

آزمون‌های مبحثی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضه

ویراست چهارم

کازم اجلالی، ارشک حمیدی



انتگرالگو

مجموعه کتاب‌های موج‌آزمون ویژه رشته تجربی نشر الگو:

- موج‌آزمون شیمی پایه
- موج‌آزمون ریاضی (رشته تجربی)
- موج‌آزمون شیمی دوازدهم + آزمون‌های جامع
- موج‌آزمون جامع فیزیک (رشته تجربی)
- موج‌آزمون جامع زیست‌شناسی (نسل جدید)
- الگوی کنکور دروس اختصاصی (رشته تجربی)



- ۲۲۷ آزمون مبحثی و جامع از کتاب‌های ریاضی ۱، ریاضی ۲ و ریاضی ۳
- آزمون‌های جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری
- پاسخ‌های کاملاً تشریحی برای همه آزمون‌ها
- کتابی کامل و جامع برای مرور مطالب ریاضی
- در کل شامل ۲۶۵۰ تست با پاسخ تشریحی



شما می‌توانید سوالات خود را از طریق کانال تلگرام ریاضی الگو به آدرس زیر با انتشارات در میان بگذارید:

https://t.me/olgoo_riaziaat_riazi (رشته ریاضی)

https://t.me/olgoo_riaziaat_tajrobi (رشته تجربی)

**انتشارات
الگو**
www.olgoobooks.ir



پیشگفتار

سال‌هاست که در کشور ما اصلی‌ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور است. آزمونی که ویژگی اصلی‌اش چهارگزینه‌ای بودن پرسش‌هاست. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به‌ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهارگزینه‌ای است. به همین دلیل، هر چند بعید است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهارگزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از مواجهه با پرسش‌های چهارگزینه‌ای نیست!

کتاب‌های **موج آزمون** ویژه آمادگی برای کنکور است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، ریاضی ۲ سال یازدهم و ریاضی ۳ سال دوازدهم است. این کتاب پنج بخش دارد. عنوان بخش اول «آزمون‌های دست‌گرمی» است. آزمون‌های این بخش برای اینکه از میزان آمادگی خودتان آگاه شوید، مناسب‌اند. طبیعتاً پرسش‌های این بخش ساده‌ترند. اگر فکر می‌کنید آمادگی لازم را دارید، می‌توانید از حل پرسش‌های این بخش صرف‌نظر کنید و به سراغ بخش دوم بروید. عنوان بخش دوم «آزمون‌های موضوعی» است، که شامل آزمون‌های متنوع برای هر مبحث است. عمده تغییرات این ویراست نسبت به ویراست قبلی در همین بخش است. آزمون‌های این بخش را متناسب با کنکورها و آزمون‌های آزمایشی سال‌های اخیر تنظیم کرده‌ایم، پس طبیعی است که در این بخش با پرسش‌های جدیدتر و دشوارتری مواجه شوید. مهم‌ترین بخش برای یادگیری، پیشرفت و کسب مهارت لازم در مسیر موفقیت شما این بخش است. از این بخش می‌توانید در طول سال تحصیلی استفاده کنید.

عنوان بخش سوم «آزمون‌های فصلی» است که آزمون‌های آن برای جمع‌بندی و تثبیت یادگیری مهم‌اند. این بخش مناسب دوران جمع‌بندی است. در بخش چهارم که «آزمون‌های جامع تألیفی» نام دارد، آزمون‌هایی جامع و تألیفی آورده‌ایم که کنکورهای سراسری را شبیه‌سازی می‌کنند. در بخش پنجم «آزمون‌های کنکور» سال‌های اخیر را آورده‌ایم. از دو بخش اخیر می‌توانید برای جمع‌بندی استفاده کنید.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، خانم عاطفه ربیعی، دکتر ابوالفضل علی‌بمانی و دکتر آریس آقانیانس برای ویراستاری علمی کتاب، خانم فاطمه احدی برای صفحه‌آرایی کتاب، آقای سامان شاهین‌پور و خانم مرضیه کریمی برای رسم شکل‌ها و خانم سکینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروفچینی تشکر و قدردانی کنیم.

فهرست

بخش اول: آزمون‌های دست گرمی

- آزمون ۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی ۲
- آزمون ۲: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم ۳
- آزمون ۳: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۴
- آزمون ۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۵
- آزمون ۵: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۶
- آزمون ۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۷
- آزمون ۷: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۸
- آزمون ۸: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۹
- آزمون ۹: تابع (۱) ۱۰
- آزمون ۱۰: تابع (۲) ۱۱
- آزمون ۱۱: تابع (۳) ۱۲
- آزمون ۱۲: مثلثات (۱) ۱۳
- آزمون ۱۳: مثلثات (۲) ۱۴
- آزمون ۱۴: حد و پیوستگی (۱) ۱۵
- آزمون ۱۵: حد و پیوستگی (۲) ۱۶
- آزمون ۱۶: حد و پیوستگی (۳) ۱۷
- آزمون ۱۷: مشتق (۱) ۱۹
- آزمون ۱۸: مشتق (۲) ۲۰
- آزمون ۱۹: کاربردهای مشتق (۱) ۲۱
- آزمون ۲۰: کاربردهای مشتق (۲) ۲۲
- آزمون ۲۱: هندسه تحلیلی (۱) ۲۳
- آزمون ۲۲: هندسه تحلیلی (۲) ۲۴
- آزمون ۲۳: استدلال و هندسه ۲۵
- آزمون ۲۴: آمار و احتمال (۱) ۲۷
- آزمون ۲۵: آمار و احتمال (۲) ۲۸
- آزمون ۲۶: آمار و احتمال (۳) ۲۹

بخش دوم: آزمون‌های موضوعی

بازه و مجموعه

- آزمون ۲۷: بازه ۳۲
- آزمون ۲۸: مجموعه ۳۳

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی

- آزمون ۲۹: الگو و دنباله ۳۴
- آزمون ۳۰: دنباله حسابی (۱) ۳۵
- آزمون ۳۱: دنباله حسابی (۲) ۳۶
- آزمون ۳۲: دنباله هندسی (۱) ۳۷
- آزمون ۳۳: دنباله هندسی (۲) ۳۸
- آزمون ۳۴: دنباله حسابی و دنباله هندسی ۳۹

توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

- آزمون ۳۵: توان و ریشه ۴۰
- آزمون ۳۶: اتحاد (۱) ۴۱
- آزمون ۳۷: اتحاد (۲) ۴۲
- آزمون ۳۸: تجزیه (۱) ۴۳
- آزمون ۳۹: تجزیه (۲) ۴۴
- آزمون ۴۰: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۴۵
- آزمون ۴۱: بخش پذیری و تقسیم ۴۶

معادله، تعیین علامت و نامعادله

- آزمون ۴۲: حل معادله درجه دوم ۴۷
- آزمون ۴۳: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۴۸
- آزمون ۴۴: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۴۹
- آزمون ۴۵: رابطه بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۵۰
- آزمون ۴۶: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص ۵۱
- آزمون ۴۷: معادله‌های گویا (۱) ۵۲
- آزمون ۴۸: معادله‌های گویا (۲) ۵۳

- آزمون ۴۹: تعیین علامت و نامعادله (۱) ۵۴
- آزمون ۵۰: تعیین علامت و نامعادله (۲) ۵۵
- آزمون ۵۱: معادله‌های رادیکالی (۱) ۵۶
- آزمون ۵۲: معادله‌های رادیکالی (۲) ۵۷

قدرمطلق و جزء صحیح

- آزمون ۵۳: معادلات قدرمطلق ۵۸
- آزمون ۵۴: نامعادلات قدرمطلق ۵۹
- آزمون ۵۵: توابع شامل قدرمطلق ۶۰
- آزمون ۵۶: جزء صحیح و ویژگی‌های آن ۶۱
- آزمون ۵۷: توابع شامل جزء صحیح ۶۲

توابع نمایی و لگاریتمی

- آزمون ۵۸: تابع نمایی (۱) ۶۳
- آزمون ۵۹: تابع نمایی (۲) ۶۵
- آزمون ۶۰: معادلات نمایی ۶۶
- آزمون ۶۱: نامعادلات نمایی ۶۷
- آزمون ۶۲: لگاریتم (۱) ۶۸
- آزمون ۶۳: لگاریتم (۲) ۶۹
- آزمون ۶۴: تابع لگاریتمی (۱) ۷۰
- آزمون ۶۵: تابع لگاریتمی (۲) ۷۱
- آزمون ۶۶: معادلات لگاریتمی ۷۲
- آزمون ۶۷: نامعادلات لگاریتمی ۷۳

تابع

- آزمون ۶۸: مفاهیم اولیه تابع ۷۴
- آزمون ۶۹: توابع معروف ۷۵
- آزمون ۷۰: سهمی و تابع درجه دوم (۱) ۷۶
- آزمون ۷۱: سهمی و تابع درجه دوم (۲) ۷۷
- آزمون ۷۲: دامنه و برد تابع و تساوی توابع ۷۸
- آزمون ۷۳: مدل‌سازی با توابع ۷۹
- آزمون ۷۴: جبر توابع ۸۱
- آزمون ۷۵: ترکیب توابع (۱) ۸۲

- آزمون ۷۶: ترکیب توابع (۲) ۸۳
- آزمون ۷۷: ترکیب توابع (۳) ۸۴
- آزمون ۷۸: تبدیل نمودار توابع (۱) ۸۵
- آزمون ۷۹: تبدیل نمودار توابع (۲) ۸۷
- آزمون ۸۰: توابع یک‌به‌یک ۸۸
- آزمون ۸۱: توابع یکنوا (۱) ۸۹
- آزمون ۸۲: توابع یکنوا (۲) ۹۰
- آزمون ۸۳: تابع وارون (۱) ۹۱
- آزمون ۸۴: تابع وارون (۲) ۹۲

مثلثات

- آزمون ۸۵: نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه ۹۳
- آزمون ۸۶: نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی ۹۵
- آزمون ۸۷: اتحادهای مثلثاتی (۱) ۹۶
- آزمون ۸۸: اتحادهای مثلثاتی (۲) ۹۷
- آزمون ۸۹: واحدهای اندازه‌گیری زاویه ۹۸
- آزمون ۹۰: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۱) ۹۹
- آزمون ۹۱: نسبت‌های مثلثاتی همه زاویه‌ها (۲) ۱۰۰
- آزمون ۹۲: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۱) ۱۰۱
- آزمون ۹۳: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۲) ۱۰۲
- آزمون ۹۴: توابع مثلثاتی (۱) ۱۰۳
- آزمون ۹۵: توابع مثلثاتی (۲) ۱۰۴
- آزمون ۹۶: معادلات مثلثاتی (۱) ۱۰۶
- آزمون ۹۷: معادلات مثلثاتی (۲) ۱۰۷
- آزمون ۹۸: معادلات مثلثاتی (۳) ۱۰۸

حد و پیوستگی

- آزمون ۹۹: مفهوم حد و قضایای حد (۱) ۱۰۹
- آزمون ۱۰۰: مفهوم حد و قضایای حد (۲) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۱: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع گویا ۱۱۱
- آزمون ۱۰۲: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ در توابع رادیکالی ۱۱۲
- آزمون ۱۰۳: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (خارج از کتاب درسی) ۱۱۳
- آزمون ۱۰۴: پیوستگی ۱۱۴

هندسه تحلیلی

- آزمون ۱۳۰: خط راست (۱) ۱۴۱
- آزمون ۱۳۱: خط راست (۲) ۱۴۲
- آزمون ۱۳۲: تفکر تجسمی ۱۴۳
- آزمون ۱۳۳: بیضی (۱) ۱۴۴
- آزمون ۱۳۴: بیضی (۲) ۱۴۶
- آزمون ۱۳۵: دایره (۱) ۱۴۸
- آزمون ۱۳۶: دایره (۲) ۱۴۹

استدلال و هندسه

- آزمون ۱۳۷: استدلال، عمودمنصف و نیمساز ۱۵۰
- آزمون ۱۳۸: نسبت و تناسب ۱۵۱
- آزمون ۱۳۹: قضیه تالس (۱) ۱۵۲
- آزمون ۱۴۰: قضیه تالس (۲) ۱۵۴
- آزمون ۱۴۱: تشابه (۱) ۱۵۶
- آزمون ۱۴۲: تشابه (۲) ۱۵۸
- آزمون ۱۴۳: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۱) ۱۶۰
- آزمون ۱۴۴: روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه (۲) ۱۶۲

آمار و احتمال

- آزمون ۱۴۵: اصل جمع و اصل ضرب (۱) ۱۶۴
- آزمون ۱۴۶: اصل جمع و اصل ضرب (۲) ۱۶۵
- آزمون ۱۴۷: جایگشت (۱) ۱۶۶
- آزمون ۱۴۸: جایگشت (۲) ۱۶۷
- آزمون ۱۴۹: ترکیب (۱) ۱۶۸
- آزمون ۱۵۰: ترکیب (۲) ۱۶۹
- آزمون ۱۵۱: احتمال مقدماتی (۱) ۱۷۰
- آزمون ۱۵۲: احتمال مقدماتی (۲) ۱۷۱
- آزمون ۱۵۳: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۱) ۱۷۲
- آزمون ۱۵۴: احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل (۲) ۱۷۳
- آزمون ۱۵۵: قانون احتمال کل (۱) ۱۷۴
- آزمون ۱۵۶: قانون احتمال کل (۲) ۱۷۵
- آزمون ۱۵۷: آمار ۱۷۶

- آزمون ۱۰۵: حد بی‌نهایت (۱) ۱۱۵
- آزمون ۱۰۶: حد بی‌نهایت (۲) ۱۱۶
- آزمون ۱۰۷: حد در بی‌نهایت (۱) ۱۱۷
- آزمون ۱۰۸: حد در بی‌نهایت (۲) ۱۱۸
- آزمون ۱۰۹: حالت‌های مبهم $0 \times \infty$ و $\infty - \infty$ (خارج از کتاب درسی) ۱۱۹

مشتق

- آزمون ۱۱۰: مفهوم مشتق (۱) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۱: مفهوم مشتق (۲) ۱۲۱
- آزمون ۱۱۲: قواعد مشتق‌گیری (۱) ۱۲۲
- آزمون ۱۱۳: قواعد مشتق‌گیری (۲) ۱۲۳
- آزمون ۱۱۴: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۲۴
- آزمون ۱۱۵: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۲۵
- آزمون ۱۱۶: مشتق‌پذیری ۱۲۶
- آزمون ۱۱۷: خط مماس بر نمودار تابع ۱۲۷
- آزمون ۱۱۸: آهنگ تغییر ۱۲۸
- آزمون ۱۱۹: مشتق دوم ۱۲۹
- آزمون ۱۲۰: قاعده هویتنال ۱۳۰

کاربردهای مشتق

- آزمون ۱۲۱: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۱) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۲: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۲) ۱۳۲
- آزمون ۱۲۳: نقاط بحرانی ۱۳۳
- آزمون ۱۲۴: اکسترم‌های نسبی (۱) ۱۳۴
- آزمون ۱۲۵: اکسترم‌های نسبی (۲) ۱۳۵
- آزمون ۱۲۶: اکسترم‌های مطلق (۱) ۱۳۶
- آزمون ۱۲۷: اکسترم‌های مطلق (۲) ۱۳۷
- آزمون ۱۲۸: بهینه‌سازی (۱) ۱۳۸
- آزمون ۱۲۹: بهینه‌سازی (۲) ۱۳۹

بخش سوم: آزمون‌های فصلی

آزمون ۱۵۸: بازه و مجموعه ۱۷۸	آزمون ۲۰۹ ۲۰۹
آزمون ۱۵۹: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱) ۱۷۹	آزمون ۱۸۹: مثلثات (۱) ۲۱۰
آزمون ۱۶۰: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲) ۱۸۰	آزمون ۱۹۰: مثلثات (۲) ۲۱۱
آزمون ۱۶۱: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳) ۱۸۱	آزمون ۱۹۱: مثلثات (۳) ۲۱۲
آزمون ۱۶۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴) ۱۸۲	آزمون ۱۹۲: مثلثات (۴) ۲۱۳
آزمون ۱۶۳: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۱) ۱۸۳	آزمون ۱۹۳: مثلثات (۵) ۲۱۴
آزمون ۱۶۴: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۲) ۱۸۴	آزمون ۱۹۴: مثلثات (۶) ۲۱۵
آزمون ۱۶۵: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۳) ۱۸۵	آزمون ۱۹۵: مثلثات (۷) ۲۱۶
آزمون ۱۶۶: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۴) ۱۸۶	آزمون ۱۹۶: حد و پیوستگی (۱) ۲۱۷
آزمون ۱۶۷: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۵) ۱۸۷	آزمون ۱۹۷: حد و پیوستگی (۲) ۲۱۸
آزمون ۱۶۸: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۱۸۸	آزمون ۱۹۸: حد و پیوستگی (۳) ۲۱۹
آزمون ۱۶۹: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۱۸۹	آزمون ۱۹۹: حد و پیوستگی (۴) ۲۲۰
آزمون ۱۷۰: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۳) ۱۹۰	آزمون ۲۰۰: حد و پیوستگی (۵) ۲۲۱
آزمون ۱۷۱: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۴) ۱۹۱	آزمون ۲۰۱: حد و پیوستگی (۶) ۲۲۲
آزمون ۱۷۲: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۵) ۱۹۲	آزمون ۲۰۲: حد و پیوستگی (۷) ۲۲۳
آزمون ۱۷۳: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۱۹۳	آزمون ۲۰۳: مشتق (۱) ۲۲۴
آزمون ۱۷۴: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۱۹۴	آزمون ۲۰۴: مشتق (۲) ۲۲۵
آزمون ۱۷۵: قدرمطلق و جزء صحیح (۳) ۱۹۵	آزمون ۲۰۵: مشتق (۳) ۲۲۶
آزمون ۱۷۶: قدرمطلق و جزء صحیح (۴) ۱۹۶	آزمون ۲۰۶: مشتق (۴) ۲۲۷
آزمون ۱۷۷: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۱۹۷	آزمون ۲۰۷: مشتق (۵) ۲۲۸
آزمون ۱۷۸: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۱۹۸	آزمون ۲۰۸: مشتق (۶) ۲۲۹
آزمون ۱۷۹: توابع نمایی و لگاریتمی (۳) ۱۹۹	آزمون ۲۰۹: مشتق (۷) ۲۳۰
آزمون ۱۸۰: توابع نمایی و لگاریتمی (۴) ۲۰۰	آزمون ۲۱۰: مشتق (۸) ۲۳۱
آزمون ۱۸۱: توابع نمایی و لگاریتمی (۵) ۲۰۱	آزمون ۲۱۱: کاربردهای مشتق (۱) ۲۳۲
آزمون ۱۸۲: تابع (۱) ۲۰۲	آزمون ۲۱۲: کاربردهای مشتق (۲) ۲۳۳
آزمون ۱۸۳: تابع (۲) ۲۰۳	آزمون ۲۱۳: کاربردهای مشتق (۳) ۲۳۴
آزمون ۱۸۴: تابع (۳) ۲۰۵	آزمون ۲۱۴: کاربردهای مشتق (۴) ۲۳۵
آزمون ۱۸۵: تابع (۴) ۲۰۶	آزمون ۲۱۵: کاربردهای مشتق (۵) ۲۳۶
آزمون ۱۸۶: تابع (۵) ۲۰۷	آزمون ۲۱۶: کاربردهای مشتق (۶) ۲۳۷
آزمون ۱۸۷: تابع (۶) ۲۰۸	آزمون ۲۱۷: کاربردهای مشتق (۷) ۲۳۸
	آزمون ۲۱۸: هندسه تحلیلی (۱) ۲۳۹

● بخش پنجم: آزمون‌های کنکور

- آزمون ۲۴۴: کنکور تجربی سال ۱۳۹۹ - داخل کشور ۲۹۰
- آزمون ۲۴۵: کنکور تجربی سال ۱۳۹۹ - خارج از کشور ۲۹۳
- آزمون ۲۴۶: کنکور تجربی سال ۱۴۰۰ - داخل کشور ۲۹۶
- آزمون ۲۴۷: کنکور تجربی سال ۱۴۰۰ - خارج از کشور ۲۹۹
- آزمون ۲۴۸: کنکور تجربی سال ۱۴۰۱ - داخل کشور ۳۰۲
- آزمون ۲۴۹: کنکور تجربی سال ۱۴۰۱ - خارج از کشور ۳۰۵
- آزمون ۲۵۰: کنکور تجربی سال ۱۴۰۲ (نوبت اول) ۳۰۸
- آزمون ۲۵۱: کنکور تجربی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - داخل کشور ۳۱۱
- آزمون ۲۵۲: کنکور تجربی سال ۱۴۰۲ (نوبت دوم) - خارج از کشور ۳۱۴

● بخش ششم: پاسخ‌های تشریحی

- پاسخ‌های تشریحی ۳۱۸

● بخش هفتم: پاسخنامه کلیدی

- پاسخنامه کلیدی ۵۹۶

- آزمون ۲۱۹: هندسه تحلیلی (۲) ۲۴۰
- آزمون ۲۲۰: هندسه تحلیلی (۳) ۲۴۱
- آزمون ۲۲۱: هندسه تحلیلی (۴) ۲۴۲
- آزمون ۲۲۲: هندسه تحلیلی (۵) ۲۴۳
- آزمون ۲۲۳: استدلال و هندسه (۱) ۲۴۴
- آزمون ۲۲۴: استدلال و هندسه (۲) ۲۴۵
- آزمون ۲۲۵: استدلال و هندسه (۳) ۲۴۶
- آزمون ۲۲۶: استدلال و هندسه (۴) ۲۴۸
- آزمون ۲۲۷: آمار و احتمال (۱) ۲۴۹
- آزمون ۲۲۸: آمار و احتمال (۲) ۲۵۰
- آزمون ۲۲۹: آمار و احتمال (۳) ۲۵۱
- آزمون ۲۳۰: آمار و احتمال (۴) ۲۵۲
- آزمون ۲۳۱: آمار و احتمال (۵) ۲۵۳
- آزمون ۲۳۲: آمار و احتمال (۶) ۲۵۴
- آزمون ۲۳۳: آمار و احتمال (۷) ۲۵۵

● بخش چهارم: آزمون‌های جامع تألیفی

- آزمون ۲۳۴: جامع (۱) ۲۵۸
- آزمون ۲۳۵: جامع (۲) ۲۶۱
- آزمون ۲۳۶: جامع (۳) ۲۶۴
- آزمون ۲۳۷: جامع (۴) ۲۶۷
- آزمون ۲۳۸: جامع (۵) ۲۷۰
- آزمون ۲۳۹: جامع (۶) ۲۷۳
- آزمون ۲۴۰: جامع (۷) ۲۷۶
- آزمون ۲۴۱: جامع (۸) ۲۷۹
- آزمون ۲۴۲: جامع (۹) ۲۸۲
- آزمون ۲۴۳: جامع (۱۰) ۲۸۵

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی

آزمون ۱

محل انجام محاسبات

- ۱- کدام یک می‌تواند جمله عمومی دنباله $2, 3, 10, 15, \dots$ باشد؟
- (۱) $a_n = n + 1$ (۲) $a_n = n^2 - (-1)^n$ (۳) $a_n = 3n^2 - 8n + 7$ (۴) $a_n = 2n^2 - 5n + 5$
- ۲- مجموع بیست جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{4}{n}\right] + \left[-\frac{5}{n}\right]$ کدام است؟
- (۱) -20 (۲) -19 (۳) -16 (۴) -15
- ۳- جمله k ام دنباله با جمله عمومی $a_n = (-1)^n \frac{n-4}{7-n}$ برابر $\frac{5}{4}$ است. مقدار a_{k-3} کدام است؟
- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$
- ۴- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟
- (۱) 32 (۲) 48 (۳) 56 (۴) 64
- ۵- سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟
- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 75° (۴) 90°
- ۶- جمله عمومی دنباله‌ای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$
- ۷- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟
- (۱) $a_n = 1 - \frac{n}{2}$ (۲) $a_n = n - \frac{1}{2}$ (۳) $a_n = \frac{1}{2} - n$ (۴) $a_n = \frac{n}{2} + 1$
- ۸- اگر $\sqrt{a}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[3]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[6]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[6]{2}$
- ۹- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_7}{a_3}$ کدام است؟
- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) 4 (۴) $\sqrt{8}$
- ۱۰- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

تجربی ۹۵

تجربی ۹۲

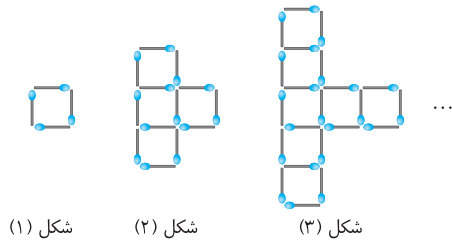
درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

الگو و دنباله

آزمون ۲۹

محل انجام محاسبات



شکل (۱)

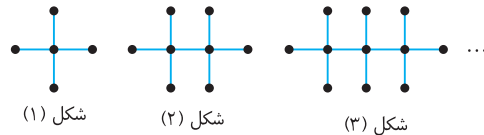
شکل (۲)

شکل (۳)

۲۸۱- تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن

شکل چهاردهم در الگوی مقابل چندتا است؟

۱۱۲ (۲)	۱۰۳ (۱)
۱۳۰ (۴)	۱۲۱ (۳)



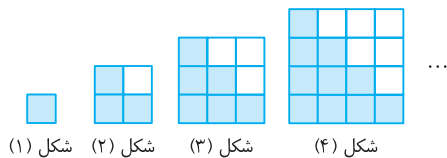
شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۲۸۲- تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟

۶۱ (۲)	۶۰ (۱)
۶۴ (۴)	۶۲ (۳)



شکل (۱)

شکل (۲)

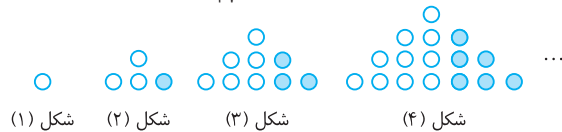
شکل (۳)

شکل (۴)

۲۸۳- در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده

و رنگ نشده در شکل سی‌ام چندتا است؟

۲۰ (۲)	۱۵ (۱)
۳۵ (۴)	۳۰ (۳)

۲۸۴- در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{1}{17}$ است؟

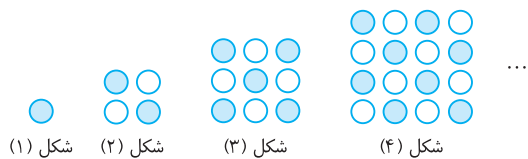
شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

۱۷ (۲)	۱۸ (۱)
۱۵ (۴)	۱۶ (۳)



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

شکل (۴)

۲۸۵- در الگوی مقابل، در شکل چندم تعداد

گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟

۱۵ (۲)	۱۷ (۱)
۱۴ (۴)	۱۶ (۳)

۲۸۶- همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{5n+3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

$-\frac{7}{5}$ (۴)	$-\frac{6}{5}$ (۳)	$-\frac{4}{5}$ (۲)	$-\frac{3}{5}$ (۱)
--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

۲۸۷- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_{100} کدام است؟

$\frac{1}{102}$ (۴)	$\frac{1}{101}$ (۳)	$\frac{1}{100}$ (۲)	$\frac{1}{99}$ (۱)
---------------------	---------------------	---------------------	--------------------

۲۸۸- اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

-۴ (۴)	۲۰ (۳)	-۸ (۲)	۱۲ (۱)
--------	--------	--------	--------

۲۸۹- چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log_2 \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -۳ شود؟

۸ (۴)	۷ (۳)	۶ (۲)	۵ (۱)
-------	-------	-------	-------

۲۹۰- مجموع سی جمله اول دنباله با جمله عمومی $a_n = \left[\frac{10n}{n+1} \right]$ کدام است؟

۲۰۴ (۴)	۲۰۳ (۳)	۲۰۲ (۲)	۲۰۱ (۱)
---------	---------	---------	---------

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

دنباله حسابی (۱)

محل انجام محاسبات

۲۹۱- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار $\frac{a_{100}}{a_{50}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{19}$ (۴) $\frac{49}{39}$

۲۹۲- اگر در دنباله‌ای حسابی $124 = -7a_9 + 4a_8 - 3a_7$ ، مقدار $12a_{12} - 7a_{11} + 5a_{10}$ کدام است؟

- (۱) ۲۶۰ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۸۵ (۴) ۲۹۰

۲۹۳- در دنباله حسابی $\dots, -2, 4x-9, x^2-9, -1, 3x$ مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۹۴- چندمین جمله از دنباله حسابی $\dots, 5, 2, -1$ برابر ۲۱۸ است؟

- (۱) هفتاد و یکم (۲) هفتاد و چهارم (۳) هفتاد و پنجم (۴) هفتاد و هشتم

۲۹۵- در دنباله حسابی $\dots, 10, 6, 2$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۸

۲۹۶- در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_3 = 16$ و $a_1 + a_5 + a_8 = 51$ ، جمله نهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۲ (۴) ۴۳

۲۹۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟

- (۱) 110° (۲) 115° (۳) 120° (۴) 130°

۲۹۸- در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟

$\sqrt{3}-5$					$\sqrt{3}+5$
--------------	--	--	--	--	--------------

- (۱) $\sqrt{3}-4$ (۲) $\sqrt{3}-3$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-1$

۲۹۹- مجموع سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4

۳۰۰- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب نهم جمله نخست این دنباله برابر

$10! \times 10^8$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۰۰۰

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

دنباله حسابی (۲)

آزمون ۳۱

محل انجام محاسبات

۳۰۱- دو دنباله حسابی یکی با جمله عمومی a_n و دیگری با جمله عمومی b_n داریم. اگر $a_1 + b_1 = 7$ و $a_3 + b_3 = 21$ ،

مقدار $a_5 + b_5$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲

۳۰۲- اگر $a+b$ ، $a+c$ ، $b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

- (۱) b, a, c (۲) b, c, a (۳) a, c, b (۴) a, b, c

۳۰۳- در دنباله حسابی $196, 192, 188, \dots$ نخستین جمله کوچک‌تر از 10 چندمین جمله است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۳۰۴- در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم 32 واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر 15 باشد، چند

جمله از دنباله مثبت هستند؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۳۰۵- اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^2 - 8x + 12) = 0$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، a چند مقدار مختلف

ممکن است باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۰۶- جمله نخست دنباله‌ای حسابی عددی مثبت است و در این دنباله $3a_8 = 5a_{13}$. اگر S_n مجموع n جمله نخست

این دنباله حسابی باشد، کدام گزینه از بقیه بزرگ‌تر است؟

- (۱) S_1 (۲) S_2 (۳) S_3 (۴) S_4

۳۰۷- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائمه به طول ضلع کوتاه‌تر

زاویه قائمه این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۳۰۸- مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آن‌ها برابر 80 است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین

و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) -18 (۲) -27 (۳) -36 (۴) -45

۳۰۹- بین دو عدد $m^2 + 3m + 4$ و $m^2 + 4$ ، تعداد $m-1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله

حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۱۰- جملات دنباله حسابی $2, 7, 12, 17, 22, 27, \dots$ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که در هر دسته به تعداد شماره آن

دسته عدد وجود داشته باشد. میانگین اعداد واقع در دسته بیستم کدام است؟

$\{2\}, \{7, 12\}, \{17, 22, 27\}, \dots$

- (۱) 1001 (۲) $999/5$ (۳) 1002 (۴) 1004

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

دنباله هندسی (۱)

۳۱۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $2a_{n+1} = 3a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار $a_{17} - a_{10}$ کدام است؟

(۱) $\frac{19}{6} \left(\frac{3}{2}\right)^{16}$ (۲) $\frac{19}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{16}$ (۳) $\frac{3^{29}}{2^{28}}$ (۴) $\frac{3^{30}}{2^{29}}$

۳۱۲- اگر $8^{2-3x}, 4^{3x}, 2^{x-4}$ دنباله‌ای هندسی باشد، جمله یازدهم این دنباله چند برابر $\sqrt[3]{2}$ است؟

(۱) 2^{39} (۲) 2^{40} (۳) 2^{41} (۴) 2^{42}

۳۱۳- واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه دوم $4/5$ و واسطه هندسی جواب‌های آن $1/5$ است. در این معادله نسبت جواب بزرگ‌تر به جواب کوچک‌تر کدام است؟

(۱) $17+12\sqrt{2}$ (۲) $12+11\sqrt{2}$ (۳) $6+4\sqrt{2}$ (۴) $4+6\sqrt{2}$

۳۱۴- در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1 a_6 = 27$ و $a_4 a_9 = 9$. مقدار a_5 کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱

۳۱۵- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۳۱۶- حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر 1024 است. جمله وسط کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۱۷- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $32\sqrt{2}$ (۴) $64\sqrt{2}$

۳۱۸- اگر جمله هفتم دنباله هندسی $a, \log_{16} a, \log_{32} a$ برابر $\frac{1}{32}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۳۱۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_6 - a_2 = 25$. مقدار a_7 کدام است؟

(۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{15}{24}$ (۴) $\frac{25}{24}$

۳۲۰- در دنباله‌ای هندسی با جمله عمومی a_n و قدرنسبت مخالف ۱ می‌دانیم $\frac{a_4 - a_1}{a_3 - a_2} = -1$. مقدار عبارت $\frac{a_4 + a_3}{a_1 + a_2}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

درصد	نزده	نادرست	درست

دنباله هندسی (۲)

آزمون ۳۳

محل انجام محاسبات

۳۲۱- اگر a_n جمله عمومی دنباله‌ای هندسی باشد، $a_4 = 5$ و $a_7 = 2$ ، مجموع $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_8$ کدام است؟

- ۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۳۲۲- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم، قدرنسبت دو برابر حالت قبل می‌شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟

- ۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۳۲۳- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آن‌ها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- ۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۲۴- مجموع جمله‌های اول و چهارم دنباله‌ای هندسی برابر $\frac{28}{9}$ و حاصل ضرب جمله‌های دوم و سوم این دنباله هندسی برابر $\frac{1}{3}$ است. بیشترین مقدار ممکن جمله پنجم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۳۲۵- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$ (۴) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$

۳۲۶- اگر $a + \log_3 3$ ، $a + \log_4 3$ و $a + \log_8 3$ به ترتیب جمله‌های اول، دوم و سوم دنباله‌ای هندسی باشند، قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{2}{9}$

۳۲۷- هفت عدد مثبت دنباله‌ای هندسی تشکیل داده‌اند که مجموع پنج جمله نخست آن برابر $\frac{62}{7\sqrt{2}-6}$ و مجموع پنج جمله آخر آن برابر $12+14\sqrt{2}$ است. حاصل ضرب این هفت عدد کدام است؟

- ۱) ۲۵۶ (۲) ۲۲۸ (۳) ۲۲۲ (۴) ۲۱۴

۳۲۸- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت مثبت، $a_7 = 64$. اگر S_n مجموع n جمله نخست این دنباله باشد، می‌دانیم

$S_7 > S_5 + \frac{1}{25}$ و $S_7 < S_6 + \frac{1}{8}$. اگر قدرنسبت این دنباله برابر $\frac{1}{m}$ باشد، کدام‌یک از عددهای زیر می‌تواند مقدار m باشد؟

- ۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۹ (۴) ۴۰

۳۲۹- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۲ می‌دانیم $a_1 a_2 a_3 \dots a_{30} = 2^{30}$. مقدار $a_1 a_2 a_3 \dots a_{30}$ کدام است؟

- ۱) 2^{10} (۲) 2^{20} (۳) $\frac{1}{2^{10}}$ (۴) $\frac{1}{2^{20}}$

۳۳۰- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت منفی، $a_1 + a_2 + a_3 = 1$. مجموعه مقادیر $a_1 a_2 a_3$ کدام است؟

- ۱) $[-2, -1]$ (۲) $(-2, -1)$ (۳) $[-1, 0)$ (۴) $(-1, 0)$

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

دنباله حسابی و دنباله هندسی

محل انجام محاسبات

۳۳۱- جمله هشتاد و نهم دنباله حسابی $\dots, -\frac{95}{8}, -12$ با جمله ششم دنباله هندسی $\dots, 243$ برابر است. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

۳۳۲- اگر اعداد $x+4$, $2x+y$ و $2y+x$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی و سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار $x+2y$ کدام است؟

(۱) 6 (۲) 4 (۳) 12 (۴) 8

۳۳۳- اگر a, b, c دنباله‌ای هندسی و $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ دنباله‌ای حسابی باشد، مقدار عبارت $\frac{a^2+b^2}{c^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 2 (۳) 1 (۴) $\frac{1}{4}$

۳۳۴- جملات دنباله‌ای حسابی را سه برابر می‌کنیم، سپس آن‌ها را با 5 جمع می‌کنیم. اگر دنباله حاصل دنباله‌ای هندسی باشد، نسبت جمله سوم به جمله اول دنباله اولیه کدام است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 2 (۴) 4

۳۳۵- a و b سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. اگر f واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنباله‌ای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟

(۱) 20 (۲) 18 (۳) 16 (۴) 14

۳۳۶- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله‌ای حسابی، سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) 2

۳۳۷- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی هستند. جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

(۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) -1

۳۳۸- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟

(۱) $\frac{23}{26}$ (۲) $\frac{25}{26}$ (۳) $\frac{27}{26}$ (۴) $\frac{29}{26}$

۳۳۹- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله‌ای هندسی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\pm\sqrt{\frac{5}{3}}$ (۲) $\pm\sqrt{\frac{3}{5}}$ (۳) $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۴) $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

۳۴۰- جملات اول، سوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جملات متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (۲) $1 \pm \sqrt{5}$ (۳) $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ (۴) $-1 + \sqrt{5}$

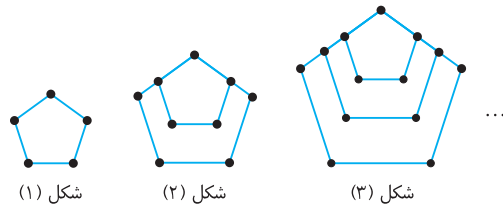
درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

۱۵۸۱- تعداد نقاط روی شکل چندم از الگوی مقابل برابر ۶۱ است؟



- (۱) چهاردهم
(۲) پانزدهم
(۳) شانزدهم
(۴) هفدهم

 ۱۵۸۲- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 95n - n^2$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

- (۱) ۹۵ (۲) ۹۴ (۳) ۹۰ (۴) ۸۹

 ۱۵۸۳- در دنباله‌ای حسابی $a_5 = 2a_1$. مقدار $15a_{15}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

 ۱۵۸۴- اگر $\log_7(16a)$ ، $\log_7(3a+4)$ و $\log_7 a$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸

 ۱۵۸۵- جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 2 - 3n$ را ۴ واحد کاهش و قدرنسبت را ۶ واحد افزایش می‌دهیم.

جمله بیست‌ویکم دنباله حسابی جدید کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۵۲ (۳) ۵۵ (۴) ۵۷

 ۱۵۸۶- در یک دنباله حسابی با n جمله، مجموع سه جمله اول برابر $6 - \sqrt{2}$ و مجموع سه جمله آخر برابر $6 + \sqrt{2}$ است.

مجموع جمله اول و جمله آخر دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

 ۱۵۸۷- حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{2}, 1, 2, \dots$ کدام است؟

- (۱) 2^{30} (۲) 2^{60} (۳) 2^{75} (۴) 2^{90}

 ۱۵۸۸- اگر عددهای $3x-1$ ، $2x+3$ و $y-9$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و هندسی باشند، حاصل $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۸ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

 ۱۵۸۹- اگر x, y, z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، $x+z=20$ و $y+t=60$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی

کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

 ۱۵۹۰- در دنباله‌ای هندسی $a_5 - a_3 = 96$ و $a_8 - a_6 = 12$. جمله پنجم این دنباله چقدر است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۱۶ (۳) -۳۲ (۴) -۸

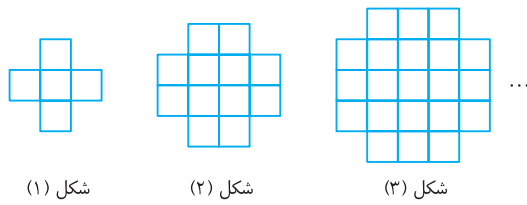
درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

آزمون ۱۶۰

محل انجام محاسبات

۱۵۹۱- الگوی مقابل از مربع‌های 1×1 ساخته شده است.

مساحت شکل هشتم کدام است؟

۶۴ (۱)

۶۰ (۲)

۹۶ (۳)

۱۰۰ (۴)

۱۵۹۲- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -2n^2 + 19n + 1$ چقدر است؟

۴۸ (۴)

۴۷ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

۱۵۹۳- اگر جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{2n-1}{n+2}$ باشد، چند جمله این دنباله در بازه $(\frac{1}{10}, \frac{9}{10})$ هستند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۹۴- در دنباله‌ای حسابی $a_3 + a_7 = 0$ و $a_4 + a_6 = 128$. قدرنسبت دنباله کدام است؟

±۶ (۴)

±۴ (۳)

±۲ (۲)

±۳ (۱)

۱۵۹۵- در دنباله‌ای حسابی مجموع جمله‌های سوم، هفتم، چهاردهم و هجدهم برابر با ۱۰ شده است. مجموع جمله اول و

جمله بیستم دنباله چقدر است؟

۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۵۹۶- اگر x واسطه حسابی $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ و y واسطه هندسی $\tan^2 \alpha$ و $\cot^2 \alpha$ باشد، مقدار $x+y$ کداماست؟ ($y > 0$) $\frac{5}{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)۱۵۹۷- اگر عددهای جدول زیر جملات متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار xyz کدام است؟

x	$\frac{1}{2}$	y	z	۳۲
-----	---------------	-----	-----	----

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۵۹۸- در جدول مقابل عددهای ستون A از بالا به پایین جمله‌های متوالی

دنباله‌ای هندسی هستند و عددهای سطر B از چپ به راست جمله‌های

متوالی دنباله‌ای حسابی. مقدار $a+b$ کدام است؟

۵۶ (۱)

۵۸ (۲)

۶۰ (۳)

۶۲ (۴)

	A				
	$\frac{0}{125}$				
B	۴			۲۰	b
		a			

۱۵۹۹- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جمله‌های متوالی یک دنباله حسابی‌اند. اگر قدرنسبت دنباله

هندسی عددی مثبت باشد، مقدار آن کدام است؟

 $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۱)۱۶۰۰- مجموع جمله‌های دنباله حسابی a, b, c برابر ۱۵ است. اگر $a+8, b+6, c+4$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار ac کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

درصد	نزده	نادرست	درست
------	------	--------	------

ارزیابی

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳)

۱۶۰۱- اگر جمله صدم دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{a\sqrt{n+7}}{\sqrt{n+1}}$ برابر $\frac{5}{22}$ باشد، جمله شانزدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{44}{25}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{26}{25}$ (۴) $\frac{6}{5}$

۱۶۰۲- چند جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -(\log n)^2 + 3 \log n - 2$ مثبت اند؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴) ۹۱

۱۶۰۳- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 5$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1}a_n = 2$ برقرار است. حاصل ضرب

بیست و یک جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۴۲۰۰ (۲) ۵۱۲۰ (۳) ۶۱۸۰ (۴) ۶۹۰۰

۱۶۰۴- در مورد دنباله با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_1 = 5$ و به ازای هر عدد طبیعی n ، $a_{n+1} = 9 - a_n$. مجموع بیست

جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰

۱۶۰۵- مجموع بیست جمله نخست دنباله با جمله عمومی $a_n = n - 2\left[\frac{n}{2}\right]$ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

۱۶۰۶- جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - n$ را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که در هر دسته به تعداد دو برابر شماره

آن دسته عدد وجود داشته باشد. جمله اول دسته بیستم کدام است؟

- (۱) 190×191 (۲) 380×381 (۳) 381×382 (۴) 189×190

۱۶۰۷- عددهای حقیقی و مثبت a ، b و c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند و $abc = 4$. کمترین مقدار ممکن b

کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{16}$ (۴) $\sqrt[3]{32}$

۱۶۰۸- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با

قدرنسبت مثبت‌اند. مقدار این قدرنسبت کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲) $\frac{15}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۱۶۰۹- a_1 ، a_2 و a_3 سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند، $a_1 > 0$ و $a_2 > 14a_3 + 5a_1 > 9a_2$. قدرنسبت این دنباله در

کدام بازه نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $[\frac{5}{9}, 1]$ (۳) $[1, \frac{9}{5}]$ (۴) $(-\infty, 0)$

۱۶۱۰- اگر a ، b ، c سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی و غیرثابت باشند و $a + b + c = kb$ ، کدام درست است؟

- (۱) $-1 \leq k < 3$ (۲) $k \leq -1$ یا $k > 3$ (۳) $-1 \leq k < 2$ (۴) $k \leq -1$ یا $k > 2$

درصد	نزده	نادرست	درست

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴)

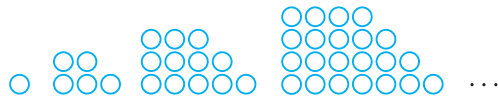
آزمون ۱۶۲

محل انجام محاسبات

تجربی ۹۵ ۱۶۱۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} + 1$. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

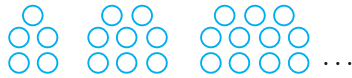
- ۱۲۷ (۱) ۱۵۹ (۲) ۲۴۷ (۳) ۲۵۵ (۴)

تجربی ۹۸ ۱۶۱۲- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟



- ۱۱۷ (۱)
۱۲۰ (۲)
۱۲۳ (۳)
۱۲۵ (۴)

تجربی خارج ۹۸ ۱۶۱۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟



- ۳۴ (۱)
۳۶ (۲)
۳۸ (۳)
۴۰ (۴)

ریاضی ۸۷ ۱۶۱۴- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ ، 2^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند. واسطه حسابی a و b کدام است؟

- ۲/۵ (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۱۶۱۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند،

تجربی ۸۱ قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ۳ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴)

ریاضی خارج ۸۴ ۱۶۱۶- اعداد $5p-1$ ، $3p+4$ ، $2p+3$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۱۶۱۷- در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر

تجربی خارج ۸۷ از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- $\frac{6}{5}$ (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

۱۶۱۸- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله

تجربی ۸۸ این دنباله، صفر است؟

- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

۱۶۱۹- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله

تجربی خارج ۸۴ بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- ۳۵ (۱) ۳۶ (۲) $37/5$ (۳) $38/5$ (۴)

۱۶۲۰- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچک‌ترین و

تجربی ۹۰ بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

جامع (۷)

آزمون ۲۴۰

محل انجام محاسبات

۲۵۱۱- مجموع چهار جمله اول از یک دنباله حسابی غیرثابت چهار برابر ریشه چهارم حاصل ضرب این جملات است. جمله

اول دنباله چند برابر قدرنسبت آن است؟

$$\frac{15 \pm 3\sqrt{10}}{10} \quad (۴) \quad \frac{\pm 3\sqrt{10} - 15}{10} \quad (۳) \quad \frac{30 \pm 3\sqrt{10}}{20} \quad (۲) \quad \frac{\pm 3\sqrt{10} - 30}{20} \quad (۱)$$

۲۵۱۲- اگر $a^2 + b^2 = 3$ و $a^4 + b^4 = 7$ ، بیشترین مقدار ممکن a کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad (۴) \quad \frac{\sqrt{5}+1}{4} \quad (۳) \quad \frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad (۲) \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (۱)$$

۲۵۱۳- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه x در ناحیه سوم باشد و $\sin x - \cos x = \frac{1}{4}$ ، مقدار $\lambda \sin x$ کدام است؟

$$1 + \sqrt{31} \quad (۴) \quad -1 + \sqrt{31} \quad (۳) \quad -1 - \sqrt{31} \quad (۲) \quad 1 - \sqrt{31} \quad (۱)$$

۲۵۱۴- رأس سهمی $y = 2x^2 + 4mx - m$ به‌ازای مقادیر مختلف m روی کدام سهمی قرار دارد؟

$$y = 2x^2 + x \quad (۴) \quad y = -2x^2 - x \quad (۳) \quad y = 2x^2 - x \quad (۲) \quad y = -2x^2 + x \quad (۱)$$

۲۵۱۵- چند عدد شش‌رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که یکان آن عددی اول و اولین رقم سمت چپ آن‌ها عددی زوج است؟

$$19P(8, 4) \quad (۴) \quad 17P(8, 4) \quad (۳) \quad 16P(8, 4) \quad (۲) \quad 15P(8, 4) \quad (۱)$$

۲۵۱۶- فاصله نقطه تلاقی خطوط $y = x - 3k$ و $y = -x + k$ از نقطه تلاقی خطوط $y = 2x - k$ و $y = x + k + 1$ حداقل

مقدار ممکن است. مقدار k چقدر از این فاصله کمتر است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

۲۵۱۷- حاصل ضرب کمترین مقدار و بیشترین مقدار ممکن برای مجموع مربعات جواب‌های حقیقی معادله $x^2 + 2x + a^2 = 0$

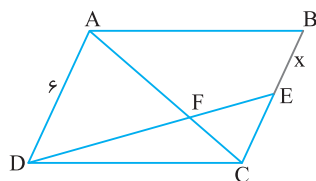
کدام است؟

$$12 \quad (۴) \quad 8 \quad (۳) \quad 4 \quad (۲) \quad 2 \quad (۱)$$

۲۵۱۸- معادله $\sqrt[3]{x^2 - 9} = x - 1$ چند جواب دارد؟

$$4 \quad (۴) \quad 3 \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

۲۵۱۹- در شکل مقابل ABCD متوازی‌الاضلاع است و $AF = 2FC$. مقدار x کدام است؟

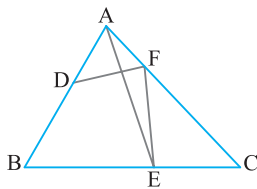


۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۴/۵ (۴)



۲۵۲۰- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر ۱۰ است، $AD = 2$ و

$DB = 3$. اگر مساحت مثلث ABE و مساحت چهارضلعی DBEF هر

دو برابر با S باشد، مقدار S کدام است؟

$$5 \quad (۲) \quad 4 \quad (۱)$$

$$7 \quad (۴) \quad 6 \quad (۳)$$

۲۵۲۱- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2^x - \frac{k}{2^x}} + 2k$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، مجموعه مقادیر ممکن k کدام است؟

$$\left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right) \quad (۴) \quad [-1, \frac{1}{3}] \quad (۳) \quad [-1, 0] \quad (۲) \quad \left(-\frac{4}{3}, 0\right] \quad (۱)$$

۲۵۲۲- اگر $f(x) = \sqrt{4|x| - x^2} + 3x$ و $g(x) = \sqrt{4|x| - x^2} - 3x$ ، برد تابع $f \times g$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{2}{5}]$ (۲) $[-144, +\infty)$ (۳) $[-144, \frac{2}{5}]$ (۴) $[-81, \frac{1}{5}]$

۲۵۲۳- اگر $\tan \frac{\pi}{10} = \frac{1}{2}$ ، مقدار عبارت $\frac{\sin \frac{11\pi}{10} + 2 \cos \frac{31\pi}{10}}{\sin \frac{2\pi}{5}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{32}$ (۲) $-\frac{1}{68}$ (۳) $\frac{2}{32}$ (۴) $\frac{1}{68}$

۲۵۲۴- اگر a جواب معادله $2^{2x-1} - 2^{x+\frac{1}{2}} = 3^{x-\frac{1}{2}} - 3^{x+\frac{1}{2}}$ باشد، مقدار $a^2 - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۵۲۵- اگر $\log_y x + \log_x y = \frac{5}{2}$ و $xy = 27$ ، مقدار $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۵۲۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in \mathbb{Z} \\ [x] & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \in \mathbb{Z} \\ -x & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (g \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

۲۵۲۷- از ۹ داده آماری با میانگین ۸ و انحراف معیار ۲ داده‌ای با مقدار ۸ حذف کرده‌ایم. واریانس کل ۸ داده برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{2}$ (۴) $\frac{4}{4}$

۲۵۲۸- نمودار تابع $f(x) = x - 3[\frac{x}{3}]$ را k واحد در امتداد محور طول‌ها منتقل می‌کنیم. اگر نمودار به دست آمده بر نمودار تابع f منطبق باشد، k کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) -۳

۲۵۲۹- اگر $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ و $f \circ g = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$ ، تابع g کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$ (۲) $\{(1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ (۳) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ (۴) $\{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$

۲۵۳۰- نمودار تابع وارون تابع $f(x) = \frac{-4x}{\sqrt{2+x^2}}$ نیمساز ناحیهٔ دوم را در نقطه‌ای قطع می‌کند. طول این نقطه کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{13}$ (۲) $-\sqrt{14}$ (۳) $-\sqrt{17}$ (۴) $-\sqrt{18}$

۲۵۳۱- اگر $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha} = 2$ ، مقدار $\cos 2\alpha \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $\frac{1 + \sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

۲۵۳۲- معادلهٔ مثلثاتی $\tan x - \sin 2x - \cos 2x + 4 \cos x - \frac{2}{\cos x} = 0$ در بازهٔ $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۵۳۳- اگر $f(x) = \frac{x|x|+1}{x^2-2x}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) ۱ (۴) -۱

۲۵۳۴- اگر $f(2) = 2$ ، $g(x) = \frac{x^2}{f(x)}$ و $g'(2) = -1$ ، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵۳۵- فرض کنید $f(x) = 4x^m + 5x^{-n}$ که در اینجا m و n عددهایی طبیعی‌اند. اگر $f(x) = 6f'(x) + 2xf''(x)$ ،

مقدار $m+n$ کدام است؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۲۵۳۶- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^2|x+3| + x^3$ روی آن نزولی است، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۲۵۳۷- طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^3 - x}{11x^3 - 16}$ کدام است؟

۴ (۴) $\frac{3\sqrt{5}+1}{11}$ (۳) ۲ (۲) $\frac{-3\sqrt{5}+1}{2}$ (۱)

۲۵۳۸- از بین همهٔ خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ فاصلهٔ دو خط با کمترین شیب از یکدیگر چند برابر $\sqrt{\frac{3}{65}}$ است؟

۹ (۴) ۸ (۳) ۷ (۲) ۶ (۱)

۲۵۳۹- دو قطر از دایره‌ای به مساحت 4π روی خطهای $2x - y = 3$ و $x + y + 6 = 0$ قرار دارند. معادلهٔ این دایره کدام است؟

$x^2 + y^2 + 4x = 0$ (۲) $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 22 = 0$ (۱)

$x^2 + y^2 + 2x - y - \frac{11}{4} = 0$ (۴) $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$ (۳)

۲۵۴۰- ۵۵٪ جمعیت کشوری را مردان و بقیه را زنان تشکیل می‌دهند و ۲۰٪ مردان این کشور تحصیلات دانشگاهی دارند.

با فردی در این کشور برخورد می‌کنیم. اگر احتمال داشتن تحصیلات دانشگاهی این فرد $\frac{24}{5}$ ٪ باشد، چند درصد

از زنان این کشور تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۳۵ (۴) ۳۰ (۳) ۱۵ (۲) ۱۰ (۱)

----- محل انجام محاسبات -----

درصد	نزده	نادرست	درست

ارزیابی

۸ ۲ ابتدا توجه کنید که $\sqrt[4]{2}$ واسطه هندسی \sqrt{a} و $\sqrt[3]{2}$ است. پس

$$(\sqrt[4]{2})^2 = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $r = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}}$. در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt{a} \left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{2}}\right)^{12} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} \left(\frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{4}}}\right)^{12} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} \times 2^{\frac{12}{3} - \frac{12}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}} (2)^2 = 2\sqrt[4]{2}$$

۹ ۲ چون $\frac{a}{a_5} = \sqrt{2}$ ، پس $\frac{a r^4}{a_1 r^4} = \sqrt{2}$. در نتیجه $r^2 = \sqrt{2}$. بنابراین

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 r^4}{a_1} = r^4 = (r^2)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$$

۱۰ ۴ جملات را به صورت $a, a+3d, a+10d$ در نظر می‌گیریم. در این صورت

$$(a+3d)^2 = a(a+10d) \Rightarrow a^2 + 9d^2 + 6ad = a^2 + 10ad \Rightarrow 9d^2 = 4ad \Rightarrow d = \frac{4}{9}a$$

بنابراین جملات دنباله هندسی $a, \frac{4}{9}a, \frac{4}{9}a$ هستند و قدرنسبت این دنباله برابر

$$\text{است با } r = \frac{\frac{4}{9}a}{a} = \frac{4}{9}$$

۱۱ ۴ راه‌حل اول توجه کنید که

$$x \sqrt{\left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{x^2 \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{\frac{x^2}{x^4} - \frac{x^2}{x^2}} = \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = \frac{1}{128} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{129}{128} \Rightarrow x = \frac{128}{129} \quad \text{پس } \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} = \frac{1}{2}$$

راه‌حل دوم از تساوی داده شده نتیجه می‌شود

$$x \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x \left(\frac{1}{x} - 1\right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{129}{128} \Rightarrow x = \frac{128}{129}$$

۱۲ ۳ ابتدا توجه کنید که x مثبت است. می‌توان نوشت

$$\sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3} \Rightarrow \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{\sqrt{3} \cdot 3} = \sqrt[3]{\sqrt{3} \cdot 3} \Rightarrow (\sqrt[3]{3})^3 = (\sqrt[3]{9 \cdot 3})^3$$

$$3^3 = (9x)^3 \Rightarrow 3\sqrt{3} = 9x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۳ ۴ می‌توان نوشت

$$\frac{a^f + b^f}{a^f b^f} = \frac{a^f}{b^f} + \frac{b^f}{a^f} = \left(\frac{a}{b}\right)^f + \left(\frac{b}{a}\right)^f = 2 \times \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 2 \Rightarrow 2 + 2 = 4$$

۱۴ ۳ طبق اتحاد چاق و لاغر می‌توان نوشت

$$(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3}) \left((\sqrt[3]{5})^2 - \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{5} + (\sqrt[3]{3})^2 \right) = (\sqrt[3]{5})^3 + (\sqrt[3]{3})^3 = 5 + 3 = 8$$

$$\text{بنابراین } \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{3} = \frac{8}{a}$$

۱۵ ۲ راه‌حل اول عبارت مورد نظر را به صورت زیر تجزیه می‌کنیم:

$$6x^2 + 7x - 3 = 6x^2 - 2x + 9x - 3 = 2x(3x-1) + 3(3x-1) = (3x-1)(2x+3)$$

پس عامل $3x-1$ در تجزیه عبارت وجود دارد.

راه‌حل دوم عبارت مورد نظر را A می‌نامیم و آن را به کمک اتحاد جمله مشترک

به صورت زیر تجزیه می‌کنیم:

$$A = 6x^2 + 7x - 3 \Rightarrow 6A = 36x^2 + 42x - 18 = (6x-2)(6x+9)$$

$$= 2 \times 3(3x-1)(2x+3)$$

بنابراین $A = (3x-1)(2x+3)$ و عامل $3x-1$ در تجزیه وجود دارد.

۱ ۲ چند جمله اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

گزینه (۱) $2, 3, 4, 5, \dots$ گزینه (۲) $2, 3, 10, 15, \dots$

گزینه (۳) $2, 3, 10, 23, \dots$ گزینه (۴) $2, 3, 8, 17, \dots$

بنابراین فقط $a_n = n^2 - (-1)^n$ می‌تواند جمله عمومی دنباله باشد.

۲ ۱ توجه کنید که اگر $n \geq 5$ ، آن‌گاه $1 < \frac{f}{n} < 2$ ، پس $\left[\frac{f}{n}\right] = 1$. از طرف دیگر،

اگر $n \geq 5$ ، آن‌گاه $0 < \frac{5}{n} < 1$ ، پس $\left[\frac{5}{n}\right] = 0$. در نتیجه $a_5 = a_6 = \dots = a_n = -1$.

از طرف دیگر،

$$a_1 = \left[\frac{f}{1}\right] + \left[\frac{5}{1}\right] = 4 - 5 = -1, \quad a_2 = \left[\frac{f}{2}\right] + \left[\frac{5}{2}\right] = 2 - 3 = -1$$

$$a_3 = \left[\frac{f}{3}\right] + \left[\frac{5}{3}\right] = 1 - 2 = -1, \quad a_4 = \left[\frac{f}{4}\right] + \left[\frac{5}{4}\right] = 1 - 2 = -1$$

بنابراین مجموع بیست جمله اول برابر -20 است.

۳ ۳ می‌خواهیم عدد طبیعی k را طوری پیدا کنیم که $\frac{k-f}{k-f} = \frac{5}{4} (-1)^k$.

در حالت در نظر می‌گیریم.

حالت (۱): k فرد است. در این صورت $(-1)^k = -1$ ، پس

$$\frac{k-f}{k-f} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{k-f}{k-f} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4(k-f) = 5(k-f)$$

$$4k - 16 = 5k - 35 \Rightarrow k = 35 - 16 = 19$$

حالت (۲): k زوج باشد. در این صورت $(-1)^k = 1$ ، پس

$$\frac{k-f}{k-f} = \frac{5}{4} \Rightarrow 4(k-f) = 5(k-f) \Rightarrow 4k - 16 = 5k - 35 \Rightarrow 9k = 41 - 5k = 41$$

بنابراین $k = 19$ ، پس $a_{k-3} = a_{16} = (-1)^{16} \frac{16-f}{16-f} = \frac{12}{3} = 4$

۴ ۴ در این دنباله، هر جمله از دو برابر جمله قبل، دو واحد کمتر است، پس

هشت جمله اول برابر است با

$$a_1 = 3, \quad a_2 = 2 \times 3 - 2 = 4, \quad a_3 = 2 \times 4 - 2 = 6$$

$$a_4 = 2 \times 6 - 2 = 10, \quad a_5 = 2 \times 10 - 2 = 18, \quad a_6 = 2 \times 18 - 2 = 34$$

$$a_7 = 2 \times 34 - 2 = 66, \quad a_8 = 2 \times 66 - 2 = 130$$

$$\text{بنابراین } a_8 - a_7 = 130 - 66 = 64$$

۵ ۲ اندازه زاویه‌های مثلث را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های مثلث برابر 180° است. پس

$$a-d + a + a+d = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث همان a است که برابر 60° است.

۶ ۴ راه‌حل اول با قرار دادن $n=1$ در جمله عمومی به دست می‌آید

$a_1 = 1$. با قرار دادن $n=2$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_2 = \frac{1}{3}$. بنابراین

$$a_1 - d = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3}$$

راه‌حل دوم جمله عمومی دنباله حساسی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3}$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

۷ ۱ چون دنباله حساسی است، پس $2a-1 = \frac{a+1-3a}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

بنابراین $d = (2a-1) - a = a-1 = -\frac{1}{2}$. پس جمله عمومی دنباله به شکل زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2}$$

۲۸۰ ۳ چون $A \subseteq B$ ، پس $A \cup B = B$. از طرف دیگر،

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B)$$

اکنون توجه کنید که $n(A) + 2n(B) \leq n(A) + 2n(B) = 3n(B)$ و چون $n(A \cup B) = n(B) \geq 5$. بنابراین $n(B) \geq 5$.

۲۸۱ ۳ شکل اول ۴ چوب کبریت دارد و برای ساختن هر شکل، ۹ چوب کبریت

به شکل قبلی اضافه می‌شود. پس در شکل n ام، $4 + 9(n-1)$ یعنی $9n - 5$ چوب کبریت وجود دارد. بنابراین در شکل چهاردهم ۱۲۱ چوب کبریت وجود دارد.

۲۸۲ ۳ راه‌حل اول تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	۱+۳+۱	۲+۴+۲	۳+۵+۳	...	n+(n+۲)+n

بنابراین در شکل n ام، $3n + 2$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم. راه‌حل دوم اگر ۴ نقطه به چهار گوشه شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل n ام برابر $3(n+2)$ خواهد بود. پس در شکل n ام، $3(n+2) - 4$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

۲۸۳ ۳ تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام برابر است با $1 + 2 + 3 + \dots + n$.

تعداد مربع‌های رنگ‌نشده در شکل n ام برابر است با $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)$. بنابراین تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام، n تا بیشتر از تعداد مربع‌های رنگ‌نشده آن است. پس در شکل سی‌ام، اختلاف مربع‌های رنگ‌شده و رنگ‌نشده برابر ۳۰ است.

۲۸۴ ۲ تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$.

تعداد گوی‌های رنگی در شکل n ام برابر است با $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$. بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با

$$\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n^2} = \frac{n-1}{2n} = \frac{1}{2} \quad \text{پس } n = 17.$$

۲۸۵ ۲ با توجه به الگو، در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است، نصف تعداد

گوی‌ها یعنی $\frac{n}{2}$ رنگ می‌شود. در شکل‌هایی که شماره آن‌ها فرد است، تعداد گوی‌ها

نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها $n-1$ خواهد بود که نصف آن‌ها را رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس $1 + \frac{n-1}{2}$

گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر n عددی زوج باشد، $\frac{n}{2}$ نیز عددی زوج است.

پس در شکل‌های با شماره زوج، تعداد گوی‌های رنگ شده زوج است و در شکل‌هایی با شماره فرد، تعداد گوی‌های رنگ شده فرد است. چون ۱۱۳ گوی رنگی در شکل n ام وجود دارد، پس n باید فرد باشد. بنابراین

$$\frac{n-1}{2} + 1 = 113 \Rightarrow n-1 = 224 \Rightarrow n = 225 \Rightarrow n = 15$$

۲۸۶ ۳ چون همه جمله‌های دنباله با هم برابرند، پس جمله‌های اول و دوم آن

نیز با هم برابرند:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{2-k}{8} = \frac{4-k}{13} \Rightarrow 26-13k = 32-8k \Rightarrow 5k = -6 \Rightarrow k = -\frac{6}{5}$$

توجه کنید که اگر $k = -\frac{6}{5}$ ، آن‌گاه $a_n = \frac{2}{5}$.

۲۸۷ ۲ به چند جمله اول دنباله توجه کنید:

$$a_1 = \frac{1}{2} a_1 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{2}{3} a_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}, \quad a_3 = \frac{3}{4} a_3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$$

بنابراین با توجه به الگوی جملات می‌توان گفت $a_n = \frac{1}{n}$ ، پس $a_{100} = \frac{1}{100}$.

۲۷۴ ۴ راه‌حل اول مجموعه مرجع $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ است، پس

$$B' = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}, C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$$

در نتیجه $A \cap B' = \{1, 6\} \Rightarrow (A \cap B') \cup C = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

$n((A \cap B') \cup C) = 7$. بنابراین مجموعه $(A \cap B') \cup C$ ، هفت عضو دارد.

راه‌حل دوم توجه کنید که $A \cap B' = A - B = \{1, 6\}$ ، $C = \{2, 3, 7, 8, 9\}$

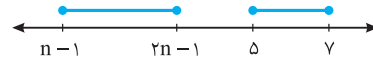
بنابراین $(A \cap B') \cup C = \{1, 6\} \cup \{2, 3, 7, 8, 9\} = \{1, 2, 3, 6, 7, 8, 9\}$

پس مجموعه $(A \cap B') \cup C$ ، هفت عضو دارد.

۲۷۵ ۴ ابتدا توجه کنید برای اینکه $[n-1, 2n-1]$ بازه باشد، باید $n > 0$. اگر

این دو مجموعه جدا از هم باشند، دو حالت زیر پیش می‌آید:

حالت اول



$$2n-1 < 5 \Rightarrow n < 3$$

حالت دوم



$$n-1 > 7 \Rightarrow n > 8$$

بنابراین n اعداد طبیعی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ نمی‌تواند باشد.

۲۷۶ ۱ توجه کنید که $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

پس $n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 24$

$$\begin{cases} n(A) + n(B) = 24 \\ n(A) - n(B) = 4 \end{cases} \Rightarrow n(B) = 10$$

۲۷۷ ۱ توجه کنید که $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(B)$

طبق فرض $n(A \cup B) = 9$ ، پس $n(B) = 9$. از طرف دیگر،

$$n(A) + n(A') = n(B) + n(B') \Rightarrow n(A) + 14 = 9 + 10 \Rightarrow n(A) = 5$$

۲۷۸ ۲ فرض کنید A مجموعه علاقه‌مندان به ریاضی و B مجموعه

علاقه‌مندان به فیزیک باشد. اگر تعداد کسانی که به هیچ کدام از این دو درس علاقه‌مند نیستند x باشد، آن‌گاه

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 10 - x = 8 + 7 - n(A \cap B)$$

پس $n(A \cap B) = 5 + x$. برای اینکه $n(A \cap B)$ حداقل باشد، باید $x = 0$.

بنابراین حداقل مقدار ممکن $n(A \cap B)$ برابر با ۵۵ است.

۲۷۹ ۲ راه‌حل اول فرض کنید x نفر نه

چای دوست دارند، نه قهوه، بنابراین $3 - x$ نفر یا

چای دوست دارند یا قهوه و y نفر هم چای و هم قهوه

دوست دارند. تعداد کسانی را که چای یا قهوه یا هر دو

را دوست دارند در نمودار ون مقابل مشخص کرده‌ایم.

$$x + 18 - y + y + 15 - y = 30 \Rightarrow x = y - 3$$

با توجه به اینکه تعداد افراد هیچ گروهی منفی نیست، می‌توان نوشت

$$x \geq 0, y \geq 0, 15 - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 15 \Rightarrow 0 \leq y \leq 15$$

پس $0 \leq y - 3 \leq 12 \Rightarrow 3 \leq x \leq 12$

پس حداکثر ۱۲ نفر نه چای دوست دارند نه قهوه.

راه‌حل دوم فرض کنید A مجموعه دانش‌آموزانی باشد که چای دوست ندارند و B

مجموعه دانش‌آموزانی باشد که قهوه دوست ندارند. در این صورت

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 12 + 15 - n(A \cup B) = 27 - n(A \cup B)$$

از طرف دیگر، $n(A \cup B) \geq n(B) = 15$. بنابراین

$$n(A \cap B) = 27 - n(A \cup B) \leq 27 - 15 = 12$$

بنابراین حداکثر ۱۲ دانش‌آموز ممکن است که نه چای دوست داشته باشند نه قهوه

(توجه کنید که اگر $A \subseteq B$ ، این وضعیت پیش می‌آید).

۲ ۲۹۵ چون $a_1=2$ و $d=4$ ، پس جمله عمومی دنباله به صورت $a_n=2+(n-1) \cdot 4=4n-2$ است. برای اینکه جمله‌ها کوچک‌تر از ۵۰۰ باشند، باید $4n-2 < 500 \Rightarrow n < \frac{502}{4} \Rightarrow n \leq 125$ یعنی $a_n < 500$ پس ۱۲۵ جمله اول دنباله کمتر از ۵۰۰ هستند.

۲ ۲۹۶ از $a_1+a_p=16 \Rightarrow$ نتیجه می‌شود $a_1+d=8$ چون $a_1+a_1+2d=16 \Rightarrow a_1+d=8$ پس $a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=51$

$$a_1+d+a_1+4d+a_1+7d+\dots+a_1+(n-1)d=51 \Rightarrow 3a_1+4d=17$$

از حل دستگاه $\begin{cases} a_1+d=8 \\ a_1+4d=17 \end{cases}$ به دست می‌آید $a_1=5$ و $d=3$. بنابراین

$$a_9=a_1+8d=5+8 \times 3=29$$

۴ ۲۹۷ زاویه‌های پنج ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a-2d, a-d, a, a+d, a+2d$$

در نتیجه، چون مجموع اندازه زاویه‌های پنج ضلعی برابر 540° است، پس $a-2d+a-d+a+a+d+a+2d=540^\circ$

بنابراین $5a=540^\circ$ و در نتیجه $a=108^\circ$. اندازه کوچک‌ترین زاویه 86° است، پس $a-2d=86^\circ$ و در نتیجه $d=11^\circ$. پس اندازه بزرگ‌ترین زاویه یعنی $a+2d$ برابر است با $108^\circ+2 \times 11^\circ=130^\circ$.

۲ ۲۹۸ راه حل اول چون $a_1=\sqrt{3}-5$ و $a_2=\sqrt{3}+5$ پس

$$a_2=a_1+5d \Rightarrow \sqrt{3}+5=\sqrt{3}-5+5d \Rightarrow d=2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $\sqrt{3}-5+2$ یا همان $\sqrt{3}-3$ است.

راه حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d=\frac{(\sqrt{3}+5)-(\sqrt{3}-5)}{4+1}=\frac{10}{5}=2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با $(\sqrt{3}-5)+2=\sqrt{3}-3$

۴ ۲۹۹ سه جمله متوالی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

بنابراین $a-d+a+a+d=15 \Rightarrow 3a=15 \Rightarrow a=5$

از طرف دیگر، $(a-d) \times a \times (a+d)=45 \Rightarrow a(a^2-d^2)=45$

چون $a=5$ پس $5(25-d^2)=45 \Rightarrow d^2=16 \Rightarrow d=\pm 4$

۲ ۳۰۰ فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1=d, a_n=a_1+(n-1)d=d+(n-1)d=nd$$

به این ترتیب

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_9 = 1^9 \times 10! \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (9d) = 10! \times 10!$$

$$d^9 \times 9! = 10^9 \times 9! \Rightarrow d=10$$

بنابراین $a_{10}=10 \cdot d=100$.

۳ ۳۰۱ قدرنسبت این دنباله‌ها را به ترتیب d_1 و d_2 نشان می‌دهیم. توجه کنید که

$$a_p+b_p=a_1+rd_1+b_1+rd_2=a_1+b_1+2(d_1+d_2)$$

$$21=7+2(d_1+d_2) \Rightarrow d_1+d_2=7$$

بنابراین

$$a_8+b_8=a_1+7d_1+b_1+7d_2=a_1+b_1+7(d_1+d_2)=7+7 \times 7=56$$

۴ ۳۰۲ راه حل اول چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c-(a+b)=(b+c)-(a+c) \Rightarrow c-b=b-a$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

راه حل دوم چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c=\frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c)=a+2b+c \Rightarrow a+c=2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۴ ۲۸۸ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y=-3x^2+12x+c$ به ازای

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{12}{-6}=2$$

برابر a_p است. در نتیجه $a_p=8 \Rightarrow -3 \times 4 + 12 \times 2 + c = 8 \Rightarrow c = -4$

۳ ۲۸۹ توجه کنید که

$$a_1=\log_p \frac{1}{p}, a_2=\log_p \frac{2}{p^2}, a_3=\log_p \frac{3}{p^3}, \dots$$

بنابراین مجموع n جمله اول دنباله به صورت زیر است:

$$S_n = \log_p \frac{1}{p} + \log_p \frac{2}{p^2} + \log_p \frac{3}{p^3} + \dots + \log_p \frac{n-1}{p^{n-1}} + \log_p \frac{n}{p^n}$$

$$= \log_p \left(\frac{1}{p} \times \frac{2}{p^2} \times \frac{3}{p^3} \times \dots \times \frac{n-1}{p^{n-1}} \times \frac{n}{p^n} \right) = \log_p \frac{1}{p^{n+1}} = -\log_p(n+1)$$

بنابراین $-\log_p(n+1) = -3 \Rightarrow n+1 = 2^3 = 8 \Rightarrow n = 7$

۱ ۲۹۰ ابتدا توجه کنید که

$$a_n = \left[\frac{\lambda n}{n+1} \right] = \left[\frac{\lambda n + \lambda - \lambda}{n+1} \right] = \left[\frac{\lambda(n+1) - \lambda}{n+1} \right] = \left[\lambda - \frac{\lambda}{n+1} \right] = \lambda + \left[-\frac{\lambda}{n+1} \right]$$

برای پیدا کردن مجموع a_1 تا a_p ابتدا جزء صحیح‌ها را حساب می‌کنیم. توجه کنید که

$$\left[-\frac{\lambda}{2} \right] = -4, \left[-\frac{\lambda}{3} \right] = -3$$

$$\left[-\frac{\lambda}{4} \right] = \left[-\frac{\lambda}{5} \right] = \left[-\frac{\lambda}{6} \right] = \left[-\frac{\lambda}{7} \right] = -2$$

$$\left[-\frac{\lambda}{8} \right] = \left[-\frac{\lambda}{9} \right] = \dots = \left[-\frac{\lambda}{11} \right] = -1$$

مجموع این جزء صحیح‌ها برابر است با $-4 - 3 - 3 - 2 - 2 - 2 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = -39$

$$a_1 + \dots + a_p = 30 \times 8 - 39 = 201$$

بنابراین

۳ ۲۹۱ چون $a_{n+1} - a_n = -2$ پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. چون جمله اول برابر 3 است، پس

$$a_{100} = a_1 + 99d = 3 + 99(-2) = -195, a_{50} = a_1 + 49d = 3 + 49(-2) = -95$$

$$\frac{a_{100}}{a_{50}} = \frac{-195}{-95} = \frac{39}{19}$$

بنابراین

۲ ۲۹۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$3(a_1+3d)+4(a_1+4d)-7(a_1+8d)=124 \Rightarrow -31d=124 \Rightarrow d=-4$$

بنابراین

$$5a_8+7a_9-12a_{10}=\Delta(a_1+4d)+7(a_1+6d)-12(a_1+11d)$$

$$=-7d=-7(-4)=28$$

۴ ۲۹۳ در دنباله حسابی میانگین جمله‌های اول و سوم برابر جمله دوم است.

بنابراین

$$\frac{3x-1+4x-2}{2}=x^2-9 \Rightarrow 2x^2-7x-15=0$$

$$(2x+3)(x-5)=0 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}, x=5$$

اگر قدرنسبت دنباله برابر d باشد، آن‌گاه $x-1 \Rightarrow d = \frac{x-1}{2}$

$$x = -\frac{3}{2} \Rightarrow d = \frac{-\frac{3}{2}-1}{2} = -\frac{5}{4}, x=5 \Rightarrow d = \frac{5-1}{2} = 2$$

بنابراین

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت دنباله برابر است با $-\frac{5}{4} + 2 = \frac{3}{4}$

۲ ۲۹۴ چون $a_1 = -1$ و $d = 2 - (-1) = 3$ پس $a_n = -1 + 3(n-1)$ یعنی

$$a_n = 3n - 4 \text{ پس } a_k = 3k - 4 = 218 \Rightarrow k = 74$$

۳۱۰ ۲ جمله نخست دنباله برابر ۲ و قدرنسبت آن برابر ۵ است، پس جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 2 + 5(n-1) = 5n - 3$ است. تعداد عددهایی که در ۱۹ دسته نخست آمده‌اند برابر است با $1 + 2 + 3 + \dots + 19 = 190$. بنابراین جمله نخست دسته بیستم a_{191} و جمله آخر آن a_{210} است. میانگین این عددها برابر است با

$$\frac{a_{191} + \dots + a_{210}}{20} = \frac{5(191) - 3 + \dots + 5(210) - 3}{20} \\ = \frac{5(191 + \dots + 210) - 60}{20} = \frac{5((1+190) + \dots + (20+190)) - 60}{20} \\ = \frac{5(1 + \dots + 20 + 20 \times 190) - 60}{20} = \frac{5 \times 210 + 190000 - 60}{20} = 999/5$$

۳۱۱ ۱ دنباله a_n دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{2}$ است. در نتیجه

$$a_p = a_1 r^p \Rightarrow a_p = a_1 \left(\frac{3}{2}\right)^p = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}$$

بنابراین

$$a_{2p} - a_{1p} = a_1 r^{2p} - a_1 r^{1p} = a_1 r^{1p} (r^p - 1) \\ = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{1p} \left(\left(\frac{3}{2}\right)^p - 1\right) = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{1p} \frac{19}{8} = \frac{19}{6} \left(\frac{3}{2}\right)^{1p}$$

۳۱۲ ۳ چون 4^{3x} واسطه هندسی 2^{x-4} و 8^{2-3x} است، پس $(4^{3x})^2 = 2^{x-4} \times 8^{2-3x} \Rightarrow 4^{6x} = 2^{x-4} \times 2^{6-9x} \Rightarrow 2^{12x} = 2^{-2-8x}$

بنابراین $12x = -2 - 8x$ ، یعنی $x = \frac{1}{10}$. بنابراین جمله نخست برابر است با

$$a_1 = 2^{10} = 2^{-29} = \frac{1}{2^{29}}$$

قدرنسبت دنباله هم برابر است با

$$r = \frac{4^{3x}}{4^{3(x-1)}} = \frac{4^{3x}}{4^{3x-3}} = 4^{3x-3+3} = 4^3 = 64$$

که به ازای $x = \frac{1}{10}$ می‌شود

بنابراین جمله یازدهم برابر است با

$$a_{11} = a_1 r^{10} = 2^{-29} \times 64^{10} = 2^{-29} \times 2^{60} = 2^{31} = \sqrt[2]{2^{62}}$$

نسبت جمله یازدهم به $\sqrt[2]{2}$ برابر است با

۳۱۳ ۱ فرض می‌کنیم جواب‌های معادله x_1 و x_2 باشند. در این صورت

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 4/5 \Rightarrow x_1 + x_2 = 8, \quad \sqrt{x_1 x_2} = 1/5 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{1}{25}$$

بنابراین معادله مورد نظر به شکل $x^2 - 8x + \frac{1}{25} = 0$ است و جواب‌های آن برابرند با

$$\frac{8 \pm \sqrt{64 - \frac{4}{25}}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - \frac{4}{25}}}{2}$$

نسبت جواب بزرگ‌تر به جواب کوچک‌تر برابر است با

$$\frac{8 + \sqrt{64 - \frac{4}{25}}}{8 - \sqrt{64 - \frac{4}{25}}} = \frac{8 + \sqrt{64 - \frac{4}{25}}}{8 - \sqrt{64 - \frac{4}{25}}} = \frac{(8 + \sqrt{64 - \frac{4}{25}})^2}{9} = \frac{64 + 16\sqrt{64 - \frac{4}{25}} + 64 - \frac{4}{25}}{9} = \frac{128 + 16\sqrt{64 - \frac{4}{25}} - \frac{4}{25}}{9}$$

۳۱۴ ۳ از تساوی $a_1 a_p = 27$ نتیجه می‌شود

$$a_1 \times a_1 r^5 = 27 \Rightarrow a_1^2 r^5 = 27$$

از تساوی $a_1 a_4 = 9$ به دست می‌آید

$$a_1 r \times a_1 r^3 = 9 \Rightarrow a_1^2 r^4 = 9$$

از تقسیم طرفین دو تساوی به دست آمده نتیجه می‌شود

با جای گذاری $r = 3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

مثبت هستند، پس $a_1 = \frac{1}{3}$ و در نتیجه $a_1 r^5 = \frac{1}{3} \times 3^5 = 27$

۳۰۳ ۳ جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 196 - 4(n-1) = 200 - 4n$ است. بنابراین $a_{50} = 0$ ، در نتیجه، چون قدرنسبت دنباله برابر -4 است، پس

$$a_{47} = 12, \quad a_{48} = 8, \quad a_{49} = 4, \quad a_{50} = 0$$

۳۰۴ ۲ ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم:

$$d = \frac{a_1 - a_2}{1 - 2} = -\frac{32}{8} = -4$$

بنابراین $a_1 = 27$ و در نتیجه $a_p = a_1 + (p-1)d = 27 - 4(p-1) = 31 - 4p$

دنباله می‌شود $a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$. اکنون توجه کنید که

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۳۰۵ ۲ چون $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2)$ ، پس جواب‌های معادله مورد

نظر a و 6 هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند،

در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۳۰۶ ۲ اگر قدرنسبت این دنباله برابر d باشد، آن‌گاه

$$3a_8 = 5a_{11} \Rightarrow 3(a_1 + 7d) = 5(a_1 + 10d)$$

$$3a_1 + 21d = 5a_1 + 50d \Rightarrow -2a_1 = 29d \Rightarrow d = -\frac{2a_1}{29}$$

بنابراین،

$$a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 - \frac{2a_1}{29}(n-1) = \frac{a_1}{29}(29 - 2(n-1)) = \frac{a_1}{29}(31 - 2n)$$

چون a_1 مثبت است، پس a_1, a_2, \dots, a_p مثبت‌اند و جملات a_{p+1}, a_{p+2}, \dots همگی منفی هستند. به این ترتیب، در بین گزینه‌های داده شده S_p از بقیه بزرگ‌تر است.

۳۰۷ ۳ اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه a

$$\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4d}{3d} = \frac{4}{3}$$

در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با

۳۰۸ ۳ چهار جمله متوالی دنباله را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

در نظر می‌گیریم. بنابراین $a-3d + a-d + a+d + a+3d = 4a = 0 \Rightarrow a = 0$

پس دنباله به صورت $9d, d, -d, -3d$ است و $9d^2 + d^2 + d^2 + 9d^2 = 20d^2 = 4 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow d = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -\frac{9}{5}$$

۳۰۹ ۳ ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد. پس

$$m^2 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عددهای داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنباله حاصل برابر است با

$$d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1) + 1} = \frac{3m}{m}$$

۳ ۳۲۱ ابتدا توجه کنید که

$$A = \log a_1 + \log a_2 + \dots + \log a_n = \log(a_1 a_2 \dots a_n)$$

از طرف دیگر، چون a_1, a_2, \dots دنباله‌ای هندسی است، پس

$$a_1 a_n = a_2 a_{n-1} = a_3 a_{n-2} = \dots = a_{\frac{n}{2}} a_{\frac{n}{2}+1} = 10$$

$$\text{در نتیجه } A = \log(10 \times 10 \times \dots \times 10) = \log 10^4 = 4$$

۳ ۳۲۲ در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، $r^6 = \frac{b}{a}$ در حالتی که

$$\text{چهار واسطه هندسی درج می‌کنیم، } r^5 = (2r)^5 = \frac{b}{a}$$

$$r^6 = (2r)^5 \Rightarrow r^6 = 32r^5 \Rightarrow r = 32$$

۳ ۳۲۳ این سه عدد را به صورت $\frac{a}{r}, a, ar$ در نظر می‌گیریم. پس

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

از طرف دیگر،

$$\frac{a}{r} + a + ar = 14 \Rightarrow a \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14$$

$$4 \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2}, r = 2$$

بنابراین سه جمله مورد نظر به ازای $r = \frac{1}{2}$ و به صورت $8, 4, 2$ و به ازای $r = 2$ ، به صورت $2, 4, 8$ هستند. در هر دو حالت اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد برابر ۶ است.

۳ ۳۲۴ جمله عمومی دنباله را a_n و قدرنسبت را r بگیرد. ابتدا توجه کنید که

$$a_2 a_3 = a_1 r \times a_3 = a_1 (ra_3) = a_1 a_4$$

زیرا $a_2 a_3 = a_1 a_4$

بنابراین $a_1 a_4 = \frac{1}{3}$ و $a_1 + a_4 = \frac{28}{9}$ در نتیجه a_1 و a_4 جواب‌های معادله درجه

دوم زیر هستند:

$$t^2 - \frac{28}{9}t + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 9t^2 - 28t + 3 = 0$$

$$t = \frac{28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \times 27}}{18} = \frac{28 \pm 26}{18} = \frac{14 \pm 13}{9}$$

اگر $a_1 = \frac{14-13}{9} = \frac{1}{9}$ ، $a_4 = \frac{14+13}{9} = 3$ ، $a_1 = \frac{14+13}{9} = 3$ ، $a_4 = \frac{14-13}{9} = \frac{1}{9}$ ، $r = \frac{a_4}{a_1} = 27 \Rightarrow r = 3$ ، $r = \frac{a_4}{a_1} = \frac{1}{27} \Rightarrow r = \frac{1}{3}$

در نتیجه $a_5 = a_4 r = 9$

اگر $a_1 = 3$ ، $a_4 = \frac{1}{9}$ ، آن‌گاه $a_1 = 3$ ، $a_4 = \frac{1}{9}$

در نتیجه $a_5 = a_4 r = \frac{1}{27}$ ، بنابراین بیشترین مقدار ممکن a_5 برابر ۹ است.

۳ ۳۲۵ طول اضلاع مثلث را a, ar, ar^2 در نظر می‌گیریم. طبق قضیه

$$\text{فیثاغورس، } a^2 + (ar)^2 = (ar^2)^2 \text{، بنابراین}$$

$$a^2(1+r^2) = a^2 r^4 \Rightarrow r^4 - r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

۳ ۳۲۶ اگر قدرنسبت این دنباله هندسی r باشد، آن‌گاه

$$r = \frac{a + \log_f 3}{a + \log_f 3} = \frac{a + \log_\lambda 3}{a + \log_f 3}$$

توجه کنید که اگر $k = \frac{x-z}{y-t}$ ، آن‌گاه $k = \frac{x}{y} = \frac{z}{t}$ در نتیجه

$$r = \frac{a + \log_f 3 - (a + \log_\lambda 3)}{a + \log_f 3 - (a + \log_f 3)} = \frac{\log_f 3 - \log_\lambda 3}{\log_f 3 - \log_f 3}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \log_f 3 - \frac{1}{3} \log_f 3}{\frac{1}{2} \log_f 3 - \frac{1}{3} \log_f 3} = \frac{\frac{1}{6} \log_f 3}{\frac{1}{6} \log_f 3} = 1$$

۳ ۳۱۵ مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1+r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $a_7 + a_8 = a_1 r^6 + a_1 r^7 = a_1 r^6 (1+r)$

$$\frac{a_5 + a_8}{a_7 + a_8} = \frac{a_1 r^4 (1+r^3)}{a_1 r^6 (1+r)} = \frac{1+r^3}{r^2(1+r)} = \frac{1-\frac{1}{r}}{\frac{1}{r}(1+\frac{1}{r})} = 7$$

بنابراین

۳ ۳۱۶ این جملات را به صورت $\frac{a}{r^2}, \frac{a}{r}, a, ar, ar^2$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{a}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a \times ar \times ar^2 = 10 \times 24 \Rightarrow a^5 = 2^4 \times 3^4 = 4^4$$

بنابراین

در نتیجه جمله وسط برابر ۴ است.

۳ ۳۱۷ راه‌حل اول این اعداد به شکل زیر هستند:

$$\sqrt{2}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 16\sqrt{2}$$

پس $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_4 = 16\sqrt{2}$ ، بنابراین

$$a_1 r^3 = 16\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} r^3 = 16\sqrt{2} \Rightarrow r^3 = 16 \Rightarrow (r^2)^3 = 2^4 \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

در نتیجه $a_4 = a_1 r^3 = 2\sqrt{2}$

راه‌حل دوم ابتدا قدرنسبت دنباله هندسی حاصل را به دست می‌آوریم:

$$r^{7+1} = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow r^8 = 16 = 2^4 \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

$$a_4 = a_1 r^3 = \sqrt{2} \times (\pm\sqrt{2})^3 = \pm 2\sqrt{2}$$

۳ ۳۱۸ قدرنسبت دنباله هندسی مورد نظر برابر است با

$$r = \frac{\log a}{\log_{16} a} = \frac{\log 16}{\log_{16} a} = \frac{\log 4}{\log_{16} a} = \frac{1}{2 \log_{16} a} = \frac{1}{\log_4 a}$$

$$a_7 = a_1 r^6 \Rightarrow \frac{1}{32} = \log_{16} a \times \frac{1}{64} \Rightarrow \log_{16} a = 2 \Rightarrow a = 4^2 = 16$$

بنابراین

۳ ۳۱۹ توجه کنید که

$$a_5 - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 r^4 - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 (r^4 - 1) = 130$$

$$a_6 - a_2 = 25 \Rightarrow a_1 r^5 - a_1 r = 25 \Rightarrow a_1 r (r^4 - 1) = 25$$

اگر این دو تساوی را بر هم تقسیم کنیم، به دست می‌آید

$$\frac{r^4 - 1}{r(r^4 - 1)} = \frac{130}{25} \Rightarrow \frac{(r^2 - 1)(r^2 + 1)}{r(r^2 - 1)} = \frac{26}{5} \Rightarrow \frac{r^2 + 1}{r} = \frac{26}{5}$$

$$5(r^2 + 1) = 26r \Rightarrow 5r^2 - 26r + 5 = 0 \Rightarrow r = 5, r = \frac{1}{5} \text{ (غ.ق.)}$$

$$a_4 r (r^2 - 1) = 25 \Rightarrow a_1 \times 5 \times 24 = 25 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{24}$$

به این ترتیب،

$$\text{در نتیجه } a_4 = a_1 r = \frac{25}{24}$$

۳ ۳۲۰ از تساوی داده شده به دست می‌آید

$$a_4 - a_1 = -(a_3 - a_2) = a_2 - a_3$$

بنابراین

$$a_4 + a_3 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_2 r + a_3 = a_1 + a_2 r$$

$$a_2 r (r+1) = a_1 (1+r) \Rightarrow (r+1)(a_2 - a_1) = 0$$

بنابراین $r = -1$ یا $a_2 = a_1$ ، توجه کنید که اگر $r = -1$ ، آن‌گاه $a_2 = a_1 (-1)^2 = a_1$

بنابراین در هر صورت $a_2 = a_1$ ، اکنون توجه کنید که اگر $a_1 = 0$ ، همه جمله‌های دنباله برابر صفر می‌شوند و تساوی داده شده در صورت مسئله بی‌معنی می‌شود. بنابراین $a_1 \neq 0$ و

$$a_2 = a_1 \Rightarrow a_1 r^2 = a_1 \xrightarrow{a_1 \neq 0} r^2 = 1 \xrightarrow{r \neq 1} r = -1$$

$$\frac{a_4 + a_3}{a_1 a_2} = \frac{a_1 (-1)^2}{a_1} + \frac{a_1}{a_1 (-1)} = -1 - 1 = -2$$

به این ترتیب

۳۳۱ ۲ قدرنسبت دنباله حسابی برابر است با $\frac{1}{8} - \frac{95}{8} = -\frac{94}{8}$. بنابراین

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = -12 + \frac{1}{8}(n-1)$ است.

در نتیجه جمله هشتادونهم این دنباله برابر است با $a_{80} = -12 + \frac{1}{8}(80-1) = -1$

اگر قدرنسبت دنباله هندسی را با r نشان دهیم، آن‌گاه

$$(3r)^5 = (3r)^5 = 243r^5 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

بنابراین $(3r)^5 = -1 \Rightarrow 3r = -1 \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$

۳۳۲ ۱ تنها دنباله‌ای که هم حسابی است و هم هندسی، دنباله ثابت است. بنابراین

$$\begin{cases} 2y + x = 2x + y \Rightarrow y = x \\ 2y + x = x + 4 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 2 \Rightarrow x + 2y = 6$$

۳۳۳ ۲ چون a ، b و c عددهای مثبت هستند، پس قدرنسبت دنباله هندسی a ، b ، c عددی مثبت مانند r است. در این صورت \sqrt{a} ، \sqrt{b} ، \sqrt{c} دنباله‌ای

هندسی با قدرنسبت \sqrt{r} است. زیرا

$$b = ar \Rightarrow \sqrt{b} = \sqrt{a}\sqrt{r}, \quad c = br \Rightarrow \sqrt{c} = \sqrt{b}\sqrt{r}$$

چون \sqrt{a} ، \sqrt{b} ، \sqrt{c} هم دنباله‌ای حسابی است هم دنباله‌ای هندسی، پس دنباله‌ای ثابت

است. یعنی $\sqrt{a} = \sqrt{b} = \sqrt{c}$. در نتیجه $a = b = c$. بنابراین $\frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{2a^2}{a^2} = 2$

۳۳۴ ۱ اگر جملات دنباله‌ای حسابی را سه برابر کنیم و سپس آن‌ها را با 5 کنیم، دنباله‌ای حسابی به دست می‌آید. چون طبق فرض سؤال این دنباله، هندسی هم هست، پس باید دنباله‌ای ثابت باشد. بنابراین دنباله اولیه هم دنباله‌ای ثابت بوده است. پس نسبت جمله سوم به جمله اول آن برابر 1 است.

۳۳۵ ۱ چون 8 واسطه حسابی عددهای a و b است، پس

$$a + b = 16 \Rightarrow b = 16 - a$$

اگر 4 واحد به b اضافه کنیم، 8 واسطه هندسی عددهای a و $b + 4$ می‌شود. بنابراین $64 = a(b + 4) = a(16 - a + 4) = 20a - a^2$

پس $a^2 - 20a + 64 = 0$ و مجموع مقادیر ممکن a برابر مجموع جواب‌های این معادله، یعنی برابر 20 است (توجه کنید در این معادله $\Delta > 0$).

۳۳۶ ۴ جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله حسابی را به ترتیب به صورت $a + d$ ، $a + 5d$ و $a + 13d$ در نظر می‌گیریم. چون این اعداد دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، پس $(a + 5d)^2 = (a + d)(a + 13d) \Rightarrow 12d^2 = 4ad \Rightarrow a = 3d$

بنابراین قدرنسبت دنباله هندسی برابر است با $r = \frac{a + 5d}{a + d} = \frac{3d + 5d}{3d + d} = \frac{8d}{4d} = 2$

۳۳۷ ۲ توجه کنید که $a_p = a - 3$ ، $a_8 = a - 5$ ، $a_6 = a - 6$

بنابراین فرض، $(a - 5)^2 = (a - 3)(a - 6)$.

$$a^2 - 10a + 25 = a^2 - 9a + 18 \Rightarrow a = 7$$

در نتیجه $a_1 = 7 - 1 = 6$

۳۳۸ ۳ جملات سوم، پنجم و هشتم دنباله حسابی را به ترتیب $a + 2d$ ، $a + 4d$ و $a + 7d$ در نظر می‌گیریم. چون این جملات یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، پس $(a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 7d) \Rightarrow 2d^2 = ad \Rightarrow a = 2d$

بنابراین دنباله هندسی به صورت $4d, 6d, 9d, \dots$ است که جمله چهارم آن $\frac{27}{4}d$

است زیرا $r = \frac{3}{2}$ و $9d \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2}d$. همچنین جمله عمومی دنباله حسابی به صورت

مقابل است: $a_n = a + (n-1)d = 2d + (n-1)d = (n+1)d$

به این ترتیب $a_{12} = 13d$ و نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{27}{13d} = \frac{27}{26}$

۳۲۷ ۴ فرض کنید قدرنسبت این دنباله برابر r باشد. در این صورت

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{62}{\sqrt{2}-6} \quad (1)$$

$$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 12 + 14\sqrt{2}$$

از تساوی دوم نتیجه می‌شود

$$a_1 r^2 + a_2 r^2 + a_3 r^2 + a_4 r^2 + a_5 r^2 = 12 + 14\sqrt{2}$$

$$r^2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5) = 12 + 14\sqrt{2} \quad (2)$$

اگر تساوی (۲) را بر تساوی (۱) تقسیم کنیم، به دست می‌آید

$$r^2 = \frac{(12 + 14\sqrt{2}) \sqrt{2} - 62}{62} = \frac{2(6 + 7\sqrt{2})(\sqrt{2} - 6)}{62} = \frac{(\sqrt{2})^2 - 6^2}{31} = \frac{62}{31} = 2$$

بنابراین $r = \sqrt{2}$. در نتیجه، از تساوی (۲) به دست می‌آید

$$2(a_1 + \sqrt{2}a_2 + 2a_3 + 2\sqrt{2}a_4 + 4a_5) = 12 + 14\sqrt{2}$$

$$(2 + 3\sqrt{2})a_1 = 6 + 7\sqrt{2} \Rightarrow a_1 = \frac{6 + 7\sqrt{2}}{2 + 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(3\sqrt{2} + 7)}{2 + 3\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

بنابراین $a_1 a_2 \dots a_n = \sqrt{2} \sqrt{2^2} \dots \sqrt{2^n} = \sqrt{2^{(1+2+\dots+n)}} = 2^{n/2}$

۳۲۸ ۳ چون $a_6 = 64$ ، پس $a_1 (\frac{1}{m})^5 = 64$ ، یعنی $\frac{a_1}{m^5} = 64$. اکنون

توجه کنید که

$$S_6 - S_5 > \frac{1}{25} \Rightarrow a_6 > \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{a_1}{m^5} > \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{a_1}{m^3} \times \frac{1}{m^2} > \frac{1}{25}$$

$$64 \times \frac{1}{m^2} > \frac{1}{25} \Rightarrow m^2 < 64 \times 25 \Rightarrow m < 40 \Rightarrow m = 40$$

همین‌طور

$$S_7 - S_6 < \frac{1}{8} \Rightarrow a_7 < \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{a_1}{m^6} < \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{a_1}{m^3} \times \frac{1}{m^3} < \frac{1}{8}$$

$$64 \times \frac{1}{m^3} < \frac{1}{8} \Rightarrow m^3 > 64 \times 8 \Rightarrow m > 4 \times 2 = 8$$

بنابراین $8 < m < 40$ و m می‌تواند 19 باشد.

۳۲۹ ۲ فرض کنید $A = a_p a_q \dots a_r$. در این صورت

$$A = (2a_p)(2a_q)(2a_r) \dots (2a_p) = 2^{10} (a_p a_q \dots a_r)$$

به همین ترتیب،

$$A = (2^2 a_1)(2^2 a_2)(2^2 a_3) \dots (2^2 a_{10}) = 2^{20} (a_1 a_2 \dots a_{10})$$

اگر این تساوی‌ها و تساوی $A = a_p a_q \dots a_r$ را در هم ضرب کنیم، به دست می‌آید

$$A^3 = 2^{10} \times 2^{20} (a_1 a_2 \dots a_{10}) = 2^{30} \times 2^{20} = 2^{50}$$

بنابراین $A = 2^{20}$

۳۳۰ ۳ فرض کنید قدرنسبت این دنباله هندسی برابر r باشد. در این صورت

$$1 = a_1 + a_2 + a_3 = a_1(1 + r + r^2) = a_1 \left(\left(r + \frac{1}{r} \right)^2 + \frac{3}{4} \right)$$

بنابراین $a_1 > 0$ ، چون $r < 0$ ، پس $a_p < 0$ و $a_p > 0$. اکنون توجه کنید که

$$a_1 + a_p = 1 - a_p, \quad a_1 a_p = a_p^2$$

بنابراین a_1 و a_p جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - (1 - a_p)x + a_p^2 = 0$ هستند. چون این معادله جواب دارد، پس

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (1 - a_p)^2 - 4a_p^2 \geq 0 \Rightarrow 3a_p^2 + 2a_p - 1 \leq 0$$

$$(3a_p - 1)(a_p + 1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq a_p \leq \frac{1}{3}$$

به این ترتیب $a_1 a_p a_p = a_p^3 \geq -1$

و چون a_p منفی است، پس $a_1 a_p a_p < 0$. پس حدود $a_1 a_p a_p$ بازه $[-1, 0)$ است.