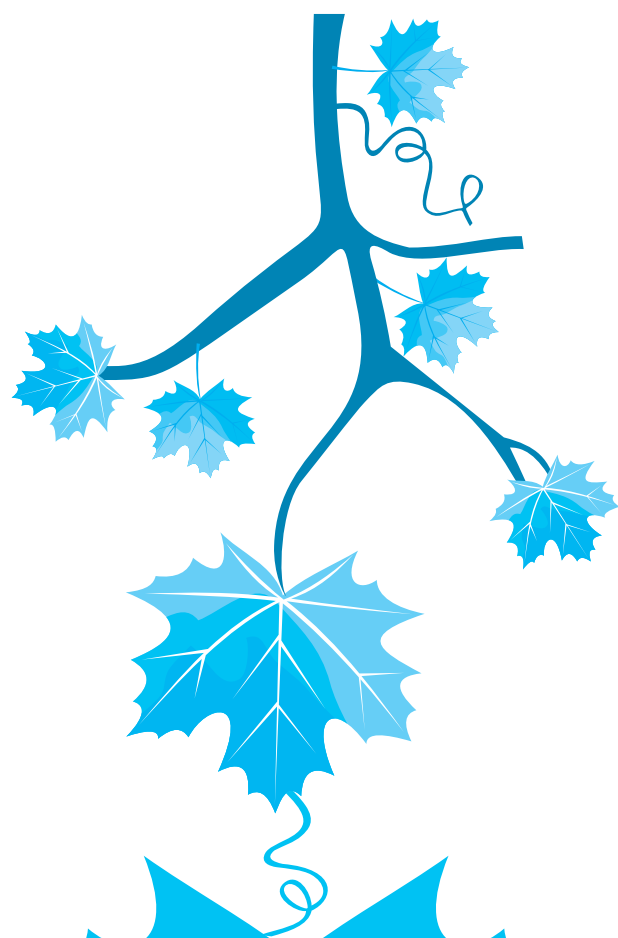
تفکر الگوریتمی و برنامه‌نویسی

مؤلف

عرفان عبدی



انستیتوت ملی فناوری اطلاعات



درخت المپیاد درختی است که توسط  
انتشارات خوشخوان کاشته شده و هر یک  
از کتاب های این پروژه برگگی از آن است.  
وظیفه ما نگهداری و آبیاری این درخت است. امیدواریم  
با عنایات حضرت حق این درخت، تنومند شده  
وبه بار واقعی بنشیند. فراموش نکنید که بار و میوه ی


این درخت شما


عزیزان می باشید.


التماس دعا



## پروژه‌ی درخت المپیاد

 اعتقاد بر این است که شروع فعالیت‌های المپیاد به صورت حرفه‌ای، باید از ابتدای دوره‌ی دبیرستان شروع شود. اکثر المپیادهای علمی در زمستان سال سوم دبیرستان تعیین تکلیف می‌شوند. بنابراین از شروع دبیرستان تا اواسط سال سوم حدوداً ۸ ترم تحصیلی می‌شود (با احتساب فصل و ترم تابستان) که لازم است برنامه‌ریزی دقیقی برای این چند ترم انجام شود.

 انتشارات خوشخوان این برنامه‌ریزی را در قالب پروژه‌ی درخت المپیاد انجام داده است که هر شاخه از درخت، مبحثی از آن المپیاد و هر برگ از آن شاخه شماره‌ای از آن مبحث می‌باشد.

 به عنوان مثال اپتیک (۱) کتابی است که در یک ترم تحصیلی در یک کلاس ممتاز می‌توان برای داوطلبان المپیاد فیزیک تدریس کرد.

با عنایات حضرت حق و با کمک تنی چند از همکاران گرامی کتب مربوط به این درخت در هر رشته‌ای از المپیاد معرفی خواهد شد.

 منتظر پیشنهادات و نظرات شما سروران هستیم.

گروه المپیاد

انتشارات خوشخوان



مسابقه ها، کنکورها و المپیادهای علمی همایش هایی هستند که کم و بیش در سرتاسر دنیای پهناور به صورت داخلی و بین المللی برگزار می شود و سال به سال به تنوع، جذب و عظمت آن ها افزوده می شود. یکی از این همایش های باشکوه که هر سال در چندین رشته در سطح دانش آموزان سنوات آخر دوره متوسطه برگزار می شود المپیادهای علمی می باشد که قدیمی ترین آن المپیاد ریاضی بوده و از سال ۱۹۵۹ آغاز و تا به حال ادامه داشته است.


در حال حاضر نتیجه ی کسب شده در المپیادهای علمی برای هر کشوری یکی از شاخص های قدرت علمی آن کشور محسوب شده و نفرات ممتاز این المپیادها به راحتی جذب دانشگاه ها و آکادمی های ممتاز جهان شده و پس از گذشت سنواتی چند به موفقیت های چشم گیری نایل می شوند چنانچه بسیاری از دانشمندان حال حاضر در رشته های مختلف از جمله شیمی، فیزیک، IT و ... در سال های نه چندان دور از مدال آوران این المپیادها بوده اند.

جمهوری اسلامی ایران برای اولین بار در سال ۱۳۶۶ در المپیاد ریاضی جهان که در کشور کوبا برگزار می شد شرکت کرده و با کسب یک مدال برنز به مقام ۲۶ جهان نائل آمد که تعجب همگان را برانگیخت چرا که در آن سال ایران در گیر جنگ تحمیلی بوده و جهانیان به غیر از جنگ و درگیری چیزی از ایران سراغ نداشتند و درخشش دانش آموزان ایران در آن سال و سنوات بعد نگاه ها را به سمت ایران معطوف کرده و چشم خفته آن ها را تا حدود زیادی بیدار کرد. همانطور که از رسانه های گروهی مطلع شده اید در تمام المپیادهای علمی تیم اعزامی کشور عزیزمان در سنوات گذشته جزء کشورهای برتر بوده و ضمن کسب مدال های رنگارنگ رتبه های بسیار درخشانی از جمله رتبه اول را حائز شده اند.

نحوه گزینش نفرات اعزامی به المپیادهای جهانی تا حدود زیادی مشابه یکدیگرند به این صورت که در ابتدا در مسابقه ای سراسری تحت عنوان مرحله اول که معمولاً به صورت پرسش های چند گزینه ای مطرح می شود حدوداً هزار نفر پذیرفته شده و در رقابتی معمولاً تشریحی که مرحله ی دوم نامیده می شود شرکت می کنند. در این مرحله در هر رشته حدوداً چهل نفر پذیرفته شده و در دوره ی تابستانی در باشگاه دانش پژوهان جوان که متولنی برگزاری تمام المپیاد های علمی می باشد شرکت کرده و پس از گذراندن این دوره مرحله ی سوم آزمون برگزار شده و عده ای (در حدود ده نفر) مدال طلا، عده ای مدال نقره و عده ای دیگر مدال برنز

کسب می‌کنند (در این مرحله معمولاً هم‌ه‌ای افراد شرکت‌کننده در دوره مدال کسب می‌کنند) دارندگان مدال طلا حدود یک سال در آن باشگاه آموزش دیده و پس از آن اعضا، تیم اعزامی شناسایی می‌شوند. دارندگان مدال طلا همگی بدون کنکور و در رشته و دانشگاه دلخواه خود پذیرفته شده و ادامه‌ی تحصیل می‌دهند اما دارندگان مدال‌های نقره و برنز همانند سایر داوطلبان در کنکور سراسری شرکت کرده و برای کسب رتبه دلخواه جهت پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه خود در رقابت می‌کنند با این تفاوت که این افراد سهمیه‌ی ویژه‌ای در پذیرفته شدن در رشته و دانشگاه مورد علاقه‌ی خود دارند که جزئیات آن در سایت باشگاه دانش‌پژوهان جوان تشریح شده است.

متأسفانه در سال‌های اخیر در بعضی از مدارس افرادی مثلاً لباس کارشناسی به تن کرده و علیه فعالیت‌های المپیاد جبهه می‌گیرند و ادعا می‌کنند فعالیت برای المپیادهای علمی مانع موفقیت در کنکور سراسری بوده و هرچه دانش‌آموز به سمت المپیاد سوق پیدا کند از کنکور فاصله گرفته و در صورت عدم کسب مدال طلا (که بسیار محتمل است) آینده‌ی خود را تباه کرده است در حالی که با تحقیقی که در سال‌های گذشته انجام شده است فعالیت در زمینه المپیادهای علمی نه تنها مانع فعالیت برای کنکور نیست بلکه مسیر فعالیت برای کسب رتبه مناسب در کنکور را بسیار هموارتر می‌سازد به عنوان مثال می‌توانید تمام مدال‌آوران نقره و برنز و یا حتی آن‌هایی که در مرحله اول پذیرفته شده ولی به دوره تابستانی راه پیدا نکرده‌اند را در یک رشته شناسایی کرده و موفقیت‌های تحصیلی آن‌ها را در دانشگاه‌ها جویا شوید که نگارنده‌ی این متن بارها این تحقیق را انجام داده و به مثبت بودن آن یقین پیدا کرده است.

 به هر حال ادعا این است که فعالیت دانش‌آموز در یک رشته از رشته‌های المپیاد فواید بسیاری دارد که به تعدادی از آن‌ها به صورت گذرا اشاره می‌شود:

۱. همان‌طور که خداوند به بشرتن سالم داده و انتظار می‌رود با ورزش‌ها و نرمش‌های مناسب از این نعمت خدادادی محافظت شود به هر دانش‌آموزی نیز استعدادی داده است که باید شکوفا و بهره‌ور شود. اغلب باشگاه‌های کشور اعم از خصوصی و دولتی داوطلب زیادی در رشته‌های متفاوت ورزشی دارند که مشغول فعالیت در یکی از رشته‌های ورزشی مانند کشتی، تکواندو، بدن‌سازی و ... می‌باشند که وقتی از آن افراد راجع به اهدافشان از این فعالیت سؤال می‌شود سالم‌نگه داشتن بدن را عنوان داشته و انتخاب شدن در تیم ملی را در نهایت عنوان می‌کنند. چه بسا افرادی که در این رشته‌ها فعالیت می‌کنند و هرگز به تیم ملی راه پیدا

نمی‌کنند که وقتی از این افراد راجع به موفقیت‌هایشان سؤال می‌شود هرگز خود را ناموفق معرفی نمی‌کنند و همین‌که توانسته‌اند از بدن سالم خود به روش مناسب محافظت کنند را پیروزی بزرگی می‌دانند بنابراین فعالیت در یکی از زمینه‌های المپیاد چه در نهایت به کسب مدال منجر شود و یا نشود همین‌که استعداد خدادادی پرورش می‌یابد موفقیتی است بس بزرگ.

۲. ❖ کتب درسی به اذعان اکثر کارشناس‌ها و اساتید سال به سال ساده‌تر شده و برای عموم دانش‌آموزان دلچسب هستند ولی برای دانش‌آموزان ممتاز و تیزهوش به هیچ‌عنوان اغناکننده نمی‌باشند لذا لازم است این سری از دانش‌آموزان فعالیت ویژه‌ای را در رشته‌ی مورد علاقه‌ی خود داشته باشند تا احساس کنند این فعالیت‌ها برای آن‌ها اغناکننده است.

۳. ❖ فعالیت‌های المپیادی که در نهایت به حل سؤالات پیچیده و عمیق در رشته‌ی مربوطه می‌شود باعث می‌شود تا فرد به تمام مسائل جامعه و پیش‌آمده در زندگی به دید یک مسأله‌ی المپیاد نگاه کرده و در حل آن نسبت به سایر رقبا موفق‌تر باشند. تحقیقات نشان می‌دهد افرادی که با علاقه و اشتیاق حداقل یکی از شاخه‌های المپیاد را دنبال می‌کنند (نه به نیت کسب مدال بلکه به نیت پرورش ذهن) نسبت به سایر افراد در زندگی موفق‌ترند.

۴. ❖ زیربنای اکثر دروس پیش‌دانشگاهی در دروس المپیاد بنا نهاده می‌شود بنابراین افرادی که به سبک المپیادی دروس خود را مطالعه می‌کنند در دوره پیش‌دانشگاهی با پایه‌ی بسیار قوی‌تری با دروس مواجه می‌شوند و نسبت به رقبا خود راحت‌تر از عهده آن‌ها برمی‌آیند.

۵. ❖ با توجه به مصوبه‌های موجود، کسب مدال در یکی از المپیاد‌های علمی (حتی مدال برتر) باعث اعطای امتیازهای ویژه‌ای برای داوطلبان کنکور در ورود به دانشگاه‌های سراسری می‌شود که جزئیات آن در سایت‌های معتبر مخصوصاً سایت باشگاه دانش‌پژوهان جوان موجود است.

۶. ❖ همچنین با توجه به مصوبه‌های موجود اکثر داوطلبان المپیادها به عضویت نهادهای مختلف از جمله بنیاد ملی نخبگان درمی‌آیند که با رجوع به سایت‌های مرتبط با این نهادها و بنیادها امتیازات تعلق یافته به اعضا، را مشاهده خواهید کرد.

انتشارات خوشخوان مفتخر است از بدو تأسیس به فکر تدوین و تألیف منابعی مناسب برای دانش آموزان ممتاز و داوطلبان المپیاد بوده است که خوشبختانه با یاری خداوند متعال و با بهره گیری از اساتید مجربی که خود در سنواتی نه چندان دور مدال آوریکی از المپیادهای علمی بوده اند، کتب متعددی به بازار عرضه شده است که مورد توجه داوطلبان قرار گرفته است. بعد از کسب تجربیات لازم به این نتیجه رسیده ایم که لازم است کتبی به صورت کار تدوین و تألیف شود که در آن هر کتاب مخصوص یک ترم تحصیلی باشد. این پروژه به نام درخت المپیاد نام گرفته است و هر کتاب از این پروژه که در اختیار دارید برگی از آن درخت خواهد بود.

بدیهی است انجام چنین پروژه‌ی عظیمی نظر و همت دسته جمعی می طلبد لذا لازم است از تمام دوستان و همکارانی که ما را در انجام این پروژه یاری نموده اند، تشکر و قدر دانی می نمایم و در نهایت نیز از عوامل زحمت کش انتشارات اعم از مشاورین، حروف چین ها، طراحان و کارمندان و کارگران عزیز کمال امتنان را دارم.



با تشکر

رسول حاجی زاده مدیر انتشارات خوشخوان



در سال‌های اخیر المپیاد کامپیوتر تغییراتی کرده است و مرحله‌ی سوم که آزمون برنامه‌نویسی است به آن اضافه شده است. با توجه به نبودن منبع مناسبی برای مرحله‌ی سوم و هم‌چنین توصیه‌ی دوستان و تجارب شخصی خویش از جمله مسئولیت کلاس‌های عملی المپیاد کشوری کامپیوتر، تصمیم گرفتیم وبسایتی به منظور آموزش برنامه‌نویسی برای دسترسی یکسان تمامی بچه‌های ایران زمین راه‌اندازی کنیم.

با توجه به اهمیت بالای برنامه‌نویسی در الگوریتمی کردن فکر که پایه‌ی المپیاد کامپیوتر است کتاب حاضر را گردآوری کردم. یادگیری برنامه‌نویسی و الگوریتم نه تنها در مرحله‌ی سوم حائز اهمیت است، بلکه باعث رشد چشم‌گیری در قدرت حل مسائل تئوری می‌شود. به طوری که یکی از بهترین روش‌ها برای قبولی در مرحله‌ی اول و دوم المپیاد کامپیوتر، حل مسائل خوب عملی و زدن کد آن‌ها است.

امید است که این کتاب منبع مناسبی برای تمامی دانش‌پژوهان عزیز سرتاسر ایران عزیزمان باشد. با قدردانی ویژه از دکتر محمدعلی آبام، جواد عابدی (مدرس ترکیبات دوره‌ی تابستان المپیاد کشوری کامپیوتر و ریاضی) و سید حامد ولی‌زاده به خاطر کمک‌هایی که در تهیه‌ی این کتاب نمودند بسیار تشکر می‌کنم. با سپاس فراوان از مبینا صانعی که کتاب را به صورت کامل بازخوانی و ویراست کرد و با تشکر از علیرضا ذاکری، ابوالفضل اسدی و جمعی از بچه‌های دوره‌ی ۲۳ المپیاد کشوری کامپیوتر.

عرفان عابدی

<http://ce.sharif.edu/~eabdi>

<http://irprogramming.ir>

[eabdi@ce.sharif.edu](mailto:eabdi@ce.sharif.edu)

آذرماه ۱۳۹۲

**راهنمای استفاده از کتاب.** این کتاب در ۳ فصل نوشته شده است. در فصل اول سعی شده است با معرفی زبان‌های کوچک و غیررسمی ساختار ذهن دانش‌پژوه با برنامه‌نویسی آشنا شود و ساختار الگوریتمی پیدا کند. در فصل دوم به صورت مختصر زبان ++C معرفی شده است و در نهایت در فصل سوم چهار روش حل مسائل به صورت مشروح توضیح داده شده است. در تمامی فصول درس‌نامه مثال‌هایی قرار داده شده است، هم‌چنین در انتهای هر بخش مسائلی آورده شده است برای تسلط بیشتر و آشنایی با ایده‌های جدیدتر. روش صحیح درس خوانده المپیادی این است که هر مثال یا مسئله‌ای را که می‌بینیم راه‌حل آن را تا زمانی که سؤال را حل نکرده‌ایم نبینیم. مثال‌ها و مسائل این کتاب نیز از این قاعده مستثنی نیست. فصل دوم و سوم که پاسخ اکثر سؤال‌های کدی که به زبان ++C می‌باشد تنها حل کردن سؤال به صورت تئوری کافی نمی‌باشد و در صورتی باعث پیشرفت شما خواهد بود که کد آن‌ها را نیز به درستی پیاده‌سازی کنید.



## فهرست مطالب



<b>فصل ۱</b>		<b>تفکر الگوریتمی</b>		<b>۱</b>
۱-۱	دستگاه P.A.A	۱	۳-۱	ماشین کارت خور
۲-۱	دستگاه شبه C	۱۵		
<b>فصل ۲</b>		<b>آشنایی با زبان ++C</b>		<b>۳۳</b>
۱-۲	آشنایی با ++C	۳۵	۸-۲	چند مثال
۲-۲	خطا در کامپایل	۳۵	۹-۲	توابع و کاربردهای آن
۳-۲	متغیرها	۳۶	۱۰-۲	آرایه‌ها
۴-۲	عملگرهای ریاضی	۳۸	۱۱-۲	آرایه‌های چندبعدی
۵-۲	ورودی خواندن	۳۸	۱۲-۲	توابع بازگشتی
۶-۲	دستورات شرطی	۴۰	۱۳-۲	معرفی توابع پیش نوشته شده‌ی کاربردی
۷-۲	حلقه‌ها	۴۲	۱۴-۲	کار با رشته
<b>فصل ۳</b>		<b>روش حل مسائل</b>		<b>۶۳</b>
۱-۳	پیچیدگی الگوریتم‌ها	۶۳	۴-۳	برنامه‌نویسی پویا
۲-۳	حل سؤال با استفاده از ریاضیات	۶۵	۵-۳	پسگرد
۳-۳	شبیه‌سازی	۸۳		
<b>فصل ۴</b>		<b>ضمیمه</b>		<b>۱۱۳</b>
۱-۴	توابع کاربردی	۱۱۳	۲-۴	داده ساختارهای ++C

(الف)

(ب)

(ع)





(و)

(j)



(c)



در سال‌های اخیر المپیاد کامپیوتر تغییراتی کرده است و مرحله‌ی سوم که آزمون برنامه‌نویسی است به آن اضافه شده است. با توجه به نبودن منبع مناسبی برای مرحله‌ی سوم و هم‌چنین توصیه‌ی دوستان و تجارب شخصی خویش از جمله مسئولیت کلاس‌های عملی المپیاد کشوری کامپیوتر، تصمیم گرفتم وبسایتی به منظور آموزش برنامه‌نویسی برای دسترسی یکسان تمامی بچه‌های ایران زمین راه‌اندازی کنم.

با توجه به اهمیت بالای برنامه‌نویسی در الگوریتمی کردن فکر که پایه‌ی المپیاد کامپیوتر است کتاب حاضر را گردآوری کردم. یادگیری برنامه‌نویسی و الگوریتم نه تنها در مرحله‌ی سوم حائز اهمیت است، بلکه باعث رشد چشم‌گیری در قدرت حل مسائل تئوری می‌شود. به طوری که یکی از بهترین روش‌ها برای قبولی در مرحله‌ی اول و دوم المپیاد کامپیوتر، حل مسائل خوب عملی و زدن کد آن‌ها است.

امید است که این کتاب منبع مناسبی برای تمامی دانش‌پژوهان عزیز سرتاسر ایران عزیزمان باشد. با قدردانی ویژه از دکتر محمدعلی آبام، جواد عابدی (مدرس ترکیبات دوره‌ی تابستان المپیاد کشوری کامپیوتر و ریاضی) و سید حامد ولی‌زاده به خاطر کمک‌هایی که در تهیه‌ی این کتاب نمودند بسیار تشکر می‌کنم. با سپاس فراوان از مبینا صانعی که کتاب را به صورت کامل بازخوانی و ویراست کرد و با تشکر از علیرضا ذاکری، ابوالفضل اسدی و جمعی از بچه‌های دوره‌ی ۲۳ المپیاد کشوری کامپیوتر.

عرفان عابدی

<http://ce.sharif.edu/~eabdi>

<http://irprogramming.ir>

[eabdi@ce.sharif.edu](mailto:eabdi@ce.sharif.edu)

آذرماه ۱۳۹۲

**راهنمای استفاده از کتاب.** این کتاب در ۳ فصل نوشته شده است. در فصل اول سعی شده است با معرفی زبان‌های کوچک و غیررسمی ساختار ذهن دانش‌پژوه با برنامه‌نویسی آشنا شود و ساختار الگوریتمی پیدا کند. در فصل دوم به صورت مختصر زبان ++C معرفی شده است و در نهایت در فصل سوم چهار روش حل مسائل به صورت مشروح توضیح داده شده است. در تمامی فصول درس‌نامه مثال‌هایی قرار داده شده است، هم‌چنین در انتهای هر بخش مسائلی آورده شده است برای تسلط بیشتر و آشنایی با ایده‌های جدیدتر. روش صحیح درس خوانده المپیادی این است که هر مثال یا مسئله‌ای را که می‌بینیم راه‌حل آن را تا زمانی که سؤال را حل نکرده‌ایم نبینیم. مثال‌ها و مسائل این کتاب نیز از این قاعده مستثنی نیست. فصل دوم و سوم که پاسخ اکثر سؤال‌های کدی که به زبان ++C می‌باشد تنها حل کردن سؤال به صورت تئوری کافی نمی‌باشد و در صورتی باعث پیشرفت شما خواهد بود که کد آن‌ها را نیز به درستی پیاده‌سازی کنید.



## فهرست مطالب

### ۱ تفکر الگوریتمی .....



#### فصل ۱



۲۵	ماشین کارت خور	۳-۱	۱	۱-۱	دستگاه P.A.A
			۱۵	۲-۱	دستگاه شبه C

### ۳۳ آشنایی با زبان ++C .....



#### فصل ۲



۴۴	چند مثال	۸-۲	۳۵	۱-۲	آشنایی با ++C
۴۷	توابع و کاربردهای آن	۹-۲	۳۵	۲-۲	خطا در کامپایل
۵۱	آرایه‌ها	۱۰-۲	۳۶	۳-۲	متغیرها
۵۳	آرایه‌های چندبعدی	۱۱-۲	۳۸	۴-۲	عملگرهای ریاضی
۵۴	توابع بازگشتی	۱۲-۲	۳۸	۵-۲	ورودی خواندن
۵۵	معرفی توابع پیش نوشته شده‌ی کاربردی	۱۳-۲	۴۰	۶-۲	دستورات شرطی
۵۸	کار با رشته	۱۴-۲	۴۲	۷-۲	حلقه‌ها

### ۶۳ روش حل مسائل .....



#### فصل ۳



۸۸	برنامه‌نویسی پویا	۴-۳	۶۳	۱-۳	پیچیدگی الگوریتم‌ها
۱۰۶	پسگرد	۵-۳	۶۵	۲-۳	حل سؤال با استفاده از ریاضیات
			۸۳	۳-۳	شبیه‌سازی

### ۱۱۳ ضمیمه .....



#### فصل ۴



۱۱۵	داده ساختارهای ++C	۲-۴	۱۱۳	۱-۴	توابع کاربردی
-----	--------------------	-----	-----	-----	---------------



## مقدمه

برای آشنایی با زبان‌های برنامه‌نویسی بهتر است که ابتدا با مفهوم تفکر الگوریتمی آشنا شوید. در فصل اول این کتاب به بررسی چند دستگاه پرداخته‌ایم که طبق دستورالعمل مشخصی دستورات خود را اجرا می‌کنند. در سال‌های اخیر سؤالاتی با این مضامین در مرحله‌ی دوم المپیاد آمده است و منبع منسجمی برای آن‌ها وجود نداشته است. همچنین بیان این موضوعات فضای ذهنی دانش‌پژوهان را به محیط برنامه‌نویسی نزدیک خواهد کرد.

در این فصل چند دستگاه تعریف می‌کنیم و با استفاده از آن‌ها برنامه‌هایی خواهیم نوشت. هر دستگاه از تعدادی دستور تشکیل می‌شود که نحوه‌ی اجرای آن‌ها نیز متفاوت خواهد بود. گام‌به‌گام با مثال‌ها پیش بروید تا با ساختار دستگاه‌ها آشنا شوید.



## دستگاه P.A.A

۱-۱

این دستگاه برای اولین بار در یکی از سؤال‌های المپیاد جهانی کامپیوتر آمده بود که در آن سال تنها یک نتیجه‌ی ساده از آن خواسته شده بود. اما به علت قدرت بالای این دستگاه، چندین مثال برای آن ارائه و حل می‌کنیم.

**تعریف دستگاه:** این دستگاه شامل یک ورودی و چندین دستور است. هر ورودی رشته‌ای از حروف است و دستورات نیز به شکل  $s_1 \rightarrow s_2$  می‌باشند. این بدان معنی است اگر در رشته‌ی ورودی، زیررشته‌ی  $s_1$  وجود داشت آن را به  $s_2$  تبدیل می‌کنیم. دستورات به ترتیب از بالا به پایین نوشته می‌شوند و اولویت اجرا

با دستورهای بالاتر است. دستگاه به این ترتیب عمل می‌کند:

از اولین دستور شروع می‌کند هرگاه به دستوری مانند  $s_1 \rightarrow s_2$  رسیدیم که رشته‌ی  $s_1$  در ورودی وجود داشته باشد، از سمت چپ اولین زیررشته‌ی  $s_1$  را با زیررشته‌ی  $s_2$  جایگزین می‌کنیم و سپس به دستور اول باز می‌گردیم. اگر هیچ کدام از دستورات قابلیت اجرا نداشته باشند رشته‌ی فعلی را به عنوان خروجی برنامه ارائه می‌دهیم. برای شروع با مثال زیر آغاز می‌کنیم:

### مثال ۱-۱

خروجی دستگاه زیر را بیابید.

ورودی:

aabbaba

دستورات:

- $aa \rightarrow c$
- $b \rightarrow aa$

**راه‌حل:** ورودی به صورت زیر تعریف می‌کند:

$\underline{a}abbaba \rightarrow c\underline{b}baba \rightarrow ca\underline{a}baba \rightarrow cca\underline{a}aba \rightarrow ccc\underline{a}ba \rightarrow ccca\underline{a}aa \rightarrow cccca\underline{a} \rightarrow ccccc$

پس خروجی برنامه رشته‌ی ccccc خواهد بود.

حال با چند مثال دیگر ادامه می‌دهیم:

### مثال ۲-۱

اگر ورودی یک دستگاه تعدادی  $a$  و دستوراتش به شکل زیر باشد، خروجی آن را بیابید.

- $aa \rightarrow a$

**راه‌حل:** دستور این برنامه دو حرف  $a$  از اول رشته را برداشته و یک  $a$  جای آن‌ها می‌گذارد. پس تا هنگامی که تعداد  $a$ ها بیش از یک باشد یکی یکی آن‌ها را کم می‌کند تا به یک  $a$  برسیم. مثلاً اگر ورودی شامل ۵ تا  $a$  باشد خواهیم داشت:

$\underline{a}aaaa \rightarrow \underline{a}aaa \rightarrow \underline{a}aa \rightarrow \underline{a}a \rightarrow a$

### مثال ۳-۱

ورودی یک دستگاه  $n$  عدد  $a$  می‌باشد و دستورات ما به شکل زیر است:

- $aa \rightarrow b$
- $a \rightarrow c$

خروجی آن را بیابید.

**راه‌حل:** همان طور که گفته شد تا هنگامی که دستور اول قابلیت اجرا داشته باشد نمی‌توان دستور دوم را



اجرا کرد. ابتدا به ازای هر  $aa$  یک  $b$  می‌گذاریم. در انتها اگر  $n$  زوج باشد  $\frac{n}{2}$  تا  $b$  خواهیم داشت و اگر  $n$  فرد باشد  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  تا  $b$  می‌ماند و آخرین  $a$  باقی‌مانده تبدیل به  $c$  می‌شود.

مثلاً اگر  $n$  برابر ۵ باشد ورودی  $aaaaa$  است و به این ترتیب تغییر خواهد کرد:

$$aaaaa \rightarrow \underline{baaa} \rightarrow \underline{bba} \rightarrow \underline{bbc}$$

**مثال ۴-۱**

فرض کنید ورودی یک دستگاه به شکل زیر باشد:

$$\underbrace{baaa \cdots a}_n$$

برنامه‌ای بنویسید که خروجی آن رشته‌ی زیر شود:

$$\underbrace{aaa \cdots a}_n b$$

**راه‌حل:** اگر مجموعه دستورات به شکل زیر باشد تا هنگامی که  $b$  قبل از  $a$ ها باشد یک خانه جلو می‌رود تا به انتهای رشته برسد و در نهایت متوقف خواهد شد.

- $ba \rightarrow ab$

**مثال ۵-۱**

فرض کنید ورودی یک دستگاه  $aaa \cdots a$  باشد. دستگاهی طراحی کنید که در انتها

باقی‌مانده‌ی  $n$  بر ۳ را در خروجی نمایش دهد. مثلاً اگر  $n$  برابر ۱۰ بود (در ورودی ۱۰ تا  $a$  داشتیم)، در خروجی عدد ۱ نشان داده شود.

**راه‌حل اول:** توجه کنید اگر  $n$  بزرگ‌تر از ۳ باشد و ۳ واحد از آن کم کنیم، باقی‌مانده‌اش بر ۳ برابر باقی‌مانده‌ی  $n$  خواهد بود. پس به ازای هر  $aaa$  یک  $b$  می‌گذاریم. در واقع هر  $b$  نمایانگر ۳ تا  $a$  است. البته تعداد  $b$ ها برای ما مهم نیست و آن‌ها را در نهایت یکی‌یکی کم می‌کنیم.

- $aaa \rightarrow b$
- $bb \rightarrow b$
- $baa \rightarrow 2$
- $ba \rightarrow 1$
- $b \rightarrow 0$
- $aa \rightarrow 2$
- $a \rightarrow 1$

توجه کنید دستورهای ششم و هفتم برای حالتی نوشته شده‌اند که در ورودی کم‌تر از ۳ تا  $a$  داشته باشیم.

راه حل دوم. از ایده‌ی قسمت قبل استفاده کرده و آن را بهینه می‌کنیم:

- $aaaa \rightarrow a$
- $aaa \rightarrow \circ$
- $aa \rightarrow ۲$
- $a \rightarrow ۱$

در صورتی که طول رشته بیش‌تر از ۳ باشد، ۳ واحد از آن کم می‌شود و در غیر این صورت باقی‌مانده‌ی  $n$  بر ۳ جایگزین خواهد شد.

**مثال ۶-۱** فرض کنید ورودی دستگاه از تعدادی  $a$  و  $b$  تشکیل شده باشد و یک  $c$  هم در ابتدای آن‌ها باشد.

می‌خواهیم در خروجی تنها دو حرف آخر این رشته باقی بماند. برای مثال اگر ورودی  $cabbabba$  باشد، در خروجی باید  $ba$  بماند. برنامه‌ای برای این کار بنویسید.

**راه حل اول.** ابتدا  $c$  را به انتها می‌بریم و زمانی که  $c$  به انتها رسید از دو حرف آخر می‌پریم و حرف  $c$  را به حرف  $d$  تغییر می‌دهیم تا دوباره  $c$  به انتها نرود و سمت چپ  $d$  را حذف می‌کنیم.

- $ca \rightarrow ac$
- $cb \rightarrow bc$

هنگامی که دو دستور اول اجرا نشود یعنی  $c$  به انتها رسیده حال دو حرف آخر، چهار حالت روبه‌رو را دارد:

- $aac \rightarrow daa$
- $abc \rightarrow dab$
- $bac \rightarrow dba$
- $bbc \rightarrow dbb$

حرف‌های سمت چپ  $d$  را یکی‌یکی حذف می‌کند:

- $ad \rightarrow d$
- $bd \rightarrow d$

در انتها  $d$  را حذف می‌کنیم:

- $d \rightarrow \phi$



راه حل دوم. هنگامی که جاوی c حداقل ۳ حرف باشد، حرف اول مسلماً جزو دو حرف آخر رشته نیست. پس آن را حذف می‌کنیم.

- $caaa \rightarrow caa$
  - $caab \rightarrow cab$
  - $caba \rightarrow cba$
  - $cabb \rightarrow cbb$
  - $cbaa \rightarrow caa$
  - $cbab \rightarrow cab$
  - $cbba \rightarrow cba$
  - $cbbb \rightarrow cbb$
  - $c \rightarrow \phi$
-