

فصل اول

عددهای صحیح و گویا





درس اول: یادآوری عددهای صحیح



درست یا نادرست

$$-12 - 4 \times 2 = -12 - 8 = -20$$

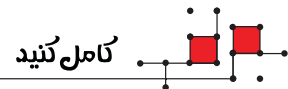
(ب) نادرست

(الف) درست

(ت) درست

$$\frac{\sqrt{36}}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

(ب) نادرست



(ب) زوج

(ب) صفر

(الف) $1 - 0$

پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$32 - 8 \div 2 \times 3 = 32 - 4 \times 3 = 32 - 12 = 20$$

(الف) گزینه (۲)

$$4 - (-5) + 2 = 4 + 5 + 2 = 11$$

(ب) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۱)

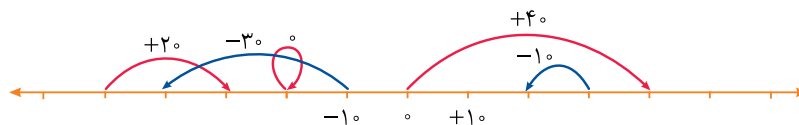
(ت) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(ب) از چپ به راست $0, +100, -500, +100$

(۱) (الف) از چپ به راست $0, +2, -3$

(۲) جواب یکتا نیست.



(۳)

(الف) -۱۱

(ب) ۱۴

(پ) -۹

(ت) ۰

(ث) -۱۸

(ج) ۲۰

(۴)

(الف) -۴

(ب) -۲۱

(پ) ۱۳

(ت) -۳

(ث) -۳۰

(ج) ۶۳

(ج) ۴

(ج) -۴

(خ) -۱۷

(د) -۶۶

(ذ) -۱۰۵

۵

الف) $-3-6 \times 4 = -3-24 = -27$

ب) $-24 \div 3 \times 2 - 9 = -8 \times 2 - 9 = -16 - 9 = -25$

پ) $18 - 11 \times 2 + 39 \div 13 = 18 - 22 + 3 = -1$

ت) $-3 - 4 \times (-2 - (3 - 10)) = -3 - 4 \times (-2 - (-7))$
 $= -3 - 4 \times 5 = -3 - 20 = -23$

ث) $6 \times 3 \div 2 - 4 \times 4 + 7 = 18 \div 2 - 16 + 7 = 9 - 16 + 7 = 0$ ج) $-2 \times 2 - 2 \div 2 - 2 = -4 - 1 - 2 = -7$

۶

الف) ۲۰

ب) -۱۵

پ) ۰

ت) -۱۳

۷

$\frac{-11}{1}$	$\frac{0}{7}$	$-(-28)$	$3/8$	$(-3)^4$	-3^4	$\sqrt{64}$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{15}{5}$	۰	-۴	+۹	عدد
		✓		✓		✓		✓			✓	طبیعی
✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓	صحیح

-۶, -۵, -۴, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

۸

۹

ب) -۵, -۴, -۳, ...

الف) -۶, -۷, -۸, ...

ت) ۱, ۲, ۳

پ) ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

۱۰

پ) ۰

ب) -۱

الف) ۱

ج) ۹۹

ث) ۱۰۰

ت) ۱

۱۱

الف) $-3 - (-2) + (+7) - (-8) = 14$

ب) $4 - 2 \times (-3) - (-5) + (+6) = 21$

۱۲

الف) $-10 + (-14) - (+17) + (-19) = -60$

ب) $-2 \times 4 - (-3) \times (-7) - 4 \times 5 = -49$

۱۳

-۴	۱	۳
۷	۰	-۷
-۳	-۱	۴

۱۴

الف) ۳۴

ب) ۸۱

۱۵

پ) $150 \times 301 = 45150$

ب) ۳۰۱

الف) ۱۵۰ جفت



تمرین‌های ویژه

۱

الف .

$$\text{ب) } (1-2) + (3-4) + \dots + (99-100) = (-1) + (-1) + \dots + (-1) = -50$$

$$\text{پ) } (100+99+98+\dots+1) + ((-5)+(-5)+\dots+(-5)) = 10 \times 50 + 100 \times (-5) = 500 - 500 = 0$$

$$\text{ت) } (-1)(1+2) + (-1)(3+4) + \dots + (-1)(99+100) = (-1) + (-2) + (-3) + (-4) + \dots + (-100) = -5050$$

۲

$$16+17+18+\dots+115 = (1+15) + (2+15) + (3+15) + \dots + (100+15) \\ = (1+2+3+\dots+100) + 100 \times 15 = 5050 + 1500 = 6550$$

۳

$$2+4+6+\dots+198+200 = (1+1) + (2+2) + (3+3) + \dots + (99+99) + (100+100) \\ = (1+2+3+\dots+100) + (1+2+3+\dots+100) = 5050 + 5050 = 10100$$

۴

$$\text{روش اول: } 3+5+\dots+49+51+53+\dots+97+99 = (3+99) + (5+97) + \dots + (49+53) + 51 = 10 \times 24 + 51 = 249$$

$$\text{روش دوم: } 1+3+5+\dots+95+97+99-1 = (1+99) + (3+97) + (5+95) + \dots + (49+51) - 1 = 100 \times 25 - 1 = 2499$$

درس دوم: معرفی عددهای گویا



درست یا نادرست

(الف) درست (ب) نادرست (پ) درست (ت) درست

کامل کنید

(الف) صفر (ب) -۵ (پ) بی‌شمار

پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$-\frac{11}{7} = -\frac{22}{14} < -\frac{21}{14} = -\frac{3}{2}$$

(ث) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۱)

$$3\frac{5}{7} = \frac{26}{7}$$

(ت) گزینه (۲)

(الف) گزینه (۱)

(پ) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

فقط ۱- عددی صحیح است.

فقط ۲ و ۲- عددهای صحیح هستند.

$$\frac{a}{5} = -2\frac{3}{5} = -\frac{13}{5} \Rightarrow a = -13$$

$$\frac{5}{5} = \frac{29}{5}$$

$$-1\frac{4}{5}, -1, -\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, 1\frac{3}{5}$$

(۱) (الف) از چپ به راست

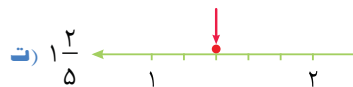
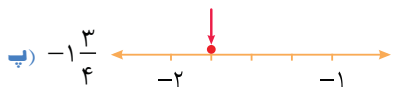
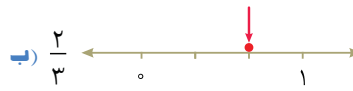
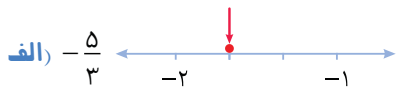
$$-2, -1\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 2$$

(ب) از چپ به راست

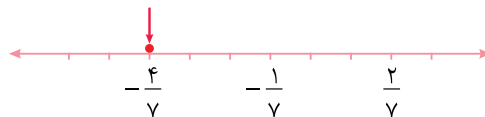
(۲)

(۳)

(۴)



(۵)





۶

الف) $19\frac{2}{3}$ ب) $3\frac{6}{7}$ پ) $-1\frac{1}{100}$ ت) $-2\frac{3}{5}$

۷

الف) $\frac{7}{3}$ ب) $-\frac{62}{11}$ پ) $\frac{128}{12} = \frac{32}{3}$ ت) $-\frac{55}{4}$

۸

الف) $-\frac{25}{10} = -\frac{5}{2}$ ب) $\frac{36}{10} = \frac{18}{5}$ پ) $-\frac{109}{10}$ ت) $\frac{411}{100}$

۹

الف) $-\frac{3}{2} = \frac{6}{-4} = \frac{9}{-6} = -\frac{39}{-26}$ ب) $-\frac{8}{-18} = \frac{-4}{-9} = -\frac{12}{-27} = \frac{36}{81}$

۱۰

الف) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{-8}{-10} = \frac{12}{15}$ ب) $-\frac{24}{18} = -\frac{4}{3} = -\frac{8}{6} = -\frac{12}{9}$
 پ) $-\frac{126}{-60} = \frac{126}{60} = \frac{21}{10} = \frac{42}{20}$ ت) $-1\frac{30}{42} = -\frac{72}{42} = -\frac{12}{7} = -\frac{24}{14}$

۱۱

الف) $-2\frac{4}{3} = -\frac{10}{3}$ ب) ۱۵ پ) $-6\frac{24}{5} = -\frac{54}{5}$ ت) $7/5$

۱۲

الف) $\div 12 \Rightarrow -\frac{6}{5}$ ب) $\div 28 \Rightarrow -\frac{5}{3}$ پ) $\div 77 \Rightarrow -\frac{13}{2}$ ت) $\div (-6) \Rightarrow \frac{22}{9}$

۱۳

الف) $\frac{54}{45} = \frac{6}{5} = \frac{66}{55} \Rightarrow x = 55$
 ب) $-\frac{10}{25} = -\frac{2}{5} = -\frac{12}{30} = -\frac{12}{30} \Rightarrow x = 30$
 پ) $-\frac{48}{36} = -\frac{4}{3} = -\frac{28}{21} = -\frac{28}{21} \Rightarrow x = -28$
 ت) $\frac{3}{x-1} = \frac{2}{x+1} \Rightarrow \frac{6}{2(x-1)} = \frac{6}{3(x+1)} \Rightarrow 2(x-1) = 3(x+1) \Rightarrow 2x-2 = 3x+3 \Rightarrow x = -5$

۱۴

الف) < ب) < پ) < ت) < =

۱۵

$-\frac{39}{6} < -3\frac{1}{4} < -1\frac{1}{2} < \frac{0}{3} < \frac{13}{5} < \frac{1}{3}$

۱۶

بین ۰ و ۱: $\frac{7}{8}$ کوچک‌تر از -۴: $-3\frac{14}{13}$ بین -۲ و -۳: $-1\frac{6}{5}$ بین -۲ و -۱: $-\frac{7}{4}$

بزرگ‌تر از ۱: $\frac{1402}{1401}$ بین -۱ و ۰: $-\frac{1400}{1401}$ بین -۳ و -۴: $-\frac{86}{22}$

۱۷

۱۸





تمرین‌های ویژه

۱

الف) $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, $\frac{1}{3} = \frac{8}{24} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{9}{24} < \frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$ ب) $1/001 < 1/0011 < 1/0012 < 1/0013 < 1/002$

۲

خانه $\rightarrow \frac{2}{4} \rightarrow 17 \rightarrow \frac{\sqrt{9}}{3} \rightarrow \frac{4^2}{2} \rightarrow \sqrt{13^2} \rightarrow \frac{-21}{-7} \rightarrow 2 \rightarrow$ قورباغه مسیر ۱
 خانه $\rightarrow \frac{2}{4} \rightarrow 17 \rightarrow \frac{21}{3/1} \rightarrow \frac{1001}{13} \rightarrow (-5)^0 \rightarrow \frac{6 \times 15}{9 \times 2} \rightarrow \sqrt{13^2} \rightarrow \frac{-21}{-7} \rightarrow 2 \rightarrow$ قورباغه مسیر ۲

۳

$\frac{a}{9} < -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{9} < -\frac{3}{9} \Rightarrow \frac{a}{9} < \frac{-3}{9} \Rightarrow a < -3 \Rightarrow a$ بزرگ‌ترین عدد صحیح $= -2$

۴

$-\frac{8}{5} < \frac{\square}{20} \Rightarrow -\frac{32}{20} < \frac{\square}{20} \Rightarrow \square = -31, -25, -12$

۵

$-\frac{7}{6} < \frac{\square}{3} < -\frac{1}{6}$

روش اول: $-\frac{7}{6} < \frac{2 \times \square}{6} < -\frac{1}{6} \Rightarrow -7 < 2 \times \square < -1 \Rightarrow \square = -1, -2, -3$

روش دوم: $-\frac{3/5}{3} < \frac{\square}{3} < -\frac{1/5}{3} \Rightarrow -3/5 < \square < -1/5 \Rightarrow \square = -1, -2, -3$

۶

$\frac{a}{b} = -\frac{7}{5}$, $a < 0, b > 0$, $a + b = -8$, a و b صحیح هستند

$-\frac{7}{5} = -\frac{14}{10} \Rightarrow a = -14, b = 10 \Rightarrow a + b = -4 \times$ $-\frac{7}{5} = -\frac{21}{15} \Rightarrow a = -21, b = 15 \Rightarrow a + b = -6$

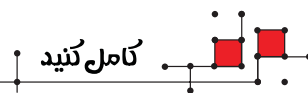
$-\frac{7}{5} = -\frac{28}{20} \Rightarrow a = -28, b = 20 \Rightarrow a + b = -8 \checkmark$

درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا



درست یا نادرست  

الف) نادرست ب) درست پ) نادرست ت) درست



الف) $4\frac{3}{4}$ ب) $-\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = -\frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{2}{15}$ پ) -11

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۱) پ) گزینه (۲) ت) گزینه (۲)

$$\frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{7}{9} = (1 - \frac{2}{3}) - (1 - \frac{2}{5}) + (1 - \frac{2}{7}) - (1 - \frac{2}{9}) = 1 - \frac{2}{3} - 1 + \frac{2}{5} + 1 - \frac{2}{7} - 1 + \frac{2}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{7} + \frac{2}{9} = -2A$$

تمرین‌های تشریحی

الف) از چپ به راست $\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}, -1$ ب) از چپ به راست $-3, -\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, -2$

پ) از چپ به راست $2, -1, -\frac{4}{5}, -\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, -\frac{4}{5}$

الف) $(-\frac{3}{4}) + (+\frac{7}{4}) = +2$

ب) $(-1) + (-\frac{5}{3}) = -\frac{8}{3}$

الف) $(-\frac{6}{5}) + (+\frac{3}{5}) = -\frac{3}{5}$

ب) $(-\frac{3}{4}) + (-\frac{7}{4}) = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$

الف) $-\frac{7}{3} - \frac{5}{3} = (-\frac{7}{3}) + (-\frac{5}{3}) = -\frac{12}{3} = -4$

ب) $\frac{6}{5} - \frac{11}{5} = (+\frac{6}{5}) + (-\frac{11}{5}) = -\frac{5}{5} = -1$

پ) $-\frac{7}{4} - (-\frac{13}{4}) = (-\frac{7}{4}) + (+\frac{13}{4}) = \frac{6}{4}$



۵

الف) $\frac{5}{4} - \frac{9}{4} = \frac{5-9}{4} = \frac{-4}{4} = -1$

ب) $-\frac{2}{9} + \frac{13}{9} = \frac{-2+13}{9} = \frac{-2+13}{9} = \frac{11}{9}$

پ) $-\frac{3}{5} - (-\frac{1}{5}) = \frac{-3-(-1)}{5} = \frac{-3-(-1)}{5} = \frac{-2}{5}$

ت) $-\frac{5}{6} - \frac{15}{6} = \frac{-5-15}{6} = \frac{-20}{6} = -\frac{10}{3}$

ث) $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{9}{12} - \frac{5}{12} = \frac{9-5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

ج) $-\frac{25}{9} - (-\frac{7}{3}) = \frac{-25}{9} - (-\frac{21}{9}) = \frac{-25-(-21)}{9} = \frac{-4}{9}$

د) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{7} = \frac{-21}{35} - \frac{20}{35} = \frac{-21-20}{35} = \frac{-41}{35}$

د) $\frac{11}{9} - \frac{5}{8} = \frac{88}{72} - \frac{45}{72} = \frac{88-45}{72} = \frac{43}{72}$

خ) $-\frac{25}{6} + \frac{7}{5} = \frac{-125}{30} + \frac{42}{30} = \frac{-125+42}{30} = \frac{-83}{30}$

۶

الف) $5 + \frac{7}{11} = \frac{55}{11} + \frac{7}{11} = \frac{62}{11}$

ب) $\frac{48}{11}$

پ) $-\frac{62}{11}$

ت) $-\frac{48}{11}$

ث) $\frac{48}{11}$

د) $-\frac{62}{11}$

۷

الف) $10 - \frac{2}{3} = 10 + \frac{2}{3} = \frac{30}{3} + \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$

ب) $-8 - \frac{3}{5} = -8 - \frac{3}{5} = \frac{-40}{5} - \frac{3}{5} = \frac{-43}{5}$

پ) $-5 - \frac{9}{7} = -5 - \frac{9}{7} = \frac{-35}{7} - \frac{9}{7} = \frac{-44}{7}$

۸

الف) $2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{5} = \frac{11}{4} + \frac{16}{5} = \frac{55}{20} + \frac{64}{20} = \frac{119}{20}$

ب) $-4\frac{1}{3} + 7\frac{1}{7} = -\frac{13}{3} + \frac{50}{7} = \frac{-91}{21} + \frac{150}{21} = \frac{59}{21}$

پ) $-5\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6} = -\frac{11}{2} - \frac{23}{6} = \frac{-33}{6} - \frac{23}{6} = \frac{-56}{6} = -\frac{28}{3}$

ت) $-7\frac{1}{4} - (-9\frac{3}{5}) = -\frac{29}{4} - (-\frac{48}{5}) = \frac{-145}{20} - (-\frac{192}{20}) = \frac{47}{20}$

ت) $-\frac{2}{7}$

پ) $-\frac{5}{5}$

ب) $-\frac{10}{1}$

الف) $-\frac{2}{3}$ (۹)

ج) $-\frac{19}{06}$

ج) $-\frac{63}{87}$

ث) $-\frac{15}{58}$

۱۰

الف) $\begin{cases} -17+21=4 \\ -1/7+2/1=0/4 \end{cases}$

ب) $\begin{cases} -9-(-5)=-4 \\ -0/009-(-0/005)=-0/004 \end{cases}$

پ) $\begin{cases} 212-374=-162 \\ 2/12-3/74=-1/62 \end{cases}$

۱۱

الف) $-23/71 - (-47/09) + 16/83 = -24 - (-47) + 17 = 40$

ب) $18/52 - 37/47 + (-29/0999) = 19 - 37 - 29 = -47$



پ) $-3\frac{9}{11} + 2\frac{2}{5} - 6\frac{15}{16} \approx -4 + 2 - 7 = -9$

ت) $-4\frac{3}{4} - (-9\frac{5}{8}) + 1\frac{99}{100} \approx -5 - (-10) + 2 = 7$

$A = -\frac{3}{2}, B = 1 \Rightarrow A + B = -\frac{3}{2} + 1 = -\frac{1}{2}$

۱۲

تمرین‌های ویژه

۱

روش اول: $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \frac{1}{2} = \frac{6+4-3}{12} - \frac{6-4-3}{12} + \frac{6}{12} = \frac{7}{12} - \frac{-1}{12} + \frac{6}{12} = \frac{7-(-1)+6}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$

روش دوم: $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$

۲

$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4-6-3}{12} = -\frac{5}{12}, \quad -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{-4-6+3}{12} = -\frac{7}{12}$

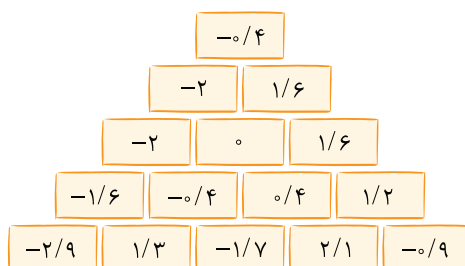
$-\frac{5}{12} > -\frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} > -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

۳

الف) $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$

پ) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} = (\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \dots + (\frac{1}{99} - \frac{1}{100}) = 1 - \frac{1}{100} = \frac{100}{100} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$

۴



۵

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{12}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$

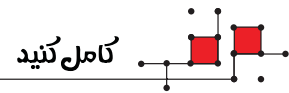


درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا



درست یا نادرست

(الف) نادرست (ب) نادرست (پ) درست (ت) درست



(الف) صفر - صفر (ب) ۱ (پ) معکوس

پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$-1/2 = -\frac{12}{10} = -\frac{6}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{5}{6}$$

(الف) گزینه (۲)

$$1\frac{3}{5} = \frac{8}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{8} \Rightarrow 1\frac{3}{5} \times \frac{5}{8} = 1$$

(ب) گزینه (۱)

$$\frac{-2}{3} \div \frac{3}{-4} = (-\frac{2}{3}) \div (-\frac{3}{4}) = \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}$$

(پ) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

(۱)

(الف) $\frac{2}{5} \times (+\frac{5}{8}) = \frac{\cancel{2}^1}{5} \times \frac{5}{\cancel{8}_4} = \frac{1}{4}$

(ب) $-\frac{7}{8} \times (+\frac{12}{5}) = -(\frac{7}{\cancel{8}_2} \times \frac{\cancel{12}^3}{5}) = -\frac{21}{10}$

(پ) $\frac{9}{2} \times (-\frac{10}{3}) = -(\frac{\cancel{9}^3}{2} \times \frac{\cancel{10}^5}{\cancel{3}_1}) = -15$

(ت) $-\frac{5}{12} \times (-\frac{6}{7}) = \frac{5}{\cancel{12}_2} \times \frac{\cancel{6}^1}{7} = \frac{5}{14}$

(۲)

(الف) $-3\frac{2}{3} \times (+\frac{6}{5}) = -(3\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}) = -(\frac{11}{1} \times \frac{\cancel{6}^2}{5}) = -\frac{22}{5}$

(ب) $\frac{2}{7} \times (-2\frac{4}{5}) = -(\frac{2}{7} \times 2\frac{4}{5}) = -(\frac{2}{\cancel{7}_1} \times \frac{\cancel{14}^2}{5}) = -\frac{4}{5}$

پ) $-1\frac{3}{5} \times (-3\frac{1}{2}) = 1\frac{3}{5} \times 3\frac{1}{2} = \frac{8}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{28}{5}$

ت) $1\frac{1}{5} \times (+2\frac{4}{3}) = 1\frac{1}{5} \times 2\frac{4}{3} = \frac{6}{5} \times \frac{10}{3} = 4$

ث) $-1/8 \times (+2/5) = -(1/8 \times 2/5) = -(\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}) = -\frac{1}{20}$

ج) $7\frac{1}{2} \times (-2/4) = -(7\frac{1}{2} \times 2/4) = -(\frac{15}{2} \times \frac{1}{2}) = -\frac{15}{4}$

$A = -2\frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$, $B = -1\frac{3}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow A \times B = (-\frac{5}{2}) \times (-\frac{7}{4}) = \frac{5}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{8}$

۳

۴

الف) $\frac{4}{3}$ ب) $-\frac{7}{3}$ پ) $\frac{1}{5}$ ت) $-\frac{1}{4}$

ث) $+2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{13}$

ج) $-1\frac{3}{4} = -\frac{7}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{4}{7}$

ج) $1/4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{7}$

ج) $-3/4 = -\frac{34}{10} = -\frac{17}{5} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{5}{17}$

۵

الف) $-\frac{7}{2}$ ب) $-\frac{9}{25}$ پ) $\frac{5}{17}$ ت) $-\frac{1}{5}$

ث) ۱۰۰

۶

$(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{4}-1)(\frac{1}{5}-1)(\frac{1}{6}-1) = (\frac{1-2}{2})(\frac{1-3}{3})(\frac{1-4}{4})(\frac{1-5}{5})(\frac{1-6}{6}) = (-\frac{1}{2})(-\frac{2}{3})(-\frac{3}{4})(-\frac{4}{5})(-\frac{5}{6})$
 $= -\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = -\frac{1}{6}$

۷

الف) $\frac{14}{15} \div (-\frac{7}{5}) = \frac{14}{15} \times (-\frac{5}{7}) = -\frac{14}{15} \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$ ب) $-\frac{2}{3} \div (-\frac{3}{2}) = -\frac{2}{3} \times (-\frac{2}{3}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

پ) $-\frac{9}{10} \div \frac{6}{25} = -\frac{9}{10} \times \frac{25}{6} = -\frac{15}{4}$

ت) $\frac{99}{100} \div (-\frac{99}{100}) = \frac{99}{100} \times (-\frac{100}{99}) = -\frac{99}{100} \times \frac{100}{99} = -1$

۸

الف) $-\frac{12}{5} \div (-12) = -\frac{12}{5} \times (-\frac{1}{12}) = \frac{12}{5} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{5}$ ب) $3 \div (-\frac{5}{2}) = 3 \times (-\frac{2}{5}) = -3 \times \frac{2}{5} = -\frac{6}{5}$

پ) $1/2 \div (-3) = 1/2 \times (-\frac{1}{3}) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$

ت) $-3/2 \div 6 = -3/2 \times \frac{1}{6} = -\frac{3}{2} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{4}$



$$\text{ث) } -1/4 \div \frac{3}{5} = -1/4 \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{12} \times \frac{3}{3} = -\frac{5}{12}$$

$$\text{ج) } -1/8 \div (-\frac{2}{3}) = -1/8 \times (-\frac{3}{2}) = 1/8 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{16}$$

$$\text{د) } 2/7 \div 2/4 = \frac{27}{10} \div \frac{24}{10} = \frac{27}{10} \times \frac{10}{24} = \frac{9}{8}$$

$$\text{ه) } -3/6 \div (-4/8) = -\frac{36}{10} \div (-\frac{48}{10}) = -\frac{36}{10} \times (-\frac{10}{48}) = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$$

$$\text{الف) } \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\text{ب) } \frac{24}{25} = \frac{96}{100} = 0.96$$

$$\text{پ) } \frac{7}{2} = \frac{35}{10} = 3.5$$

$$\text{ت) } -\frac{5}{8} = -\frac{625}{1000} = -0.625$$

9

10

$$\text{الف) } (-\frac{2}{7} - (-\frac{1}{7})) \times \frac{5}{15} = (-\frac{2}{7} + \frac{1}{7}) \times \frac{5}{15} = -\frac{1}{7} \times \frac{5}{15} = -\frac{1}{21}$$

$$\text{ب) } -\frac{4}{3} \div (-\frac{1}{3} + \frac{3}{5}) = -\frac{4}{3} \div (-\frac{5}{15} + \frac{9}{15}) = -\frac{4}{3} \div \frac{4}{15} = -\frac{4}{3} \times \frac{15}{4} = -5$$

$$\text{پ) } (-\frac{1}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} - \frac{4}{9}) \times (-\frac{6}{5}) = (-\frac{10}{9}) \times (-\frac{6}{5}) = \frac{4}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\text{ت) } (\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{5}{9}) \div \frac{35}{36} = (\frac{6}{36} - \frac{27}{36} + \frac{20}{36}) \div \frac{35}{36} = -\frac{1}{36} \div \frac{35}{36} = -\frac{1}{36} \times \frac{36}{35} = -\frac{1}{35}$$

$$\text{ث) } (-\frac{1}{2} - \frac{1}{9}) + (-3 + 5) - 1 \frac{7}{18} = (-\frac{9}{18} - \frac{2}{18}) + 2 - \frac{25}{18} = -\frac{11}{18} + \frac{36}{18} - \frac{25}{18} = 0$$

$$\text{ج) } -2 \frac{3}{4} \times (-1 \frac{4}{5}) \div (\frac{3}{2} - 1) = -\frac{11}{4} \times (-\frac{9}{5}) \div (\frac{3}{2} - \frac{2}{2}) = -\frac{11}{4} \times (-\frac{9}{5}) \div (\frac{1}{2}) = -\frac{11}{4} \times \frac{9}{5} \times \frac{2}{1} = -\frac{99}{10}$$

$$\text{د) } -2 \frac{1}{3} \div 1 \frac{2}{5} - 2 \frac{1}{6} \times 1 \frac{1}{4} = -\frac{7}{3} \div \frac{7}{5} - \frac{13}{6} \times \frac{5}{4} = -\frac{7}{3} \times \frac{5}{7} - \frac{13}{6} \times \frac{5}{4} = -\frac{5}{3} - \frac{65}{24} = -\frac{40}{24} - \frac{65}{24} = -\frac{105}{24} = -\frac{35}{8}$$

$$\text{ه) } (1 - 1 \frac{1}{2})(2 - 2 \frac{1}{2})(3 - 3 \frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

11

$$\begin{aligned} (3 + (2 - \frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{2})) \times (\frac{1}{2} - 2) &= (3 + (\frac{4}{2} - \frac{1}{2}) \div (\frac{2}{2} - \frac{1}{2})) \times (\frac{1}{2} - \frac{4}{2}) = (3 + \frac{3}{2} \div \frac{1}{2}) \times (-\frac{3}{2}) = (3 + \frac{3}{2} \times 2) \times (-\frac{3}{2}) \\ &= (3 + 3) \times (-\frac{3}{2}) = -6 \times \frac{3}{2} = -9 \end{aligned}$$

12

$$\text{الف) } \frac{-1 \frac{2}{3} + \frac{2}{6} - \frac{5}{3} + \frac{1}{3} - \frac{5}{3} + \frac{1}{3} - \frac{4}{3}}{-2 \frac{1}{3} - \frac{7}{9} - \frac{7}{3} - \frac{7}{9} - \frac{21}{9} - \frac{7}{9} - \frac{28}{9}} = \frac{-\frac{10}{3} + \frac{2}{6} - \frac{10}{3} + \frac{1}{3} - \frac{10}{3} + \frac{1}{3} - \frac{4}{3}}{-\frac{20}{3} - \frac{7}{9} - \frac{14}{3} - \frac{7}{9} - \frac{21}{9} - \frac{7}{9} - \frac{28}{9}} = \frac{-\frac{10}{3} + \frac{1}{3} - \frac{10}{3} + \frac{1}{3} - \frac{4}{3}}{-\frac{20}{3} - \frac{14}{3} - \frac{42}{9} - \frac{28}{9}} = \frac{-\frac{18}{3}}{-\frac{20}{3} - \frac{14}{3} - \frac{70}{9} - \frac{28}{9}} = \frac{-6}{-\frac{34}{3} - \frac{98}{9}} = \frac{-6}{-\frac{102}{9} - \frac{98}{9}} = \frac{-6}{-\frac{200}{9}} = \frac{6 \times 9}{200} = \frac{54}{200} = \frac{27}{100}$$

$$\text{ب) } \frac{-1 \frac{3}{4} \times \frac{12}{7} + 2 - \frac{7}{7} \times \frac{14}{7} + 2}{4 \frac{1}{2} \div (-\frac{3}{5}) - \frac{9}{2} \div (-\frac{3}{5}) - \frac{7}{2} \times \frac{5}{7} - \frac{15}{2} - \frac{15}{2} - 15} = \frac{-\frac{9}{2} + 2 - 1 + 2}{\frac{4}{2} \times \frac{5}{3} - \frac{9}{2} \times \frac{5}{3} - \frac{5}{2} - \frac{15}{2} - 15} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{45}{6} - \frac{5}{2} - \frac{15}{2} - 15} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{45}{6} - \frac{10}{2} - 15} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{45}{6} - 10 - 15} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{45}{6} - 25} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{45}{6} - \frac{150}{6}} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{195}{6}} = \frac{2}{\frac{10}{3} - \frac{65}{2}} = \frac{2}{\frac{20}{6} - \frac{195}{6}} = \frac{2}{-\frac{175}{6}} = -\frac{12}{175}$$

$$\begin{aligned} \text{پ)} \quad \frac{-1\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{3})}{\frac{1}{2} \times 1 - \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \div \frac{2}{3}} &= \frac{-\frac{3}{2} - (-\frac{4}{3})}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} - \frac{5}{6} \times \frac{3}{3} \div \frac{2}{2}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{2}{6} - \frac{5}{6} \div \frac{2}{2}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{2}{6} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{2}{6} - \frac{5}{12}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{\frac{4}{12} - \frac{5}{12}} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{4}{3}}{-\frac{1}{12}} = \frac{-\frac{9}{6} + \frac{8}{6}}{-\frac{1}{12}} = \frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{1}{12}} = \frac{1}{6} \times \frac{12}{1} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ت)} \quad \frac{(2-\frac{7}{2}) - (\frac{3}{2} - \frac{5}{3})}{(\frac{2}{7} - \frac{3}{14}) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{2})} &= \frac{(\frac{4}{2} - \frac{7}{2}) - (\frac{3}{2} - \frac{5}{3})}{(\frac{4}{14} - \frac{3}{14}) - (\frac{2}{6} - \frac{3}{6})} = \frac{-\frac{3}{2} - (-\frac{1}{6})}{\frac{1}{14} - (-\frac{1}{6})} = \frac{-\frac{3}{2} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{14} + \frac{1}{6}} = \frac{-\frac{9}{6} + \frac{1}{6}}{\frac{3}{42} + \frac{7}{42}} = \frac{-\frac{8}{6}}{\frac{10}{42}} = -\frac{4}{3} \times \frac{21}{5} = -\frac{28}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ث)} \quad \frac{2}{1 + \frac{1}{1 - \frac{4}{3}}} &= \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{3-4}{3}}} = \frac{2}{1 + \frac{1}{-\frac{1}{3}}} = \frac{2}{1 + (-3)} = \frac{2}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج)} \quad -\frac{2}{3} \div ((1 - \frac{1}{3}) - (-\frac{3}{9}) \times (\frac{1}{6})) &= -\frac{2}{3} \div ((\frac{3}{3} - \frac{1}{3}) - (-\frac{1}{3}) \times \frac{1}{6}) = -\frac{2}{3} \div (\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}) = -\frac{2}{3} \div (\frac{2}{3} + \frac{1}{18}) \\ &= -\frac{2}{3} \div (\frac{12}{18} + \frac{1}{18}) = -\frac{2}{3} \div \frac{13}{18} = -\frac{2}{3} \times \frac{18}{13} = -\frac{12}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{د)} \quad \frac{1 + \frac{2}{5} \div (1 - \frac{1}{2})}{1 - \frac{2}{5}} &= \frac{\frac{5}{5} + \frac{2}{5} \div (1 - \frac{1}{2})}{\frac{5}{5} - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{2}{5} \div (\frac{2}{2} - \frac{1}{2})}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{2}{5} \div (\frac{1}{2})}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{1}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{5} + \frac{4}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{9}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

۱۳

$$a = \frac{1}{6}, \quad b = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \div \frac{b}{a} = \left(\frac{1}{\frac{1}{6}} + \frac{1}{-\frac{1}{3}}\right) \div \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} = (6 - 3) \div \frac{-\frac{1}{3} \times 6}{1} = 3 \div (-2) = -\frac{3}{2}$$

۱۴

$$\begin{aligned} \text{الف)} \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)^2 &= \left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{9}{4} + \frac{1}{18} = \frac{243}{108} + \frac{6}{108} = \frac{249}{108} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب)} \quad \left(-2\frac{1}{3}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^2 &= \left(-\frac{7}{3}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{49}{9}\right) \div \left(\frac{1}{16}\right) = \frac{49}{9} \times 16 = \frac{784}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پ)} \quad \frac{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{9}{8}\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)^3} &= \frac{1 + \left(\frac{9}{16}\right) \div \left(-\frac{9}{8}\right)}{\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{1 + \left(\frac{9}{16} \times \frac{8}{-9}\right)}{-\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{1 + \frac{9}{16} \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{-\frac{27}{8}} = \frac{1 - \frac{9}{32}}{-\frac{27}{8}} \\ &= \frac{1 - \frac{9}{32}}{-\frac{27}{8}} = \frac{\frac{32}{32} - \frac{9}{32}}{-\frac{27}{8}} = \frac{\frac{23}{32}}{-\frac{27}{8}} = \frac{23}{32} \times \frac{8}{-27} = -\frac{23}{108} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{ت)} \quad \left((1 - \frac{13}{15}) \div (1 - \frac{19}{15}) \right)^3 &= \left((\frac{15-13}{15} \div \frac{15-19}{15}) \right)^3 = \left(\frac{2}{15} \div (-\frac{4}{15}) \right)^3 = \left(\frac{2}{15} \times (-\frac{15}{4}) \right)^3 = \left(-\frac{2}{4} \times \frac{15}{15} \right)^3 \\ &= \left(-\frac{1}{2} \right)^3 = \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$

۱۵

$$\left(-\frac{2}{3} \right)^m = -\frac{8}{27} \Rightarrow m=3 \quad \left(-\frac{4}{5} \right)^n = \frac{16}{25} \Rightarrow n=2 \quad n-m=2-3=-1$$

۱۶

روش اول:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \dots + \frac{2}{3} &= 14 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) + \frac{2}{3} = 14 \times \left(\frac{8}{12} - \frac{9}{12} \right) + \frac{2}{3} = 14 \times \left(-\frac{1}{12} \right) + \frac{2}{3} \\ &= -\frac{14}{12} + \frac{2}{3} = -\frac{7}{6} + \frac{2}{3} = -\frac{7}{6} + \frac{4}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \dots + \frac{2}{3} = 15 \times \frac{2}{3} + 14 \times \left(-\frac{3}{4} \right) = 10 \times \frac{2}{3} - 14 \times \frac{3}{4} = 10 - \frac{21}{2} = \frac{20}{2} - \frac{21}{2} = -\frac{1}{2}$$

تمرین‌های ویژه

$$A = 1 \times \frac{1}{99} \times 1 \times \frac{1}{97} \times 1 \times \frac{1}{95} \times \dots \times 1 \times \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{99} \times \frac{98}{99} \times \frac{96}{97} \times \dots \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{1}$$

$$A \div B = A \times \frac{1}{B} = \left(\frac{100}{99} \times \frac{98}{97} \times \frac{96}{95} \times \dots \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{1} \right) \times \left(\frac{1}{99} \times \frac{1}{97} \times \frac{1}{95} \times \dots \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{99} \times \frac{98}{97} \times \frac{96}{95} \right) = 100$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{5}}}} &= 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{5}}}} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{19}}} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{\frac{57-5}{19}}} = 1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{19}} \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{2 \times 19 - 1}{19}} = 1 - \frac{1}{\frac{38-1}{19}} = 1 - \frac{19}{37} = \frac{37-19}{37} = \frac{18}{37} \end{aligned}$$

$$\frac{7}{3} + 5 \times \left(-\frac{8}{3} \right) = \frac{7}{3} - 5 \times \frac{8}{3} = \frac{7}{3} - \frac{40}{3} = -\frac{33}{3} = -11$$

x = فاصله خانه قورباغه تا برکه

شماره پرش	۱	۲	۳	۴	۵
مسیر طی شده در پرش	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}x = \frac{2}{9}x$	$\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}x = \frac{4}{27}x$	$\frac{1}{3} \times \frac{8}{27}x = \frac{8}{81}x$	$\frac{1}{3} \times \frac{16}{81}x = \frac{16}{243}x$
مسیر باقی‌مانده پس از پرش	$\frac{2}{3}x$	$x - \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}x \right) = \frac{4}{9}x$	$x - \left(\frac{5}{9}x + \frac{4}{27}x \right) = \frac{8}{27}x$	$x - \left(\frac{19}{27}x + \frac{8}{81}x \right) = \frac{16}{81}x$	$x - \left(\frac{65}{81}x + \frac{16}{243}x \right) = \frac{32}{243}x$

$$\frac{32}{243}x = 183 \Rightarrow x = \frac{183 \times 243}{32} = \frac{44469}{32} \approx 1390 \text{ سانتی‌متر}$$

۵

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = -\frac{5}{20} - \frac{4}{20} = -\frac{9}{20} \Rightarrow \square = \frac{20}{9}$$

۶

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{3}{9} \Rightarrow \square = 9$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

$$4 - 3 \times 2 \div 5 + 1 = 4 - ((3 \times 2) \div 5) + 1 = 4 - (6 \div 5) + 1 = 4 - \frac{6}{5} + 1 = \frac{20 - 6 + 5}{5} = \frac{19}{5}$$

گزینه (۳)

گزینه (۴)

۱) $-\frac{17}{4} = -4/25 \checkmark$

۲) $-\frac{19}{4} = -4/75 \checkmark$

۳) $-4 \frac{1}{3} = -4/3 \checkmark$

۴) $-4 \frac{4}{3} = -5/3 \times$

گزینه (۱)

۱) $-\frac{7}{2} = \frac{-210}{60}$

۲) $-\frac{11}{3} = \frac{-220}{60}$

۳) $-\frac{19}{5} = \frac{-228}{60}$

۴) $-\frac{15}{4} = \frac{-225}{60}$

گزینه (۴)

$$-3 \frac{2}{7} = -\frac{23}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{7}{23} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{7}{23}$$

گزینه (۲)

۱) $\frac{3}{5} - \frac{5}{7} = \frac{21}{35} - \frac{25}{35} = -\frac{4}{35} \times$

۲) $-\frac{2}{9} - (-\frac{3}{8}) = -\frac{16}{72} + \frac{27}{72} = \frac{11}{72} \checkmark$

۳) $\frac{8}{11} - \frac{7}{9} = \frac{72}{99} - \frac{77}{99} = -\frac{5}{99} \times$

۴) $-\frac{11}{3} + \frac{7}{2} = -\frac{22}{6} + \frac{21}{6} = -\frac{1}{6} \times$

گزینه (۱)

$$-\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{-2}{7} = -\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{2}{7} = -\frac{4}{5} + \frac{8}{35} = -\frac{28}{35} + \frac{8}{35} = -\frac{20}{35} = -\frac{4}{7}$$

گزینه (۲)

$$\frac{-7}{15} \div \frac{14}{5} - 1 = -\frac{7}{15} \times \frac{5}{14} - 1 = -\frac{1}{6} - 1 = -\frac{1}{6} - \frac{6}{6} = -\frac{7}{6}$$

گزینه (۴)

$$1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} - 2}} = 1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{4}{2}}} = 1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{-\frac{3}{2}}} = 1 - \frac{2}{1 + (-\frac{2}{3})} = 1 - \frac{2}{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}} = 1 - \frac{2}{\frac{1}{3}} = 1 - 2 \div \frac{1}{3} = 1 - 2 \times 3 = 1 - 6 = -5$$

گزینه (۳)

$$-\frac{37}{4} = -9/25$$

گزینه (۱)

$$-3 \frac{1}{4} \div \frac{-7}{12} = -\frac{13}{4} \div \frac{-7}{12} = \frac{13}{4} \times \frac{12}{7} = \frac{39}{7}$$



امتحان فصل اول

۱ الف) ×	ب) ✓	ب) ✓	ب) ×
۲ الف) -۵ -۶	ب) ۵	ب) -۵	ت) ۲
۳ الف) $\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{4}) = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$	ب) $\frac{1}{3} \times (-\frac{3}{4}) = -\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$	ت) -۱	ب) $-\frac{3}{4}$
۴	$-\frac{11}{5} = -\frac{132}{60}$ $-\frac{5}{4} = -\frac{75}{60}$ $-\frac{7}{3} = -\frac{140}{60} \Rightarrow -\frac{140}{60} < -\frac{132}{60} < -\frac{75}{60} \Rightarrow -\frac{7}{3} < -\frac{11}{5} < -\frac{5}{4}$		
۵	$-\frac{12}{x} = \frac{21}{42} = \frac{1}{2} = \frac{-12}{-24} \Rightarrow x = -24 \Rightarrow x \text{ معکوس} = -\frac{1}{24}$		
۶	$-\frac{3}{7} - (-\frac{2}{5}) = -\frac{22}{35} - (-\frac{32}{35}) = -\frac{22}{35} + \frac{32}{35} = \frac{10}{35} = \frac{2}{7}$		
۷	الف) $\frac{-3}{7} - (-\frac{7}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{-3}{7} - (-\frac{7}{2} - \frac{1}{4}) = \frac{-3}{7} - (-\frac{14}{4} - \frac{1}{4}) = \frac{-3}{7} - (-\frac{15}{4}) = \frac{-3}{7} + \frac{15}{4} = \frac{-12}{28} + \frac{105}{28} = \frac{93}{28}$		
	ب) $3 - \frac{17}{5} - \frac{-3}{10} = 3 - \frac{17}{5} + \frac{3}{10} = \frac{30}{10} - \frac{34}{10} + \frac{3}{10} = -\frac{1}{10}$		
۸	الف) $\frac{-3}{5} \times (-\frac{4}{9}) - \frac{1}{15} = \frac{12}{45} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15} - \frac{1}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$		
	ب) $\frac{-3}{7} \times (\frac{-2}{3} + \frac{1}{2}) = -\frac{3}{7} \times (\frac{-4}{6} + \frac{3}{6}) = -\frac{3}{7} \times (-\frac{1}{6}) = \frac{3}{42} = \frac{1}{14}$		
۹	$\frac{2}{15} \div (-\frac{7}{9}) = \frac{2}{15} \div (-\frac{25}{9}) = -\frac{2}{15} \times \frac{9}{25} = -\frac{6}{125}$		
۱۰	$-\frac{2}{3} \div \frac{5}{9} + \frac{2}{5} \div (-\frac{4}{15}) = -\frac{2}{3} \times \frac{9}{5} + (-\frac{2}{5} \times \frac{15}{4}) = -\frac{6}{5} - \frac{3}{2} = -\frac{12}{10} - \frac{15}{10} = -\frac{27}{10}$		
۱۱	$-\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = -\frac{2}{5} - \frac{2}{25} = -\frac{10}{25} - \frac{2}{25} = -\frac{12}{25}$		
	$\frac{2}{5} \div (-\frac{1}{4}) = \frac{11}{5} \div (-\frac{13}{4}) = -\frac{11}{5} \times \frac{4}{13} = -\frac{44}{65}$		

فصل دوم

عددهای اول



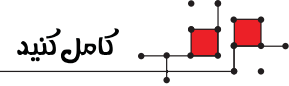


درس اول: یادآوری عددهای اول



درست یا نادرست

الف) نادرست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست ث) نادرست



کامل کنید

الف) اول ب) مرکب پ) ۱ ت) نسبت به هم اول

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۱) ت) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱) الف) یک ردیف ۱۲ نفری دو ردیف ۶ نفری سه ردیف ۴ نفری
چهار ردیف ۳ نفری شش ردیف ۲ نفری دوازده ردیف ۱ نفری
ب) یک ردیف ۱۳ نفری سیزده ردیف ۱ نفری

۲۰=۴×۵ ۲۱=۳×۷ ۲۲=۲×۱۱ ۲۳ ۲۴=۳×۸ ۲۵=۵×۵ ۲۶=۲×۱۳
۲۷=۳×۹ ۲۸=۴×۷ ۲۹ ۳۰=۵×۶ ۳۱ ۳۲=۴×۸ ۳۳=۳×۱۱
۳۴=۲×۱۷ ۳۵=۵×۷ ۳۶=۴×۹ ۳۷ ۳۸=۲×۱۹ ۳۹=۳×۱۳ ۴۰=۵×۸

۳) الف) ۱۰=۲×۵ ۱۵=۳×۵ ۲۰=۴×۵ ۲۵=۵×۵ ۳۰=۶×۵ ۳۵=۷×۵ ۴۰=۸×۵
ب) ۱۲=۲×۶ ۱۸=۳×۶ ۲۴=۴×۶ ۳۰=۵×۶ ۳۶=۶×۶ ۴۲=۷×۶ ۴۸=۸×۶

۴) ۴۶=۲×۲۳ ۵۵=۵×۱۱ ۵۸=۲×۲۹ ۶۳=۷×۹ ۹۱=۷×۱۳

ب) ۵، ۳، ۲

۵) الف) ۴، ۶ و ۸

۶) ا) ۱ ب) ۱ ج) ۱ د) ۱ ه) ۱۵
۷) الف) ۷ ب) ۴ پ) ۵ ت) ۱ ث) ۱
۸) ج) ۱۵ د) ۱ ه) ۱ ز) ۱۵ ح) ۱

الف) ۲۵, ۳۵, ۴۹, ۵۵, ۷۷

۷

ب) $۲۵=۵ \times ۵$ $۳۵=۵ \times ۷$ $۴۹=۷ \times ۷$ $۵۵=۵ \times ۱۱$ $۷۷=۷ \times ۱۱$

پ) ۲, ۳

ت) ۳۷ و ۲ پ) ۱۰۱ و ۲

۸ الف) ۵ و ۳ ب) ۳ و ۲

پ) ۳۰, ۱۵, ۱۰, ۶, ۵, ۳, ۲, ۱

۹ الف) ۴۵ و ۲۷, ۱۵, ۹ ب) ۳۰

۱۰ ۷۱ و ۶۱, ۵۳, ۴۱, ۲۹, ۲۳, ۱۷, ۲

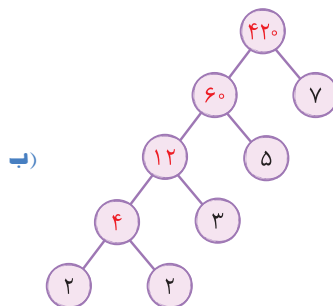
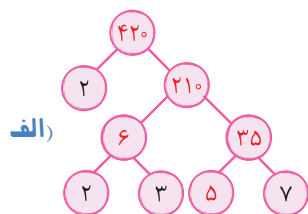
۱۱

الف) $۱۰۸=۴ \times ۲۷=(۲ \times ۲) \times (۳ \times ۳ \times ۳)=۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳$

ب) $۲۹۴=۶ \times ۴۹=(۲ \times ۳) \times (۷ \times ۷)=۲ \times ۳ \times ۷ \times ۷$

پ) $۱۰۰۱=۷ \times ۱۴۳=۷ \times (۱۱ \times ۱۳)=۷ \times ۱۱ \times ۱۳$

ت) $۷۷۰۰=۷۷ \times ۱۰۰=(۷ \times ۱۱) \times (۲۵ \times ۴)=۷ \times ۱۱ \times (۵ \times ۵) \times (۲ \times ۲)=۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵ \times ۷ \times ۱۱$



۱۲

۱۳ ۲۱ و ۴

۱۴

الف) $a=۲, b=۲۷$ $a=۳, b=۱۸$

ب) $a=۶, b=۹$ $a=۹, b=۶$

۱۵

الف) ۲۴

ب) ۹۰

پ) ۲۱۰

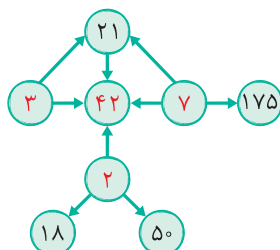
ت) ۲۱۰

تمرین‌های ویژه

$(۶۰, \bigcirc) = ۳۰$

۱ ۳۳۰ و ۲۱۰, ۱۵۰, ۳۰

۲



۳

$۶=۲ \times ۳$, $۳۵=۵ \times ۷$, $۴۵=۳ \times ۳ \times ۵ \Rightarrow$ عدد مطلوب $=۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۷=۶۳۰$

۴ الف) بله چون شمارنده‌های اول a و $a^۲$ یکی هستند.

ب) بله چون شمارنده‌های اول a و $a^۲$ یکی هستند.



درس دوم: تعیین عددهای اول



درست یا نادرست

الف) درست ب) نادرست پ) درست

کامل کنید

الف) ۹ ب) ۱ پ) ۲، ۳ و ۵ ت) ۵

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۱، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷،
۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۳

الف) ۱

پ) ۴۹، ۷۷، ۹۱، ۱۱۹ و ۱۳۳

ب) ۱۲۱

ث) خیر چون مربع ۱۳، یعنی ۱۶۹ از ۱۴۰ بزرگ‌تر است.

ت) ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷

ج) ۲ → ۴ ۳ → ۹ ۵ → ۲۵ ۷ → ۴۹ ۱۱ → ۱۲۱

ج) ۴۹، ۷۷، ۹۱، ۱۱۹، ۱۳۳ و ۱۲۱

الف)
$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 2 \\ \hline 59 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 3 \\ \hline 39 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 5 \\ \hline 23 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 119 \quad | \quad 7 \\ \hline 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

مرکب

۲

ب)
$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 2 \\ \hline 81 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 3 \\ \hline 54 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 5 \\ \hline 32 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 7 \\ \hline 23 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 163 \quad | \quad 11 \\ \hline 15 \\ \hline 9 \end{array}$$

اول

پ)
$$\begin{array}{r} 171 \quad | \quad 2 \\ \hline 85 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 171 \quad | \quad 3 \\ \hline 57 \\ \hline 0 \end{array}$$

مرکب

۳۵ → ۵ ۴۹ → ۷ ۵۲ → ۲ ۸۷ → ۳ ۱۰۲ → ۲ ۱۱۹ → ۷ ۱۲۰ → ۲

الف) ۳

ب) ۵۲، ۱۰۲، ۱۲۰، ۸۷، ۳۵، ۴۹ و ۱۱۹

۴) ۵ تقسیم بر ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱

۵) تقسیم بر ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷ و ۱۹

$\sqrt{500} = 22/36$

تمرین‌های ویژه

- ۱ ۱۵
۲ حداقل: ۴۹ حداکثر: ۱۲۰
۳ حداقل: ۱ حداکثر: ۷

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

- ۱ گزینه (۳)
۲ گزینه (۴)
۳ گزینه (۳)
۴ گزینه (۳)
۵ گزینه (۴)
۶ گزینه (۴)
۷ گزینه (۲)
۸ گزینه (۳)
۹ گزینه (۳)
۱۰ گزینه (۱)



امتحان فصل دوم

ت) ×

پ) ✓

ب) ✓

الف) ×

ت) ۲

پ) ۱۲۱

ب) نسبت به هم اول

الف) ۴۹

پ) گزینه (۲)

ب) گزینه (۱)

الف) گزینه (۲)

الف) $588 = 4 \times 147 = (2 \times 2) \times (3 \times 49) = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$

ب) $405 = 9 \times 45 = (3 \times 3) \times (5 \times 9) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

$2, 71 \Rightarrow [2, 71] = 2 \times 71 = 142$

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹

الف) ۳۶

ب) ۵۰۴

$$\frac{[36, 48]}{(36, 48) \times (1000, 1001)} = \frac{144}{12 \times 1} = \frac{144}{12} = 12$$

$\begin{array}{r} 171 \quad \quad 2 \\ \hline \quad \quad 85 \\ \hline \quad \quad 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 171 \quad \quad 3 \\ \hline \quad \quad 57 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$	مركب
---	---	------

الف) ۲۱۱

ب) ۳۶

پ) ۱۲۰

ت) ۲۵

الف) ۱۲

ب) ۱۴۴

الف) ۱۲, ۱۰۵, ۱۶۵ و ۱۹۵

الف) ۱۳, ۲۱, ۱۳۰ و ۵۵

الف) ۱۴, ۲۴, ۳۶ و ۷۲

فصل سوم

چند ضلعی‌ها



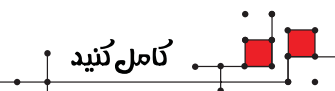


درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن



درست یا نادرست

الف) درست ب) نادرست پ) نادرست ت) درست ث) نادرست



الف) شکسته بسته - ضلع‌هایش - رأس‌ها ب) منتظم
پ) ۹ ت) محور ث) فرد

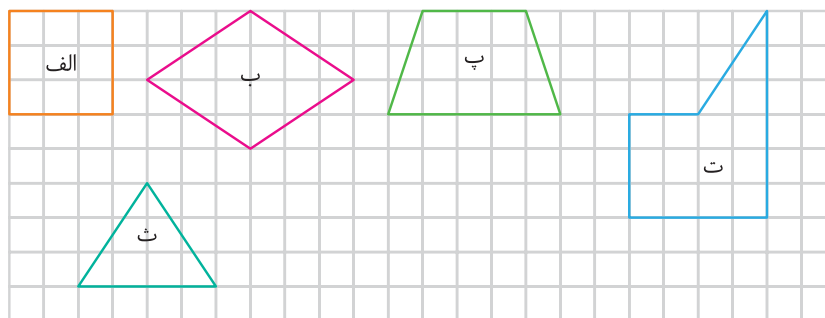
پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۱) پ) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱) ردیف بالا: دو شکل سمت چپ ردیف پایین: اولین شکل از سمت راست

۲)



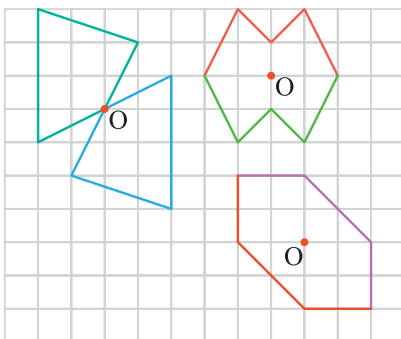
۳)

۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	تعداد اضلاع چندضلعی منتظم
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	تعداد خط‌های تقارن
دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	دارد	ندارد	مرکز تقارن

چهارضلعی غیرمنتظم: ۴، ۵ و ۶
متوازی‌الاضلاعی با زوایای برابر: ۵
مثلث با زاویهٔ باز: ۲

۴ متوازی‌الاضلاعی با اضلاع برابر: ۴
مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین: ۱
چندضلعی منتظم: ۳

۵



۶ مرکز تقارن و تعداد محورهای تقارن با توجه به جایگاه هر شکل

ندارد - ۵	ندارد - صفر	دارد - صفر
دارد - ۴	ندارد - ۱	ندارد - ۱
ندارد - ۱	ندارد - ۱	ندارد - ۱

۷

شش ضلعی منتظم	پنج ضلعی منتظم	دوازندهٔ متساوی‌الساقین	متوازی‌الاضلاع	لوزی	مستطیل	مربع	مثلث متساوی‌الاضلاع	شکل
۶	۵	۱	صفر	۲	۲	۴	۳	تعداد محورهای تقارن
دارد	ندارد	ندارد	ندارد	دارد	دارد	دارد	ندارد	مرکز تقارن

۸ ردیف بالا: شکل‌های اول سوم از سمت راست
ردیف پایین: شکل‌های اول، دوم و سوم از راست

تعریف‌های ویژه

۱ ۱ خانه

۲ ۶ خانه

۵

الف) $x + 13^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 13^\circ = 5^\circ$

ب) $x + 43^\circ + 27^\circ = 18^\circ \Rightarrow x + 7^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 7^\circ = 11^\circ$

پ) $x + 9^\circ + 33^\circ = 18^\circ \Rightarrow x + 123^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 123^\circ = 57^\circ$

۶

الف) $3x + 16^\circ + 62^\circ = 18^\circ \Rightarrow 3x + 78^\circ = 18^\circ \Rightarrow 3x = 18^\circ - 78^\circ = 102^\circ \Rightarrow x = 102^\circ \div 3 = 34^\circ$

ب) $x + 11^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 11^\circ = 7^\circ, z = 5^\circ$

$y + z = 18^\circ \Rightarrow y + 5^\circ = 18^\circ \Rightarrow y = 18^\circ - 5^\circ = 13^\circ$

پ) $x = 21^\circ + 71^\circ = 92^\circ$

ت) $5x + 15^\circ = 18^\circ \Rightarrow 5x = 18^\circ - 15^\circ = 3^\circ \Rightarrow x = 3^\circ \div 5 = 6^\circ$

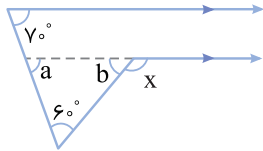
$3y = 15^\circ \Rightarrow y = 15^\circ \div 3 = 5^\circ$

$2z + 3^\circ = 15^\circ \Rightarrow 2z = 15^\circ - 3^\circ = 12^\circ \Rightarrow z = 12^\circ \div 2 = 6^\circ$

ث) $\hat{A} = \hat{D} = 9^\circ \Rightarrow AB \parallel CD$

$3x + 3^\circ + 2x + 1^\circ = 18^\circ \Rightarrow 5x + 4^\circ = 18^\circ \Rightarrow 5x = 18^\circ - 4^\circ = 14^\circ \Rightarrow x = 14^\circ \div 5 = 28^\circ$

۷

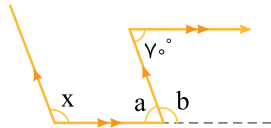


$a = 7^\circ$

$a + b + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow 7^\circ + b + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow b + 13^\circ = 18^\circ \Rightarrow b = 18^\circ - 13^\circ = 5^\circ$

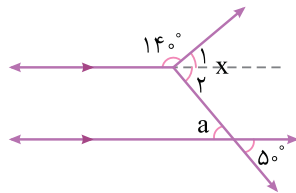
$x = 18^\circ - b = 18^\circ - 5^\circ = 13^\circ$

۸



$a = 7^\circ \Rightarrow b = 18^\circ - 7^\circ = 11^\circ \Rightarrow x = 11^\circ$

۹

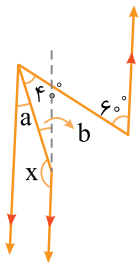


$a = 5^\circ \Rightarrow x = 5^\circ$

$x_1 + 14^\circ = 18^\circ \Rightarrow x_1 = 18^\circ - 14^\circ = 4^\circ$

$x = x_1 + x_2 = 4^\circ + 5^\circ = 9^\circ$

۱۰



$a + 4^\circ = 6^\circ \Rightarrow a = 6^\circ - 4^\circ = 2^\circ$

$b = 2^\circ$

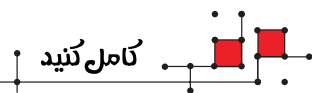
$x + b = 18^\circ \Rightarrow x + 2^\circ = 18^\circ \Rightarrow x = 18^\circ - 2^\circ = 16^\circ$

درس سوم: چهار ضلعی‌ها



درست یا نادرست

(الف) نادرست (ب) نادرست (پ) درست (ت) نادرست



(الف) متوازی‌الاضلاع (ب) مساوی (پ) لوزی (ت) اضلاع - مساوی

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۲) (ب) گزینه (۱) (پ) گزینه (۱) (ت) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

(الف) $2x - 15^\circ = 35^\circ \Rightarrow 2x = 35^\circ + 15^\circ = 50^\circ \Rightarrow x = 50^\circ \div 2 = 25^\circ$

$3y - 1 = 11 \Rightarrow 3y = 11 + 1 = 12 \Rightarrow y = 12 \div 3 = 4$

(ب) $3x - 2^\circ + 110^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x + 108^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \Rightarrow x = 72^\circ \div 3 = 24^\circ$

$2y + 6 = 14 \Rightarrow 2y = 14 - 6 = 8 \Rightarrow y = 8 \div 2 = 4$

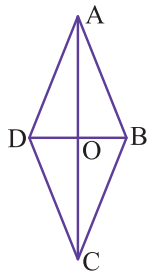
(پ) $x + 30^\circ + 3x - 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4x + 20^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4x = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ \Rightarrow x = 160^\circ \div 4 = 40^\circ$

$3y - 18 = y + 24 \Rightarrow 3y - y = 24 + 18 \Rightarrow 2y = 42 \Rightarrow y = 42 \div 2 = 21$

ویزگی ۱: لوزی ویزگی ۲: مستطیل ویزگی ۳: لوزی ویزگی ۴: مستطیل ویزگی ۵: لوزی

۲

۳



(الف) $\overline{AO} = \overline{CO} \Rightarrow 2x - 5 = x + 7 \Rightarrow 2x - x = 7 + 5 \Rightarrow x = 12$

(ب) $\overline{BO} = \overline{DO} \Rightarrow 5y + 10 = 3y + 26 \Rightarrow 5y - 3y = 26 - 10 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = 16 \div 2 = 8$



۴

الف) لوزی ABCD $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$
لوزی ABEF $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{BE}$

ب) $\overline{CG}, \overline{BE}, \overline{AF}$

پ) $\overline{GE}, \overline{BC}, \overline{AD}$

ت) $\hat{B}_1 = 18^\circ - 45^\circ = 135^\circ$, $\hat{B}_2 = 18^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{B}_3 = 360^\circ \Rightarrow 135^\circ + 135^\circ + \hat{B}_3 = 360^\circ \Rightarrow 270^\circ + \hat{B}_3 = 360^\circ \Rightarrow \hat{B}_3 = 360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$

ث) مربع

۵

الف) $x - 6 = 13 \Rightarrow x = 13 + 6 = 19$

$3y - 5 = y + 13 \Rightarrow 3y - y = 13 + 5 \Rightarrow 2y = 18 \Rightarrow y = 18 \div 2 = 9$

ب) $x + 4 = 2x - 8 \Rightarrow x - 2x = -8 - 4 \Rightarrow -x = -12 \Rightarrow x = 12$

$\overline{BD} = x + 4 + 2x - 8 = 3x - 4 = 3 \times 12 - 4 = 36 - 4 = 32 \Rightarrow \overline{AC} = 32$

$z - 3 = 2y + 6 \Rightarrow z = 2y + 6 + 3 = 2y + 9$

$z - 3 + 2y + 6 = 32 \Rightarrow 2y + 9 - 3 + 2y + 6 = 32 \Rightarrow 4y + 12 = 32 \Rightarrow 4y = 32 - 12 = 20$

$y = 20 \div 4 = 5 \Rightarrow z = 2 \times 5 + 9 = 10 + 9 = 19$

۶

$2 \times (2x + 9 + 2x - 7) = 44 \Rightarrow 2 \times (4x + 2) = 44 \Rightarrow 8x + 4 = 44 \Rightarrow 8x = 40 \Rightarrow x = 40 \div 8 = 5$

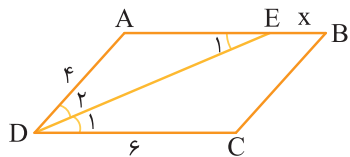
$2x + 9 = 2 \times 5 + 9 = 10 + 9 = 19$ $2x - 7 = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$

۷

$\overline{OC} = 9, \overline{OB} = \overline{OD} = 7, \overline{BC} = \overline{AD} = 5$

OBC محیط مثلث $= \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{BC} = 7 + 9 + 5 = 21$

۸



$AB \parallel CD$, مورب DE $\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{E}_1$
 $\hat{D}_1 = \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_2 \Rightarrow \overline{AE} = \overline{AD} = 4$

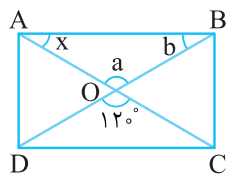
$\overline{AB} = \overline{CD} \Rightarrow \overline{AE} + \overline{BE} = 6 \Rightarrow 4 + x = 6 \Rightarrow x = 6 - 4 = 2$

۹

$\hat{E}CD = 2^\circ \Rightarrow \hat{D}CA = 2 \times 2^\circ = 4^\circ \Rightarrow \hat{C} = 2 \times 4^\circ = 8^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - 8^\circ = 172^\circ$

$\triangle DCE: x + 2^\circ + 172^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 174^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 174^\circ = 6^\circ$

۱۰



$a = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB} \Rightarrow b = x$

$a + b + x = 180^\circ \Rightarrow 120^\circ + x + x = 180^\circ \Rightarrow 2x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$

۱۱

$\overline{AD} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{DO} = \overline{AO} = \overline{CO} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{AO} = \overline{DO} \Rightarrow \hat{OAD} = 60^\circ \Rightarrow x = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

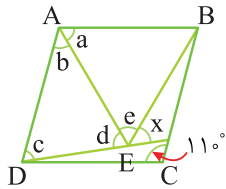
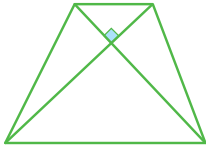
$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{B} = 7^\circ, \quad \widehat{C} = 11^\circ \Rightarrow \widehat{ACE} = 11^\circ - 7^\circ = 4^\circ$$

$$\widehat{D} = 7^\circ, \quad \overline{AD} = \overline{AE} \Rightarrow \widehat{AED} = 7^\circ \Rightarrow \widehat{AEC} = 180^\circ - 7^\circ = 173^\circ$$

$$\triangle AEC: x + 11^\circ + 4^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

تمرین های ویژه

۱) دوزنقه متساوی الساقین با قطرهای عمود بر هم

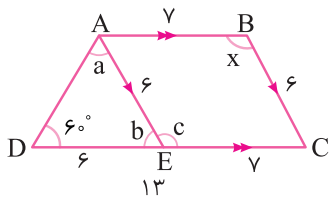


$$a = e = 6^\circ$$

$$\widehat{A} = 11^\circ \Rightarrow a + b = 11^\circ \Rightarrow 6^\circ + b = 11^\circ \Rightarrow b = 11^\circ - 6^\circ = 5^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AD} \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{d} = \frac{180^\circ - b}{2} = \frac{180^\circ - 5^\circ}{2} = \frac{175^\circ}{2} = 87.5^\circ$$

$$d + e + x = 180^\circ \Rightarrow 87.5^\circ + 6^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 93.5^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 93.5^\circ = 86.5^\circ$$

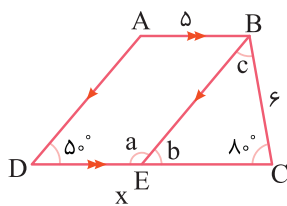


$$\overline{AE} = \overline{DE} \Rightarrow a = 6^\circ$$

$$a + b + 6^\circ = 180^\circ \Rightarrow 6^\circ + b + 6^\circ = 180^\circ \Rightarrow 12^\circ + b = 180^\circ$$

$$\Rightarrow b = 180^\circ - 12^\circ = 168^\circ \Rightarrow c = 180^\circ - b = 12^\circ$$

$$ABCE \text{ متوازی الاضلاع} \Rightarrow x = c = 12^\circ$$



$$ABED \text{ متوازی الاضلاع} \Rightarrow \overline{DE} = \overline{AB} = 5, a = 180^\circ - 5^\circ = 175^\circ$$

$$b = 180^\circ - a = 180^\circ - 175^\circ = 5^\circ$$

$$\triangle BEC: b + c + 8^\circ = 180^\circ \Rightarrow 5^\circ + c + 8^\circ = 180^\circ$$

$$13^\circ + c = 180^\circ \Rightarrow c = 180^\circ - 13^\circ = 167^\circ \Rightarrow \triangle BEC \text{ متساوی الساقین}$$

$$\overline{CE} = \overline{BC} = 6$$

$$x = \overline{DE} + \overline{CE} = 5 + 6 = 11$$

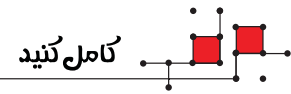


درس چهارم: زاویه‌های داخلی



درست یا نادرست

الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست



الف) زاویه‌های داخلی ب) $n-2$ ج) هشت ضلعی

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) ب) گزینه (۱) ج) گزینه (۲) د) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

$$180^\circ(n-2) = 1980^\circ \Rightarrow n-2 = 11 \Rightarrow n = 13$$

۲

پنج ضلعی: $180^\circ(5-2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$
 ده ضلعی: $180^\circ(10-2) = 180^\circ \times 8 = 1440^\circ$
 $1440^\circ \neq 2 \times 540^\circ$

۳

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} = 157/5^\circ \Rightarrow 180^\circ(n-2) = 157/5^\circ \times n \Rightarrow 180^\circ \times n - 360^\circ = 157/5^\circ \times n$$

$$\Rightarrow 180^\circ \times n - 157/5^\circ \times n = 360^\circ \Rightarrow 22/5^\circ \times n = 360^\circ \Rightarrow n = 16$$

۴

الف) $10^\circ + x + 20^\circ + x - 19^\circ = 360^\circ \Rightarrow 2x - 16^\circ = 360^\circ \Rightarrow 2x = 360^\circ + 16^\circ = 520^\circ \Rightarrow x = 520^\circ \div 2 = 260^\circ$

ب) $3x - 2^\circ + 2x + 4^\circ + 3x + 1^\circ + x + 2^\circ + 3x + 1^\circ = 180^\circ \times (5-2)$

$$12x + 6^\circ = 540^\circ \Rightarrow 12x = 540^\circ - 6^\circ = 480^\circ \Rightarrow x = 480^\circ \div 12 = 40^\circ$$

پ) $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$$\Rightarrow x + 75^\circ + 65^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

۵

$$\hat{C} = \hat{A} = 11^\circ$$

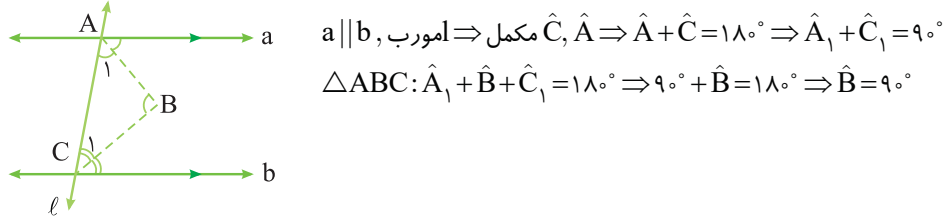
$$20^\circ + x + 11^\circ = 118^\circ \Rightarrow 13^\circ + x = 118^\circ \Rightarrow x = 118^\circ - 13^\circ = 105^\circ$$

۶

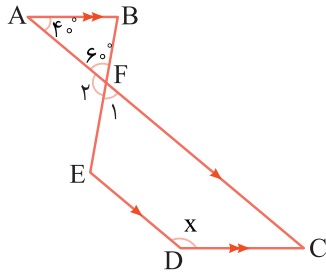
$$\hat{BCE} = \hat{D} = 65^\circ$$

$$\triangle BCE: 65^\circ + 45^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 110^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

۷



۸



$$\hat{F}_1 = 6^\circ \quad AB \parallel DC, \text{ مورب } AC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = 4^\circ$$

$$FC \parallel DE, \text{ مورب } BE \Rightarrow \hat{E} = \hat{F}_1 = 18^\circ - 6^\circ = 12^\circ$$

$$EFCD: \hat{E} + \hat{F}_1 + \hat{C} + \hat{D} = 36^\circ \Rightarrow 12^\circ + 6^\circ + 4^\circ + x = 36^\circ$$

$$22^\circ + x = 36^\circ \Rightarrow x = 36^\circ - 22^\circ = 14^\circ$$

خیر ۹

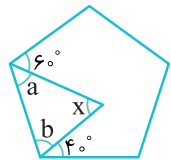
$$x + 12^\circ + 108^\circ = 36^\circ \Rightarrow x + 228^\circ = 36^\circ \Rightarrow x = 36^\circ - 228^\circ = -192^\circ$$

۱۰

$$x + y + 9^\circ + 9^\circ = 36^\circ \Rightarrow x + y + 18^\circ = 36^\circ \Rightarrow x + y = 36^\circ - 18^\circ = 18^\circ$$

$$x = \frac{9^\circ}{2} = 4.5^\circ \Rightarrow y = 18^\circ - x = 18^\circ - 4.5^\circ = 13.5^\circ$$

۱۱



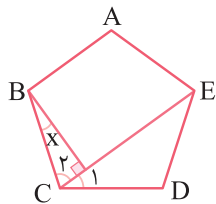
$$\text{اندازه هر زاویه داخلی پنج ضلعی منتظم} = \frac{36^\circ}{5} \times 3 = 108^\circ$$

$$a = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$

$$b = 108^\circ - 40^\circ = 68^\circ$$

$$a + b + x = 180^\circ \Rightarrow 48^\circ + 68^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 116^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

۱۲



$$\overline{CD} = \overline{ED} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{E}_1$$

$$\triangle CDE: \hat{C}_1 + \hat{D} + \hat{E}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + 108^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{C}_1 + 108^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{C}_1 = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 72^\circ \div 2 = 36^\circ$$

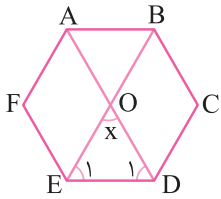
$$\hat{C}_1 = 180^\circ - \hat{C}_1 = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ \Rightarrow x = 90^\circ - \hat{C}_1 = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$



۱۳

$$۱۲ \text{ مطابق محاسبات تمرین } ۱۲: x + \frac{۱۰۸}{۲} + ۱۰۸ + ۷۲ = ۳۶۰ \Rightarrow x + ۵۴ + ۱۰۸ + ۷۲ = ۳۶۰$$

$$x + ۲۳۴ = ۳۶۰ \Rightarrow x = ۳۶۰ - ۲۳۴ = ۱۲۶$$



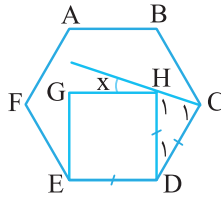
$$\text{محور تقارن } AD \Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰^\circ$$

$$\text{محور تقارن } BE \Rightarrow \hat{E}_1 = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰^\circ$$

$$\triangle ODE: \hat{O} + \hat{E}_1 + \hat{D}_1 = ۱۸۰ \Rightarrow x + ۶۰ + ۶۰ = ۱۸۰$$

$$x + ۱۲۰ = ۱۸۰ \Rightarrow x = ۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰$$

۱۴



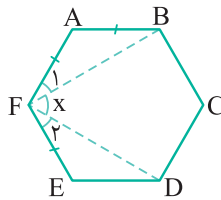
$$\hat{D} = ۱۲۰ \Rightarrow \hat{D}_1 = ۱۲۰ - ۹۰ = ۳۰$$

$$\overline{DH} = \overline{DE} = \overline{DC} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{H}_1 = \frac{۱۸۰ - \hat{D}_1}{۲} = \frac{۱۸۰ - ۳۰}{۲} = \frac{۱۵۰}{۲} = ۷۵$$

$$x + ۹۰ + \hat{H}_1 = ۱۸۰ \Rightarrow x + ۹۰ + ۷۵ = ۱۸۰ \Rightarrow x + ۱۶۵ = ۱۸۰$$

$$x = ۱۸۰ - ۱۶۵ = ۱۵$$

۱۵



$$\hat{A} = ۱۲۰, \overline{AB} = \overline{AF} \Rightarrow \hat{F}_1 = \frac{۱۸۰ - ۱۲۰}{۲} = \frac{۶۰}{۲} = ۳۰$$

$$\text{به همین ترتیب: } \hat{F}_2 = ۳۰$$

$$x + \hat{F}_1 + \hat{F}_2 = ۱۲۰ \Rightarrow x + ۳۰ + ۳۰ = ۱۲۰ \Rightarrow x + ۶۰ = ۱۲۰$$

$$\Rightarrow x = ۱۲۰ - ۶۰ = ۶۰$$

۱۶

$$۱۸۰ - ۱۰۵ = ۷۵$$

$$۷۵ + ۱۲۰ + ۱۲۰ + x = ۳۶۰ \Rightarrow ۳۱۵ + x = ۳۶۰ \Rightarrow x = ۳۶۰ - ۳۱۵ = ۴۵$$

۱۷

$$۳۶۰ - ۱۰۸ - ۱۲۰ = ۱۳۲ \Rightarrow x = \frac{۱۸۰ - ۱۳۲}{۲} = \frac{۴۸}{۲} = ۲۴$$

۱۸

$$۱۸۰ - ۱۰۸ = ۷۲ \Rightarrow x = ۱۸۰ - ۷۲ - ۶۰ = ۴۸$$

$$۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰$$

۱۹

۱

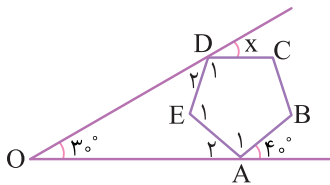
$$\begin{aligned}\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ &\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + 80^\circ + 70^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + 150^\circ = 360^\circ \\ &\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ \\ \triangle AEB: \hat{EAB} + \hat{EBA} + x = 180^\circ &\xrightarrow{\times 2} \hat{A} + \hat{B} + 2x = 360^\circ \Rightarrow 210^\circ + 2x = 360^\circ \\ 2x = 360^\circ - 210^\circ = 150^\circ &\Rightarrow x = 150^\circ \div 2 = 75^\circ\end{aligned}$$

۲

$$\begin{aligned}\triangle AED: \hat{EAD} + \hat{EDA} + \hat{E} = 180^\circ &\Rightarrow \hat{EAD} + \hat{EDA} + 110^\circ = 180^\circ \\ \hat{EAD} + \hat{EDA} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ &\xrightarrow{\times 2} \hat{A} + \hat{D} = 140^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle BFC: \hat{FBC} + \hat{FCB} + \hat{F} = 180^\circ &\Rightarrow \hat{FBC} + \hat{FCB} + x = 180^\circ \xrightarrow{\times 2} \hat{B} + \hat{C} + 2x = 360^\circ \\ \text{جمع دو رابطه: } \hat{A} + \hat{D} + \hat{B} + \hat{C} + 2x = 140^\circ + 360^\circ &\Rightarrow 360^\circ + 2x = 500^\circ \Rightarrow 2x = 500^\circ - 360^\circ = 140^\circ \Rightarrow x = 140^\circ \div 2 = 70^\circ\end{aligned}$$

۳



$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + 4^\circ = 180^\circ &\Rightarrow 108^\circ + \hat{A}_2 + 4^\circ = 180^\circ \\ 148^\circ + \hat{A}_2 = 180^\circ &\Rightarrow \hat{A}_2 = 180^\circ - 148^\circ = 32^\circ \\ \hat{E}_1 = 360^\circ - 108^\circ &= 252^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle ODEA: \hat{O} + \hat{D}_1 + \hat{E}_1 + \hat{A}_2 = 360^\circ &\Rightarrow 3^\circ + \hat{D}_1 + 252^\circ + 32^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 + 314^\circ = 360^\circ \\ \hat{D}_1 = 360^\circ - 314^\circ = 46^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + x = 180^\circ &\Rightarrow 108^\circ + 46^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 154^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 154^\circ = 26^\circ\end{aligned}$$

۴

$$\text{مخور تقارن } AK \Rightarrow \hat{EAK} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

$$\overline{EA} = \overline{ED} = \overline{EF} \Rightarrow \triangle AEF \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{AFE} = \hat{EAF} = \hat{EAK} = 54^\circ$$

$$x = 180^\circ - 54^\circ - 54^\circ = 72^\circ$$



درس پنجم: زاویه‌های خارجی

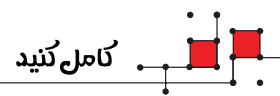


درست یا نادرست

الف) نادرست

ب) نادرست

پ) درست



کامل کنید

الف) زاویه خارجی

ب) دو زاویه داخلی غیرمجاور آن

پ) ۳۶۰

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱)

$$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ \Rightarrow 540^\circ + 360^\circ = 900^\circ = 5 \times 180^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای داخلی} = 540^\circ$$

$$\text{مجموع زوایای خارجی} = 360^\circ$$

ب) گزینه (۲)

ب) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

الف) ۱۶۰°, ۹۰°, ۱۱۰° ب) ۱۴۰°, ۱۵۰°, ۷۰°

الف) ۱۱۰°, ۱۳۰°, ۱۲۰°

ب) ۵۰°

الف) ۱۶۰°

۳

الف) $x - 5^\circ + 2x - 3^\circ = x + 6^\circ \Rightarrow 3x - 8^\circ = x + 6^\circ \Rightarrow 3x - x = 6^\circ + 8^\circ \Rightarrow 2x = 14^\circ \Rightarrow x = 14^\circ \div 2 = 7^\circ$

ب) $2x - 1^\circ + 4^\circ = 4x - 3^\circ \Rightarrow 2x + 3^\circ = 4x - 3^\circ \Rightarrow 4x - 2x = 3^\circ + 3^\circ \Rightarrow 2x = 6^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$

پ) $x + 7^\circ = 12^\circ \Rightarrow x = 12^\circ - 7^\circ = 5^\circ$

ت) $x = 135^\circ + 15^\circ = 150^\circ$

۴

$$x - 1^\circ + 2x - 5^\circ + x - 2^\circ + x - 1^\circ = 36^\circ \Rightarrow 5x - 9^\circ = 36^\circ \Rightarrow 5x = 36^\circ + 9^\circ = 45^\circ \Rightarrow x = 9^\circ$$

$x - 1^\circ = 8^\circ \Rightarrow$ زاویه خارجی $= 100^\circ$

$2x - 5^\circ = 13^\circ \Rightarrow$ زاویه خارجی $= 5^\circ$

$x - 2^\circ = 7^\circ \Rightarrow$ زاویه خارجی $= 11^\circ$

ب) ۴۵°

ب) ۶۰°

الف) ۷۲°

۵

$$\frac{36^\circ}{18} = 2^\circ \quad \text{۶}$$

۷

$$\frac{36^\circ}{9} - \frac{36^\circ}{10} = 4^\circ - 3.6^\circ = 0.4^\circ$$

ب) مثلث

الف) مربع ۸

۹

$$\text{اندازه زاویه داخلی} = \frac{180^\circ \times (12-2)}{12} = 15 \times 10^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$$

$$\text{اندازه زاویه خارجی} = \frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$$

۱۰

$$18^\circ = \frac{36^\circ}{n} \Rightarrow 36^\circ = 18^\circ \times n \Rightarrow n = 2^\circ \Rightarrow \text{۲ محور تقارن}$$

۵۴° ۱۱

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 75^\circ - 35^\circ = 70^\circ \Rightarrow \hat{BAD} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

۱۲

$$75^\circ + 35^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow 110^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

۱۳

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 65^\circ - 55^\circ = 60^\circ \Rightarrow x = 55^\circ + \frac{60^\circ}{3} = 55^\circ + 20^\circ = 75^\circ$$

تمرین‌های ویژه

۱

الف)

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{1} - \hat{2}$$

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{3} - \hat{4}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - \hat{5} - \hat{6} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 5 \times 180^\circ - \hat{1} - \hat{2} - \dots - \hat{10}$$

$$\hat{D} = 180^\circ - \hat{7} - \hat{8} = 90^\circ - (\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{7} + \hat{9}) - (\hat{2} + \hat{4} + \hat{6} + \hat{8} + \hat{10})$$

$$\hat{E} = 180^\circ - \hat{9} - \hat{10} = 90^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

ب)

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{1} - \hat{2}$$

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{3} - \hat{4}$$

$$\hat{C} + \hat{D} = 360^\circ - \hat{5} - \hat{6}$$

$$\hat{E} = 180^\circ - \hat{7} - \hat{8}$$

$$\hat{F} = 180^\circ - \hat{9} - \hat{10}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 6 \times 180^\circ - \hat{1} - \hat{2} - \dots - \hat{10} = 1080^\circ - (\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{7} + \hat{9}) - (\hat{2} + \hat{4} + \hat{6} + \hat{8} + \hat{10})$$

$$= 1080^\circ - 360^\circ - 360^\circ = 360^\circ$$



۲

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 4 \times \frac{36^\circ}{n} \Rightarrow 180^\circ \times (n-2) = 4 \times 36^\circ \Rightarrow n-2=8 \Rightarrow n=10$$

۳

$n=12 \Rightarrow$ بیرونی 2 اضلعی \Rightarrow داخلی $=$ شش ضلعی \Rightarrow زاویه 120°

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

گزینه (۳) و (۴)

گزینه (۳)

گزینه (۱)

$$2x + 20^\circ + 2y - 10^\circ = 100^\circ \Rightarrow 2x + 2y + 10^\circ = 100^\circ \Rightarrow 2x + 2y = 100^\circ - 10^\circ = 90^\circ \Rightarrow x + y = 45^\circ$$

گزینه (۳)

$$4y = 6y - 3^\circ \Rightarrow 6y - 4y = 3^\circ \Rightarrow 2y = 3^\circ \Rightarrow y = 1.5^\circ$$

$$3x + 4y = 18^\circ \Rightarrow 3x + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow 3x = 18^\circ - 6^\circ = 12^\circ \Rightarrow x = 12^\circ \div 3 = 4^\circ$$

گزینه (۳)

$$2x - 2 = 6 \Rightarrow 2x = 6 + 2 = 8 \Rightarrow x = 8 \div 2 = 4$$

$$3y - 4 = 11 \Rightarrow 3y = 11 + 4 = 15 \Rightarrow y = 15 \div 3 = 5 \Rightarrow x + y = 4 + 5 = 9$$

گزینه (۲)

گزینه (۲)

گزینه (۱)

$$180^\circ (n-2) = 234^\circ \Rightarrow n-2=13 \Rightarrow n=15$$

$$\text{زاویه خارجی} = \frac{36^\circ}{15} = 2.4^\circ$$

گزینه (۳)

$$n=10 \Rightarrow \text{مجموع زاویه‌های داخلی} = 180^\circ (10-2) = 144^\circ \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{144^\circ}{36^\circ} = 4$$

$$\text{مجموع زاویه‌های خارجی} = 36^\circ$$

گزینه (۴)

امتحان فصل سوم

۱ الف) ✓

ب) ✓

پ) ✓

ت) ✓

۲ الف) ۱۱

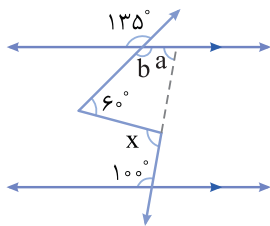
ب) موازی

پ) مکمل

ت) ۱۰۸۰

۳ از راست به چپ، شکل اول و شکل چهارم

۴



$$a = 80^\circ, b = 135^\circ$$

$$a + b + 60^\circ + 118^\circ - x = 360^\circ \Rightarrow 80^\circ + 135^\circ + 60^\circ + 118^\circ - x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 455^\circ - x = 360^\circ \Rightarrow x = 455^\circ - 360^\circ = 95^\circ$$

$$2x + 10^\circ + 4x - 10^\circ = 118^\circ \Rightarrow 6x = 118^\circ \Rightarrow x = 118^\circ \div 6 = 30^\circ$$

$$y = 4x - 10^\circ = 4 \times 30^\circ - 10^\circ = 120^\circ - 10^\circ = 110^\circ$$

$$z = 2x + 10^\circ = 2 \times 30^\circ + 10^\circ = 60^\circ + 10^\circ = 70^\circ$$

۵

۶ محورهای تقارن مستطیل از وسط‌های اضلاع آن می‌گذرند. بنابراین چهار ضلعی به دست آمده لوزی است.

$$x = \frac{118^\circ - (360^\circ - (60^\circ + 50^\circ + 90^\circ))}{2} = \frac{118^\circ - (360^\circ - 200^\circ)}{2} = \frac{118^\circ - 160^\circ}{2} = \frac{-42^\circ}{2} = -21^\circ$$

۷

۸

الف) $n = 8 \Rightarrow$ مجموع داخلی $= 118^\circ \times (8 - 2) = 118^\circ \times 6 = 708^\circ$

مجموع خارجی $= 360^\circ$

ب) $n = 5 \Rightarrow$ مجموع داخلی $= 118^\circ \times (5 - 2) = 118^\circ \times 3 = 354^\circ$

مجموع خارجی $= 360^\circ$

$$n = 20 \Rightarrow \frac{118^\circ \times (20 - 2)}{x^\circ} = 9^\circ \times 18 = 162^\circ \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{162^\circ}{144^\circ} = 1/25$$

۹

$$n = 10 \Rightarrow \frac{118^\circ \times (10 - 2)}{x^\circ} = 118^\circ \times 8 = 944^\circ$$

۱۰

$$\frac{118^\circ \times (n - 2)}{n} = 150^\circ \Rightarrow \frac{118^\circ}{x^\circ} \times (n - 2) = \frac{150^\circ}{x^\circ} \times n \Rightarrow 6n - 12 = 5n \Rightarrow 6n - 5n = 12 \Rightarrow n = 12$$



$$x + 1^\circ + 2x + 2x - 1^\circ + x - 5^\circ + x - 2^\circ = 36^\circ \Rightarrow 7x - 25^\circ = 36^\circ$$

$$7x = 36^\circ + 25^\circ = 61^\circ \Rightarrow x = 61^\circ \div 7 = 8.57^\circ$$

$$\frac{1^\circ}{18} \times (18-2) - \frac{2^\circ}{18} = 1^\circ \times 16 - 2^\circ = 16^\circ - 2^\circ = 14^\circ$$

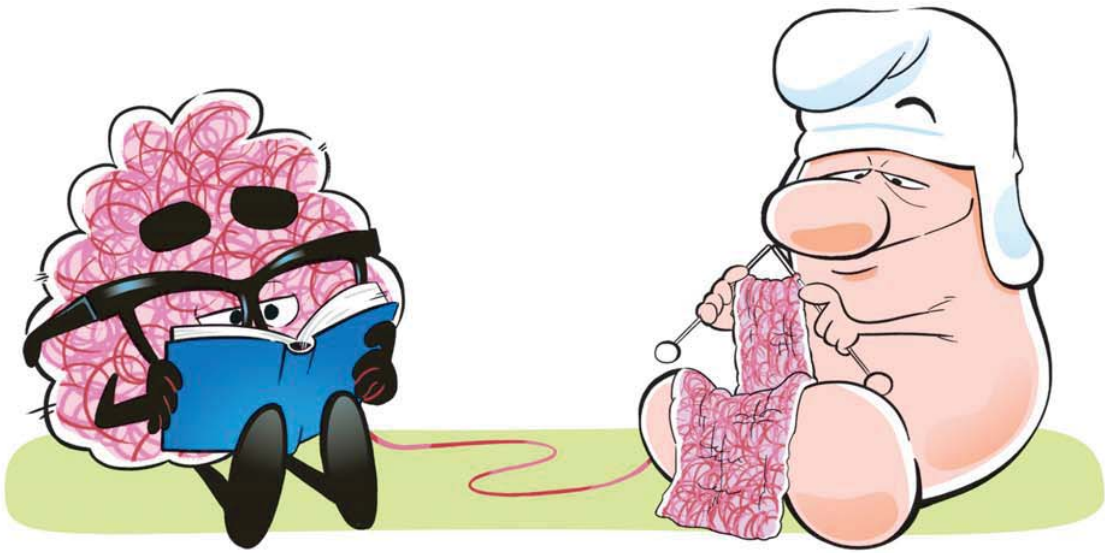
$$12^\circ - x = \frac{18^\circ - 12^\circ}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ \Rightarrow x = 12^\circ - 3^\circ = 9^\circ$$

$$x + y + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow 9^\circ + y + 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow y + 15^\circ = 18^\circ \Rightarrow y = 18^\circ - 15^\circ = 3^\circ$$



فصل چہارم

جبر و معادله





درس اول: ساده کردن عبارتهای جبری



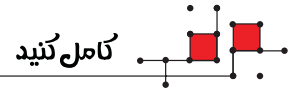
درست یا نادرست



(پ) درست

(ب) درست

(الف) نادرست



کامل کنید

(پ) $2ab - b^2$

(ب) $x^2 + y^2$

(الف) 4

پرسشهای دو گزینه‌ای

(ب) گزینه (2)

(الف) گزینه (1)

تمرینهای تشریحی

(پ) $\frac{1}{3}a^2$

(ب) $3a - 2$

(الف) (1) $\frac{1}{2}a + 5$

(ث) $-a^2 = (-a)^2$

(ت) $a^3 + \frac{1}{a}$

(ب) 2^{2n-1}

(الف) (2) $3n + 1$

(ب) 21

(الف) (3) $2n + 1$

(ب) 100

(الف) (4) n^2

(5)

(الف) $S = ab + ah$

(ب) $S = \frac{1}{2}(a+b)h + \frac{1}{2}(c+b)h$

(ب) $S = \frac{1}{2}(a+b)h$

(6)

(الف) $P = b + c + (b-d) + (a-c) + d + a = 2a + 2b$

(ب) $P = a + b + (d-a) + c + d + c + b = 2b + 2c + 2d$

(ب) $P = a + b + c + \frac{1}{2} \times 2\pi \times \frac{d}{2} + c + \frac{1}{2} \times 2\pi \times \frac{d}{2} + c + b = a + b + 2c + \pi d$

(7)

$$S = \frac{1}{2}(x+x+4)(2x-4) = \frac{1}{2}(2x+4)(2x-4) = \frac{1}{2}(4x^2 - 8x + 8x - 16) = \frac{1}{2}(4x^2 - 16) = 2x^2 - 8$$

۸

$$-4x^2y, 14x^2y \quad 3x^3, -\frac{1}{2}x^3 \quad 4y^2x, -\frac{5}{3}xy^2 \quad +3x, -3x \quad -2yx, \frac{3}{2}xy$$

۹

الف) $-12x$ ب) $24y$ پ) $-2x$ ت) $-10ax$
 ث) xy ج) x^2 د) $a^2 - 2ay$ ه) $3x + 5ab$
 خ) $-3x^2 + y^2 - 5ab$ ذ) $3a + 2xy$ ر) $36x + 4$

۱۰

الف) $6(2x-1) + 5(x+1) = 12x - 6 + 5x + 5 = 17x - 1$
 ب) $12(x-2) - 4(3x+2) = 12x - 24 - 12x - 8 = -32$
 پ) $3(y-1) + 3(1-y) = 3y - 3 + 3 - 3y = 0$
 ت) $-2(a-b-1) + 3(b-a+2) + 1 = -2a + 2b + 2 + 3b - 3a + 6 + 1 = -5a + 5b + 9$
 ث) $7(x-y+1) + 3y - 7(x-2) = 7x - 7y + 7 + 3y - 7x + 14 = -4y + 21$

۱۱

$$A - 2B = 3x^2 - 3x + 1 - 2(x^2 - x + 1) = 3x^2 - 3x + 1 - 2x^2 + 2x - 2 = -x^2 - x - 1$$

۱۲

الف) $2a^2 + 2ab$ ب) $6x^2 - 3x$ پ) $2b^2 - 2ab$ ت) $2y^2 - 6y$
 ث) $10x^4 - 15x^3 - 10x^2$ ج) $-x^4y^3 + x^3y^2 + x^2y^2 - 2x^2y$

۱۳

الف) $ab + b - (b + a(b+1)) = ab + b - (b + ab + a) = ab + b - b - ab - a = -a$
 ب) $a(2-2ab) - b(a-2(a^2-2b)) = 2a - 2a^2b - b(a - 2a^2 + 4b) = 2a - 2a^2b - ab + 2a^2b - 4b^2 = 2a - ab - 4b^2$

۱۴

الف) $x(y+t) = xy + xt$ ب) $3a - 2b - (2a - b) = 3a - 2b - 2a + b = a - b$
 پ) $-x(-y+3) = +xy - 3x$

۱۵

الف) $x(x^2 + x - 2) - x^2(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 2x - x^4 - x^2 = -x^4 - 2x$
 ب) $-ab^2(a^2b^2 - a + b) + a^2b(ab^3 - b + 1) = -a^3b^4 + a^2b^3 - ab^2 + a^3b^4 + a^2b^3 - ab^2 + a^2b^3 + a^2b = -ab^4 + a^2b^3$

۱۶

الف) $(x+y)(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$
 ب) $(x-2)(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$
 پ) $(3y-2)(2y-3) = 6y^2 - 9y - 4y + 6 = 6y^2 - 13y + 6$
 ت) $(y-1)(y+1) = y^2 + y - y - 1 = y^2 - 1$
 ث) $(2x-1)(x-2) = 2x^2 - 4x - x + 2 = 2x^2 - 5x + 2$
 ج) $(x-2y)(x+3y) = x^2 + 3xy - 2xy - 6y^2 = x^2 + xy - 6y^2$
 د) $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$



$$a) (a+b-1)(a-b+2) = a^2 - ab + 2a + ab - b^2 + 2b - a + b - 2 = a^2 - b^2 + a + 2b - 2$$

$$b) x^2(3-x) - (2-x^2)(x+1) - 4x^2 = 3x^2 - x^3 - (2x + 2 - x^2 - x^2) - 4x^2 = 3x^2 - x^3 - 2x - 2 + x^2 + x^2 - 4x^2 = -2x - 2$$

$$c) (x-y)(x+y)(x^2+y^2) = (x^2+xy-xy-y^2)(x^2+y^2) = (x^2-y^2)(x^2+y^2) = x^4 + x^2y^2 - x^2y^2 - y^4 = x^4 - y^4$$

$$d) (x+1)(x-2)(x^2-x) = (x^2-2x+x-2)(x^2-x) = (x^2-x-2)(x^2-x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x = x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x$$

۱۷

$$A(B+1) = (x-3)(2y-x+1) = 2xy - x^2 + x - 6y + 3x - 3 = -x^2 + 4x - 6y + 2xy - 3$$

۱۸

$$الف) (2a+1)^2 = (2a+1)(2a+1) = 4a^2 + 2a + 2a + 1 = 4a^2 + 4a + 1$$

$$ب) (a+2)^2 = (a+2)(a+2) = a^2 + 2a + 2a + 4 = a^2 + 4a + 4$$

$$پ) (a-2b)^2 = (a-2b)(a-2b) = a^2 - 2ab - 2ab + 4b^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$ت) (3a-2b)^2 = (3a-2b)(3a-2b) = 9a^2 - 6ab - 6ab + 4b^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$$

$$ث) (2a+b)^2 = (2a+b)(2a+b) = 4a^2 + 2ab + 2ab + b^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$$

$$ج) (2a-3b)^2 = (2a-3b)(2a-3b) = 4a^2 - 6ab - 6ab + 9b^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$$

$$د) (5-4x)^2 = (5-4x)(5-4x) = 25 - 20x - 20x + 16x^2 = 16x^2 - 40x + 25$$

$$ه) \left(3y + \frac{y}{3}\right)^2 = \left(3y + \frac{y}{3}\right)\left(3y + \frac{y}{3}\right) = 9y^2 + 7y + 7y + \frac{y^2}{9} = 9y^2 + 14y + \frac{y^2}{9}$$

۱۹

$$(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - xy + y^2 = (x^2 + y^2) - 2xy = 9 - 2(-7) = 9 + 14 = 23$$

۲۰

$$الف) (a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)(a^2 - ab - ab + b^2) = (a-b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$ب) (3x-2)^3 = (3x-2)(3x-2)(3x-2) = (3x-2)(9x^2 - 6x - 6x + 4) = (3x-2)(9x^2 - 12x + 4)$$

$$= 27x^3 - 36x^2 + 12x - 18x^2 + 24x - 8 = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

۲۱

$$الف) 4x^2 - (2x-1)^2 = 4x^2 - (2x-1)(2x-1) = 4x^2 - (4x^2 - 2x - 2x + 1)$$

$$= 4x^2 - (4x^2 - 4x + 1) = 4x^2 - 4x^2 + 4x - 1 = 4x - 1$$

$$ب) (2a-1)^2 - (a+1)^2 = (2a-1)(2a-1) - (a+1)(a+1)$$

$$= (4a^2 - 2a - 2a + 1) - (a^2 + a + a + 1) = (4a^2 - 4a + 1) - (a^2 + 2a + 1)$$

$$= 4a^2 - 4a + 1 - a^2 - 2a - 1 = 3a^2 - 6a$$

$$پ) a^2 + b^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 - (a-b)(a-b) = a^2 + b^2 - (a^2 - ab - ab + b^2)$$

$$= a^2 + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 2ab$$

$$\begin{aligned}
 \text{ت) } (a+b)^2 - (a-b)^2 &= (a+b)(a+b) - (a-b)(a-b) \\
 &= (a^2 + ab + ab + b^2) - (a^2 - ab - ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab
 \end{aligned}$$

۲۲

$$\text{الف) } (y-1)(y^2 + y + 1) = y^3 + y^2 + y - y^2 - y - 1 = y^3 - 1$$

$$\text{ب) } (x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$\text{پ) } (a-a^2)(a+a^2-1) = a^3 + a^5 - a - a^3 - a^4 + a^2 = -a^4 + 2a^2 - a$$



درس دوم: پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

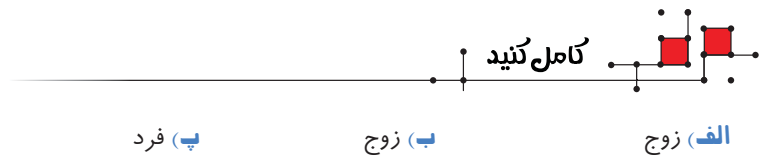


درست یا نادرست



ب) نادرست

الف) درست



پ) فرد

ب) زوج

الف) زوج

پرسش‌های دو گزینه‌ای



ب) گزینه (۱)

الف) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $x = -4 \Rightarrow y = -12$

$x = 3 \Rightarrow y = 9$

ب) $x = 0 \Rightarrow y = 5$

$x = -1 \Rightarrow y = 3$

$y = 0 \Rightarrow x = 0$

$x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 1$

$y = 9 \Rightarrow x = 2$

$x = 3 \Rightarrow y = 11$

پ) $x = 3 \Rightarrow y = -2$

$y = 6 \Rightarrow x = -5$

ت) $x = 1 \Rightarrow y = 2$

$x = -1 \Rightarrow y = 2$

$x = 7 \Rightarrow y = -6$

$x = 1 \Rightarrow y = 0$

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

$y = 5 \Rightarrow x = \pm 2$

پ) -۲

ب) ۵

۲) الف) -۱

ج) -۱

ث) -۲

ت) -۵

ب) $y = 2x$

۳) الف) $y = 3x - 1$

پ) عدد وسط: -۳x

ب) عدد وسط: -۱۴

۴) الف) عدد وسط: -۱۰

خروجی: $-3x + 7$

خروجی: -۱۶

خروجی: -۷

۵

الف) $(x+y)^2 + (x-y)^2 = (x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)$

$= x^2 + xy + xy + y^2 + x^2 - xy - xy + y^2 = 2x^2 + 2y^2$

$x = -1, y = 1 \Rightarrow \text{مقدار} = 2(-1)^2 + 2(1)^2 = 2 + 2 = 4$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (x+y)^2 - (x-y)^2 &= (x+y)(x+y) - (x-y)(x-y) \\ &= x^2 + xy + xy + y^2 - (x^2 - xy - xy + y^2) = 4xy \end{aligned}$$

$$x=2, y=-3 \Rightarrow \text{مقدار} = 4 \times 2 \times (-3) = -24$$

$$\text{پ) } (x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$$

$$x=1, y=-2 \Rightarrow \text{مقدار} = 1^3 + (-2)^3 = 1 - 8 = -7$$

$$\text{ت) } (x+y)(x-y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$$

$$x=4, y=3 \Rightarrow \text{مقدار} = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$

$$V=64 \text{ (ب)}$$

$$S=100 \text{ (ب)}$$

$$S=16 \text{ (ب)}$$

$$S=30 \cdot m^2 \text{ (ب)}$$

$$V=abc \text{ (الف) (6)}$$

$$S=ab \text{ (الف) (7)}$$

$$S=\frac{1}{2}h(a+b) \text{ (الف) (8)}$$

$$S=a \times ra = ra^2 \text{ (الف) (9)}$$

$$(10)$$

$$U=40 \times 10 \times 12 = 4800$$

تمرین‌های ویژه

1

$$\text{الف) } (a + \frac{1}{2})(a^2 - \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}) = a^3 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}a + \frac{1}{8} = a^3 + \frac{1}{8}$$

$$a = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{مقدار} = (-\frac{1}{3})^3 + \frac{1}{8} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{27} + \frac{1}{24} = \frac{-4}{108} + \frac{4.5}{108} = \frac{0.5}{108} = \frac{1}{216}$$

$$\text{ب) } (a - \frac{1}{3})(a^2 + \frac{1}{3}a + \frac{1}{9}) = a^3 + \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{9}a - \frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{9}a - \frac{1}{27} = a^3 - \frac{1}{27}$$

$$a = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{مقدار} = (\frac{1}{3})^3 - \frac{1}{27} = \frac{1}{27} - \frac{1}{27} = 0$$

2

$$\text{الف) } ((a \odot b) \odot a)(b \odot a) = ((3a - 2b) \odot a) \odot (3b - 2a) = (3(3a - 2b) - 2a) \odot (3b - 2a) = (9a - 6b) \odot (3b - 2a)$$

$$= 3(9a - 6b) - 2(3b - 2a) = 27a - 18b - 6b + 4a = 31a - 24b$$

$$\text{ب) } 1 \odot (1 \odot (1 \odot (1 \odot 1))) = 1 \odot (1 \odot (1 \odot (3 - 2))) = 1 \odot (1 \odot (1 \odot 1)) = 1 \odot (1 \odot (3 - 2))$$

$$= 1 \odot (1 \odot 1) = 1 \odot (3 - 2) = 1 \odot 1 = 1$$



درس سوم: تجزیه عبارتهای جبری



درست یا نادرست



پ) درست

ب) نادرست

الف) نادرست

کامل کنید

پ) فرد

ب) خاصیت توزیع پذیری ضرب نسبت به جمع

الف) تجزیه

پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$\frac{a^2 - ab}{a - b} = \frac{a(a - b)}{a - b} = a$$

الف) گزینه (۲)

ب) گزینه (۲)

$$ab = 1 \cdot a + b, \quad ba = 1 \cdot b + a \Rightarrow ab + ba = 1 \cdot a + b + 1 \cdot b + a = 1a + 1b = 1(a + b)$$

پ) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

پ) $3ab$

ب) abc

الف) $4a^2b^2$ (۱)

ب) $a - y$

الف) $(a - b + c)$ (۲)

(۳)

الف) $xy + tx^2 = x(y + tx)$

ب) $x^2t^2 - x^3y = x^2(t^2 - xy)$

پ) $6xy + 5xyt = xy(6 + 5t)$

ت) $3ab + 6a^2b = 3ab(1 + 2a)$

ث) $8x^2y + 6xy = 2xy(4x + 3)$

ج) $8a^2b^3 - 4ab^2 = 4ab^2(2ab - 1)$

چ) $x^2 \times 2^a - xy \times 2^a = x \times 2^a(x - y)$

ح) $21xy^3 - 35x^2y^2 = 7xy^2(3y - 5x)$

خ) $3^a \times 3^b - 3^{a+t} = 3^a(3^b - 3^t)$

د) $-x^2 + 4x^3 = x^2(-1 + 4x)$

ذ) $x^f - x^r = x^r(x - 1)$

ر) $x^2yz + xy^2z - xyz^2 = xyz(x + y - z)$

۴

الف) $\frac{x^f - 4x^r}{x^r - 4} = \frac{x^r(x^r - 4)}{x^r - 4} = x^r$

ب) $\frac{2x^f - 4x^g}{x^r} = \frac{2x^f(1 - 2x^g)}{x^r} = 2x(1 - 2x^r) = 2x - 4x^r$

پ) $\frac{a^r b - ab^r}{a - b} = \frac{ab(a - b)}{a - b} = ab$

ت) $\frac{ab - a}{b - 1} = \frac{a(b - 1)}{b - 1} = a$

ث) $\frac{x^r - 4x^r}{x^r} = \frac{x^r(x - 4)}{x^r} = x - 4$

ج) $\frac{a^r b^r - a^r b^r}{ab - 1} = \frac{a^r b^r(1 - ab)}{ab - 1} = \frac{a^r b^r(-ab - 1)}{ab - 1} = -a^r b^r$

د) $\frac{a^r b^r - a^r b^r}{a^r b^r - a^r b^r} = \frac{a^r b^r(b - a)}{a^r b^r(1 - ab)} = \frac{b - a}{1 - ab}$

۵

$3ac + 3bc = 3c(a + b) = 3(-2)(5) = -30$

۶

$4b - 4a + 3c = -4(a - b) + 3c = -4(-4) + 3(-7) = 16 - 21 = -5$

۷

$(2x + 2y)^r = (2(x + y))^r = 2^r(x + y)^r = 4 \times 7^r = 4 \times 49 = 196$

۸

الف) زوج $2m - 2n = 2(m - n)$

ب) زوج $2m - 1 - (2n - 1) = 2m - 1 - 2n + 1 = 2m - 2n = 2(m - n)$

پ) فرد $2m + 2n - 1 = 2(m + n) - 1$

۹

الف) بر ۳ بخش پذیر $3k + 3n = 3(k + n)$

ب) بر ۳ بخش پذیر $3k - 3n = 3(k - n)$

۱۰

بر ۴ بخش پذیر $n + n + 2 + n + 4 + n + 6 = 4n + 12 = 4(n + 3)$

۱۱

بر ۱۱ بخش پذیر $\frac{ab}{ba} = \frac{1 \cdot a + b}{1 \cdot b + a} \Rightarrow ab + ba = 1 \cdot a + b + 1 \cdot b + a = 1 \cdot a + 1 \cdot b = 1 \cdot (a + b)$

۱۲

$a(b - c) + b(c - a) = ab - ac + bc - ba = -ac + bc = c(-a + b) = c(b - a)$

۱۳

$a(b + c - bc) - b(a + c - ac) = ab + ac - abc - ab - bc + abc = ac - bc = (a - b)c$



تمرین‌های ویژه

۱

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{8}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{1024}\right) &= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{9}{8}\right) \cdots \left(\frac{1025}{1024}\right) = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 9 \times \cdots \times 1025}{2 \times 2 \times 2^2 \times 2^3 \times \cdots \times 2^{10}} \\ &= \frac{1 \times 3 \times 5 \times 9 \times \cdots \times 1025}{2^{1+2+3+\cdots+10}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 9 \times \cdots \times 1025}{2^{\frac{1+11}{2}}} = \frac{1 \times 3 \times 5 \times 9 \times \cdots \times 1025}{2^{56}} \end{aligned}$$

۲

$$\begin{aligned} \overline{abc} &= 100a + 10b + c \\ \overline{cba} &= 100c + 10b + a \\ \overline{abc} - \overline{cba} &= 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a \\ &= 99a - 99c = 99(a - c) \end{aligned}$$

۳

$$\begin{aligned} \overline{ab} &= 10a + b, \quad \overline{bc} = 10b + c, \quad \overline{ca} = 10c + a \\ \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} &= 10a + b + 10b + c + 10c + a = 11a + 11b + 11c = 11(a + b + c) \end{aligned}$$

بر ۱۱ بخش پذیر

۴

$$\begin{aligned} \overline{ab} &= 10a + b, \quad \overline{ac} = 10a + c, \quad \overline{bc} = 10b + c \\ \overline{bc} &= 10b + a, \quad \overline{ca} = 10c + a, \quad \overline{cb} = 10c + b \\ \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc} - (\overline{ba} + \overline{ca} + \overline{cb}) &= 10a + b + 10a + c + 10b + c - (10b + a + 10c + a + 10c + b) \\ &= 20a + 11b + 2c - (2a + 11b + 20c) = 20a + 11b + 2c - 2a - 11b - 20c \\ &= 18a - 18c = 18(a - c) \end{aligned}$$

بر ۱۸ بخش پذیر

درس چهارم: معادله



درست یا نادرست  

الف) درست ب) درست پ) نادرست

کامل کنید

الف) $3x + \frac{1}{5} = \frac{7}{10} \xrightarrow{\times 10} 30x + 2 = 7$

ب) $(n-1) + n + (n+1) = 69 \Rightarrow 3n = 69 \Rightarrow n = 69 \div 3 = 23$

پ) $3x - 3 = 5x - 13 \Rightarrow -2x = -10 \Rightarrow x = (-10) \div (-2) = 5 \Rightarrow 3x - 3 = 15 - 3 = 12$

ت) $\frac{2x-3}{2} = x+7 \Rightarrow 2x-3 = 2x+14 \Rightarrow -3 = 14$ صفر = تعداد جواب ها

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) $-\frac{3}{4}x + \frac{11}{2} = 4 \xrightarrow{\times 4} -3x + 22 = 16 \Rightarrow -3x = -6 \Rightarrow x = 2$

ب) گزینه (۲) $4x - 7 = 17 \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = 6$

پ) گزینه (۱) $18x = 72 \Rightarrow x = 4$

ت) گزینه (۲) $ax + 2 = 3x + a - 1 \Rightarrow (a-3)x = a-3 \Rightarrow a-3 = 0 \Rightarrow a = 3$

تمرین‌های تشریحی

۱

$3x - 1 = 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 2x^2 - 1 \Rightarrow 2(2^2) - 1 = 8 - 1 = 7$

۲

الف) $4x - 3 = 2x - 1 + 5x \Rightarrow 4x - 3 = 7x - 1 \Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$

ب) $1 - 3x = -(x-1) - 4 \Rightarrow 1 - 3x = -x + 1 - 4 = -x - 3 \Rightarrow -2x = -4 \Rightarrow x = 2$

پ) $3(x-1) = 2(1-x) \Rightarrow 3x - 3 = 2 - 2x \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1$

ت) $3x - 2(1-x) = 0 \Rightarrow 3x - 2 + 2x = 0 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$



۳

الف) $\frac{x+3}{2} = \frac{x+2}{3} \Rightarrow 3(x+3) = 2(x+2) \Rightarrow 3x+9 = 2x+4 \Rightarrow x = -5$

ب) $-\frac{2}{5}x + 3 = \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 10} -4x + 30 = 5 \Rightarrow -4x = -25 \Rightarrow x = \frac{25}{4}$

پ) $\frac{5}{3}x - \frac{2}{13} = 1 \xrightarrow{\times 39} 65x - 6 = 39 \Rightarrow 65x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{65} = \frac{9}{13}$

ت) $2x + \frac{3}{7} = \frac{2}{3}x \xrightarrow{\times 21} 42x + 9 = 14x \Rightarrow 28x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{28}$

ث) $3x - \frac{1}{3} = 7x + \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 3} 9x - 1 = 21x + 2 \Rightarrow -12x = 3 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$

ج) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = -9 \xrightarrow{\times 6} 3x - 2x = -54 \Rightarrow x = -54$

د) $2 - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 3} 6 - (x+1) = 1 \Rightarrow 6 - x - 1 = 1 \Rightarrow -x + 5 = 1 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4$

ه) $\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{1}{6} \xrightarrow{\times 6} 3(x-1) - 2(x+1) = 1 \Rightarrow 3x - 3 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6$

۴

الف) $-4(3x-7) = \frac{1}{5}(x-6) \xrightarrow{\times 5} -20(3x-7) = x-6 \Rightarrow -60x + 140 = x-6 \Rightarrow -61x = -146 \Rightarrow x = \frac{146}{61}$

ب) $\frac{5x-7}{3} = \frac{9x+2}{7} \Rightarrow 7(5x-7) = 3(9x+2) = 35x - 49 = 27x + 6 \Rightarrow 8x = 55 \Rightarrow x = \frac{55}{8}$

پ) $\frac{3x-4}{9} = \frac{7x-8}{12} \Rightarrow 12(3x-4) = 9(7x-8) \Rightarrow 36x - 48 = 63x - 72 \Rightarrow -27x = -24 \Rightarrow x = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$

۵

الف) $\frac{3}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow 3 \times 2 = 5x \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$

ب) $\frac{5}{1+x} = \frac{3}{2x} \Rightarrow 5 \times 2x = 3(1+x) \Rightarrow 10x = 3 + 3x \Rightarrow 7x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{7}$

۶

$4 + x(2-x) = 5x - x^2 \Rightarrow 4 + 2x - x^2 = 5x - x^2 \Rightarrow -3x = -4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

۷

الف) $3a + 5 = 20 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$

ب) $2a + 5 = 20 \Rightarrow 2a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{2}$

۸

$5x - 3 = 2 + \text{○} \Rightarrow 5x = 5 + \text{○} \Rightarrow \text{○} = 5x - 5$

$-4x - 3 = 5 - \text{○} \Rightarrow -4x = 8 - \text{○} \Rightarrow \text{○} \neq -4x$

۹

۱۰

$$3x + 7 = 9 + \text{○} \Rightarrow 3x = 2 + \text{○} \Rightarrow \text{○} = 3x$$

۱۱

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 6} 3x - 2x = 4 \Rightarrow x = 4$$

۱۲

$$11x + 7 = 84 \Rightarrow 11x = 77 \Rightarrow x = 7$$

۱۳

$$7x - 3 = 32 \Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = 5$$

۱۴

الف) $(n-1) + n + (n+1) = 33 \Rightarrow 3n = 33 \Rightarrow n = 11 \Rightarrow 10, 11, 12$

ب) $(n-2) + n + (n+2) = 102 \Rightarrow 3n = 102 \Rightarrow n = 34 \Rightarrow 32, 34, 36$

۱۵

$$\frac{2}{7}x - \frac{3}{5}x = 3 \xrightarrow{\times 35} 10x - 21x = 105 \Rightarrow -11x = 105 \Rightarrow x = -\frac{105}{11}$$

۱۶

$$25 + x + 21 + x = 54 + x \Rightarrow 46 + 2x = 54 + x \Rightarrow x = 8$$

۱۷

$$\frac{3-x}{8-x} = 8 \Rightarrow 3-x = 8(8-x) = 3-x = 64-8x \Rightarrow 7x = 61 \Rightarrow x = \frac{61}{7}$$

۱۸

a		
b	۵	۱
x		۶

$$a + 5 + 6 = 15 \Rightarrow a + 11 = 15 \Rightarrow a = 4$$

$$b + 5 + 1 = 15 \Rightarrow b + 6 = 15 \Rightarrow b = 9$$

$$a + b + x = 15 \Rightarrow 4 + 9 + x = 15 \Rightarrow 13 + x = 15 \Rightarrow x = 2$$

۱۹

الف) $2(12+x) = 34 \Rightarrow 24 + 2x = 34 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$ طول

مساحت $S = 5 \times 12 = 60 \text{ cm}^2$

ب) $4a = 34 \Rightarrow a = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$

۲۰

$$2\left(\frac{x}{2} - 3 + \frac{x}{9} + 2\right) = 42 \Rightarrow 2\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{9} - 1\right) = 42 \Rightarrow x + \frac{2x}{9} - 2 = 42$$

$$\frac{9x + 2x}{9} = 44 \Rightarrow \frac{11}{9}x = 44 \Rightarrow 11x = 44 \times 9 \Rightarrow x = 36$$

طول $= \frac{x}{2} - 3 = 18 - 3 = 15$ عرض $= \frac{x}{9} + 2 = 4 + 2 = 6$



- الف) $2x + 5 = 4x - 25 \Rightarrow -2x = -30 \Rightarrow x = 15$
 ب) $3x - 5^\circ = x - 1^\circ \Rightarrow 2x = 4^\circ \Rightarrow x = 2^\circ$
 پ) $3x - 1^\circ + 5x - 5^\circ = 18^\circ \Rightarrow 8x - 6^\circ = 18^\circ \Rightarrow 8x = 24^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$
 $2y - 21^\circ = 3x - 1^\circ = 8^\circ \Rightarrow 2y = 101^\circ \Rightarrow y = 50.5^\circ$
 ت) $3y - 5 = 5y - 15 \Rightarrow -2y = -10 \Rightarrow y = 5$
 $3x - 3^\circ = 9^\circ \Rightarrow 3x = 12^\circ \Rightarrow x = 4^\circ$

تمرین‌های ویژه

۱

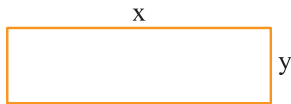
الف) $x - \frac{3x+1}{2} = y - \frac{2x-1}{6} \xrightarrow{\times 6} 6x - 3(3x+1) = 42 - (2x-1) \Rightarrow 6x - 9x - 3 = 42 - 2x + 1$
 $-3x - 3 = -2x + 42 \Rightarrow -x = 46 \Rightarrow x = -46$

ب) $\frac{3x(2x-2)}{5} = \frac{2x}{5} (3x + \frac{y}{2}) - 3 \xrightarrow{\times 5} 3x(2x-2) = 2x(3x + \frac{y}{2}) - 15 \Rightarrow \cancel{6x^2} - 6x = \cancel{6x^2} + yx - 15$
 $-13x = -15 \Rightarrow x = \frac{15}{13}$

پ) $\frac{1}{y} (\frac{y}{8}x + 7) - \frac{3}{4} (\frac{2}{9}x + \frac{16}{9}) = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{8}x + 1 - \frac{1}{6}x - \frac{2}{3} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\times 24} 3x + 24 - 4x - 16 = 2$
 $-x - 8 = 2 \Rightarrow -x = 10 \Rightarrow x = -10$

ت) $-\frac{2}{5}(3x-1) + 8(\frac{f}{5}x - \frac{3}{10}) = 5 - (\frac{19}{5}x - 4) \xrightarrow{\times 5} -2(3x-1) + 40(\frac{f}{5}x - \frac{3}{10}) = 25 - 5(\frac{19}{5}x - 4)$
 $-6x + 2 + 32x - 12 = 25 - 19x + 20 \Rightarrow 26x - 10 = -19x + 45 \Rightarrow 45x = 55 \Rightarrow x = \frac{55}{45} = \frac{11}{9}$

۲



$x = \frac{1}{2}y + 3 \Rightarrow x - 3 = \frac{1}{2}y \xrightarrow{\times 2} 2(x-3) = y \Rightarrow y = 2x - 6$

$2(x+y) = \frac{1}{3}x + 8 \Rightarrow 2(x + (2x-6)) = \frac{1}{3}x + 8 \Rightarrow 2(3x-6) = \frac{1}{3}x + 8$

$6x - 12 = \frac{1}{3}x + 8 \xrightarrow{\times 3} 18x - 36 = x + 24 \Rightarrow 17x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{17}, y = 2 \times \frac{60}{17} - 6 = \frac{120}{17} - \frac{102}{17} = \frac{18}{17}$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

گزینه ۱ (۳)

گزینه ۲ (۲)

$$P = a + b + a + c + c + b = 2a + 2b + 2c$$

گزینه ۳ (۳)

$$B + 4A = 4x^3 - 3x^2 - 4x + 4(-x^3 + x^2 + x + 1) = 4x^3 - 3x^2 - 4x - 4x^3 + 4x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4$$

گزینه ۴ (۴)

$$S = 4 \times 5 \times 10 + 2 \times 5 \times 5 = 200 + 50 = 250$$

گزینه ۵ (۲)

$$\frac{yx^2 + xy^2 + y^3}{x^2 + x^2y + y^2x} = \frac{y(x^2 + xy + y^2)}{x(x^2 + xy + y^2)} = \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = 2$$

گزینه ۶ (۴)

$$\frac{a^2b^2 - 2ab^3}{a^2b - 2a^2b^2} = \frac{\cancel{a}b^2(a - 2b)}{a^2\cancel{b}(a - 2b)} = \frac{b}{a}$$

گزینه ۷ (۴)

گزینه ۸ (۳)

$$\frac{2x+1}{5} - \frac{-x-3}{2} = 8 \xrightarrow{\times 10} 2(2x+1) - 5(-x-3) = 80 \Rightarrow 4x+2+5x+15=80 \Rightarrow 9x=63 \Rightarrow x=7$$

گزینه ۹ (۳)

$$\frac{y}{6}x - \frac{1}{3}x = 10 \xrightarrow{\times 6} 7x - 2x = 60 \Rightarrow 5x = 60 \Rightarrow x = 12$$

گزینه ۱۰ (۱)

$$x + 3 = 2x - 2 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5$$

$$y - 3 = \frac{y}{2} \xrightarrow{\times 2} 2y - 6 = y \Rightarrow y = 6 \Rightarrow S = (x+3)(y-3) = 8 \times 3 = 24$$



امتحان فصل چهارم

ت) ×

پ) ✓

ب) ×

الف) ۱ ✓

ت) ۴۱

پ) فرد

ب) ۱

الف) ۲ $\frac{1}{3}x^2$

۳ $6n$

۴

۵

$$S = \frac{1}{2}ch + \frac{1}{2}c(a+b) = \frac{1}{2}c(a+b+h)$$

الف) $(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3) = a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3-a^3b-a^2b^2-ab^3-b^4 = a^4-b^4$

ب) $xy(x^2+3y-2) - x(yx^2+y) - y(3xy-\Delta x) = x^3y+3xy^2-2xy - x^3y - xy - 3xy^2 + \Delta xy = 2xy$

۶ ۷

۷

$$(x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2)^2 = (x^2+y^2)(x^2+y^2) - (x^2-y^2)(x^2-y^2)$$

$$= x^4 + x^2y^2 + x^2y^2 + y^4 - (x^4 - x^2y^2 - x^2y^2 + y^4) = 4x^2y^2$$

$x=3, y=-4 \Rightarrow$ مقدار $= 4(3)^2(-4)^2 = 4 \times 9 \times 16 = 576$

۸

الف) $S = 6ah$

ب) $S = 36$

۹

$6ab^2c + 2a^2bc - 4abc^2 = 2abc(3b+a-2c)$

۱۰

$$\frac{-6a^2b^2 + 2a^3b}{a^2b^2 - 3ab^3} = \frac{2a^2b(-3b+a)}{ab^2(a-3b)} = \frac{2a}{b}$$

۱۱

$2n-4+2n+12+n+7 = 5n+15 = 5(n+3)$ بخش پذیر بر ۵

۱۲

$x(y-z+2yz) - z(y-x+2xy) = xy - xz + 2xyz - yz + xz - 2xyz = xy - yz = y(x-z)$

$$-7x + 4 = -3x + 16 \Rightarrow -4x = 12 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \frac{x^3}{3} + x^2 = \frac{-27}{3} + 9 = -9 + 9 = 0$$

۱۳

الف) $-5x + 3 = 7 - \text{○} \Rightarrow -5x = 4 - \text{○} \Rightarrow \text{○} = 5x$

ب) $-5x + 3 = 7 - \text{○} \Rightarrow -5x = 4 - \text{○} \Rightarrow \text{○} = 9$

۱۴

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x = -\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 15} 5x - 3x = -10 \Rightarrow 2x = -10 \Rightarrow x = -5$$

۱۵

فصل پنجم

بردار و مختصات



درس اول: جمع بردارها



درست یا نادرست



الف) نادرست

ب) نادرست

ج) نادرست

کامل کنید

الف) $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

ب) صفر

الف) برابری

پرسش‌های دو گزینه‌ای

ب) گزینه (۱)

الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $\overline{AB} = B - A = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

ب) $C = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$

ب) $\overline{AC} = C - A = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

۲

الف) $\vec{c} + \vec{a} = \vec{b}$, $\begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \end{bmatrix}$

ب) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$

ت) $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b}$, $\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

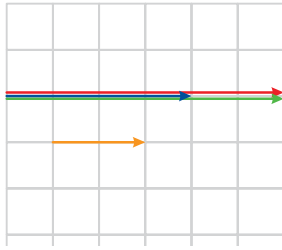
ث) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

ج) $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

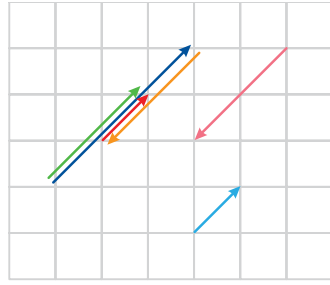
۳



الف)



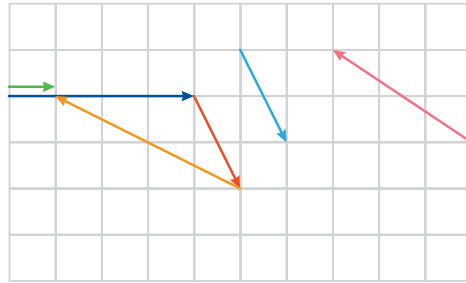
ب)



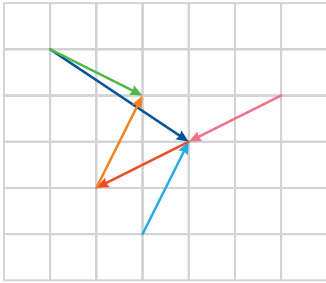
پ)



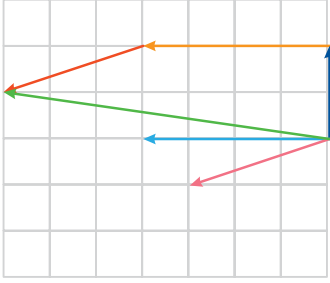
ت)



ث)



ج)



۴

الف) $\vec{d} + \vec{e} + \vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

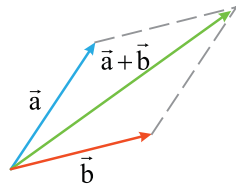
$$\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ب) $\vec{b} + \vec{a} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{c}$

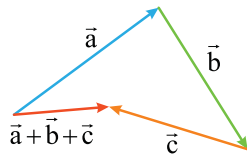
$$\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$$

۵

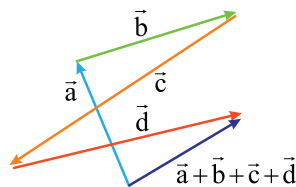
الف) $\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$



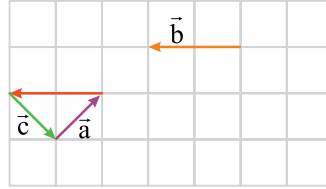
ب) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$



ج) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$



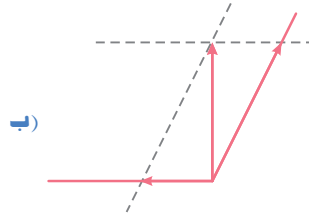
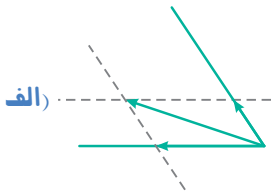
۶



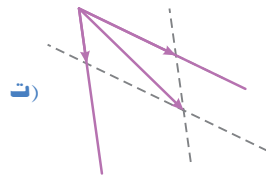
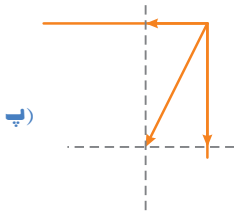
۷) بی شمار جواب

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$



۸)



۹) هر ضلع از پنج ضلعی سمت راست با ضلع نظیرش از پنج ضلعی سمت چپ دو بردار قرینه هستند.

الف)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ب)

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۰)

الف)

$$x - 2 = 6 \Rightarrow x = 8$$

$$y + 7 = 5 \Rightarrow y = -2$$

ب)

$$9 + x + 3 = 5 \Rightarrow x + 12 = 5 \Rightarrow x = -7$$

$$-5 + 4 = y - 1 \Rightarrow -1 = y - 1 \Rightarrow y = 0$$

پ)

$$x + 2 + 3 = -1 \Rightarrow x + 5 = -1 \Rightarrow x = -6$$

$$y - 2 - 4 = 7 \Rightarrow y - 6 = 7 \Rightarrow y = 13$$

۱۱)

$$3x - 2 = -x - 14 \Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

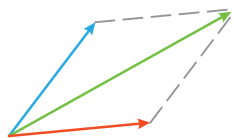
$$y + 4 = -2y + 10 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = 2$$

۱۲)

الف)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

راستا



ب)

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۱۳)

الف)

$$5 + 2 + 3 + 7 + 9 + 4 + 5 + 2 + 7 + 1 + 4 + 3 = 52$$

ب)

$$\begin{bmatrix} 7 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۴)



۱۵

الف) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 2n \\ n \end{bmatrix}, \dots$

ب) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 6 \end{bmatrix}$

درس دوم: ضرب عدد در بردار



درست یا نادرست



ب) نادرست

ب) درست

الف) درست

کامل کنید

ب) $-3\vec{a}$

ب) منفی

الف) $\begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix}$

پرسش‌های دو گزینه‌ای

ب) گزینه (۱)

ب) گزینه (۱)

الف) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱

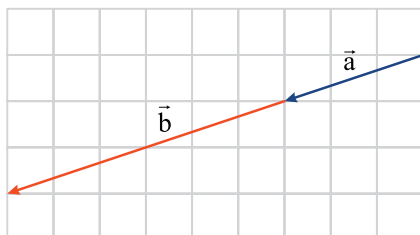
الف) $\vec{b} = 3\vec{a}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) $\vec{b} = -\vec{a}, \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

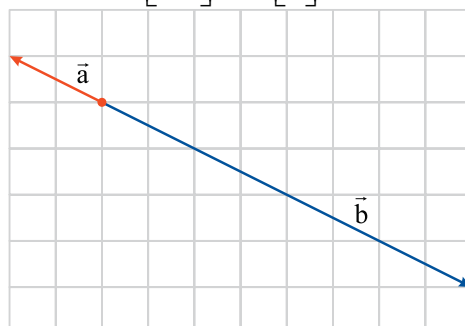
پ) $\vec{b} = -2\vec{a}, \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ت) $\vec{b} = -8\vec{a}, \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \end{bmatrix} = -8 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

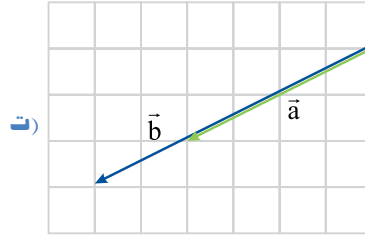
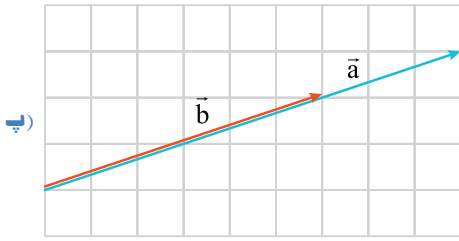
الف)



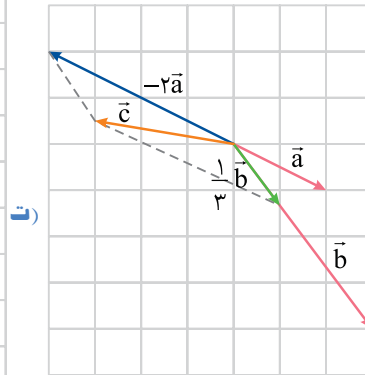
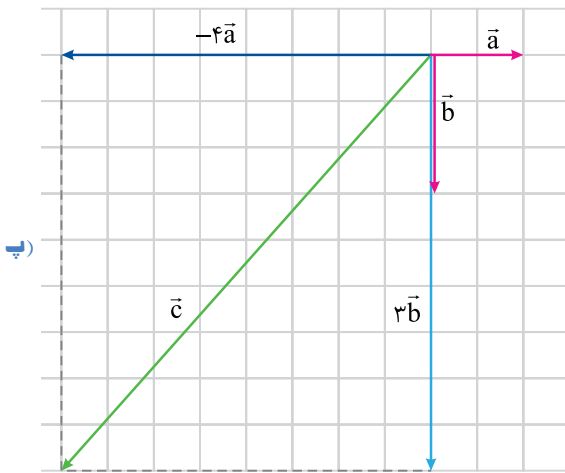
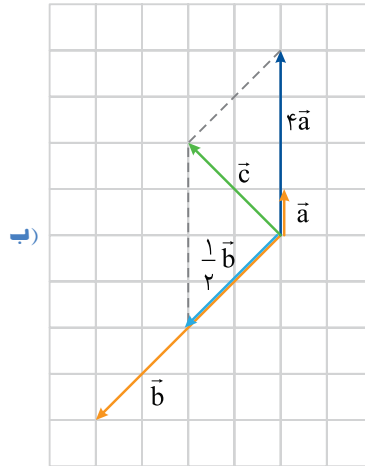
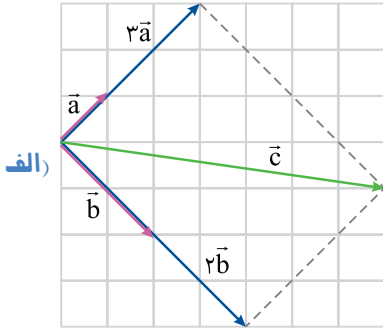
ب)



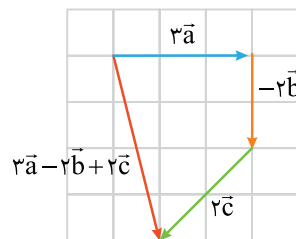
۲



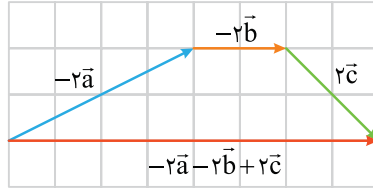
۳



۴



۵



٦

الف) $\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} = \begin{bmatrix} -x \\ -x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x + 2y \\ -x \end{bmatrix} \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

$$-x + 2y = 7 \Rightarrow 2 + 2y = 7 \Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \quad \vec{c} = -2\vec{a} + \frac{5}{2}\vec{b}$$

ب) $\vec{a} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} = \begin{bmatrix} -x \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2y \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x - 2y \\ x \end{bmatrix} \Rightarrow x = 4$$

$$-x - 2y = -7 \Rightarrow -4 - 2y = -7 \Rightarrow -2y = -3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \quad \vec{c} = 4\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b}$$

ج) $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} = \begin{bmatrix} 3x \\ -x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y \\ -y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x - y \\ -x - y \end{bmatrix}$$

$$-x - y = 6 \Rightarrow -y = x + 6$$

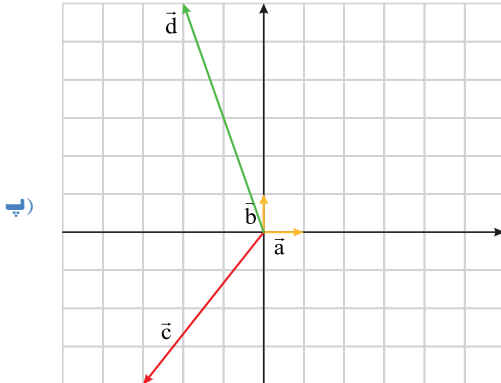
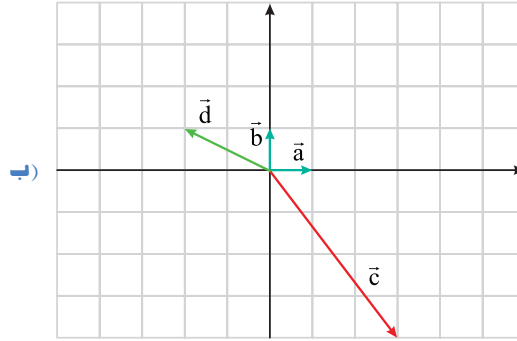
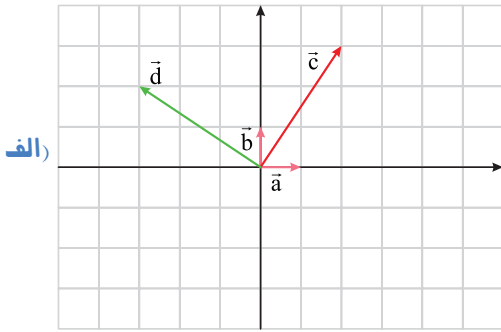
$$3x - y = -3 \Rightarrow 3x + x + 6 = -3 \Rightarrow 4x + 6 = -3 \Rightarrow 4x = -9 \Rightarrow x = -\frac{9}{4}$$

$$-y = x + 6 = -\frac{9}{4} + 6 = -\frac{9}{4} + \frac{24}{4} = \frac{15}{4} \Rightarrow y = -\frac{15}{4} \quad \vec{c} = -\frac{9}{4}\vec{a} - \frac{15}{4}\vec{b}$$

د) $\vec{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix}$

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow x = -2, \quad y = -6 \quad \vec{c} = -2\vec{a} - 6\vec{b}$$

٧



الف) $\begin{bmatrix} -11 \\ 7 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix}$

پ) $\begin{bmatrix} 16 \\ 9 \end{bmatrix}$

ت) $\begin{bmatrix} -16 \\ 23 \end{bmatrix}$

۸

الف) $-4x = \begin{bmatrix} 16 \\ -20 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 16 \\ -20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$

ب) $5\bar{x} = \begin{bmatrix} 35 \\ -60 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 35 \\ -60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -12 \end{bmatrix}$

پ) $\begin{bmatrix} -3 \\ 11 \end{bmatrix} + \bar{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 17 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 17 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix}$

ت) $(-1) \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \end{bmatrix} - \bar{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 4 \end{bmatrix}$

ث) $\begin{bmatrix} 7 \\ -9 \end{bmatrix} + \bar{x} = 2\bar{x} - \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -13 \end{bmatrix}$

۹

$2\bar{a} + \bar{b} - 3\bar{c} = \vec{0} \Rightarrow 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} = 3\bar{c} \Rightarrow 3\bar{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ 15 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{c} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ 5 \end{bmatrix}$

۱۰

الف) $\begin{bmatrix} 14 \\ -5 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix}$

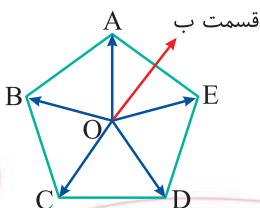
پ) $\begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$

ت) $\begin{bmatrix} -23 \\ 34 \end{bmatrix}$

۱۱

تعریف‌های ویژه

۱ الف) چون زاویه بین دو بردار متوالی 72° است، پس از پشت سر هم قرار دادن آن‌ها یک پنج‌ضلعی منتظم ایجاد می‌شود. بنابراین





$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} = \vec{0}$$

(ب)

$$\vec{OA} - \vec{OB} + \vec{OC} - \vec{OD} + \vec{OE} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} - 2\vec{OB} - 2\vec{OD} = \vec{0} - 2(\vec{OB} + \vec{OD}) = -2\vec{OC}$$

۲

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix} = x\vec{a} + y\vec{b} = \begin{bmatrix} 3x \\ 4x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2y \\ 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x - 2y \\ 4x + 3y \end{bmatrix}$$

$$3x - 2y = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{3}y$$

$$4x + 3y = 17 \Rightarrow 4 \times \frac{2}{3}y + 3y = 17 \Rightarrow \frac{8}{3}y + \frac{9}{3}y = 17 \Rightarrow \frac{17}{3}y = 17 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 17 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

درس سوم: بردارهای واحد مختصات



درست یا نادرست



(ت) نادرست

(پ) درست

(ب) نادرست

(الف) درست

کامل کنید

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

(الف) بردارهای واحد

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(پ) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۱)

(الف) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

(ت) $\vec{d} = 4\vec{i}$

(پ) $\vec{c} = -2\vec{j}$

(ب) $\vec{b} = -3\vec{i} - 5\vec{j}$

(الف) (۱) $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$

(ت) $\vec{e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}$

(ت) $\vec{d} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

(پ) $\vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

(ب) $\vec{b} = \begin{bmatrix} -9 \\ 2 \end{bmatrix}$

(الف) (۲) $\vec{a} = \begin{bmatrix} 11 \\ -2 \end{bmatrix}$

۳

الف) $-۳\vec{i} - ۲\vec{j} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$

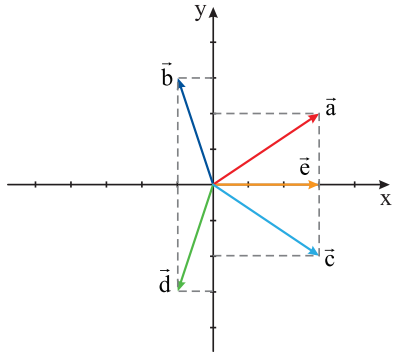
ب) $۲\vec{i} - ۴\vec{j} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix}$

پ) $-۵\vec{i} + ۴\vec{j} = \begin{bmatrix} -۵ \\ ۴ \end{bmatrix}$

ت) $۳\vec{i} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$

ث) $-۴\vec{j} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۴ \end{bmatrix}$

۴



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

۵

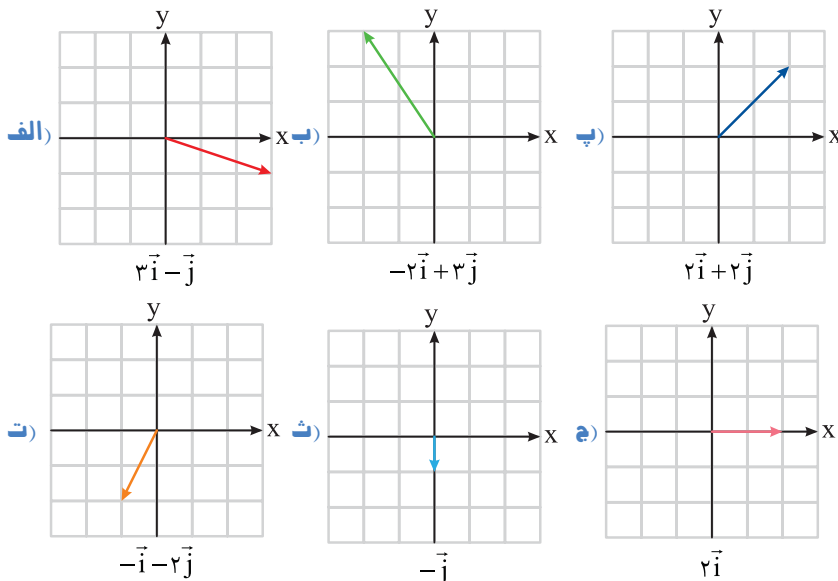
الف) $\vec{x} = ۲\vec{a} + ۳\vec{b} = ۲(-\vec{i} + ۲\vec{j}) + ۳(۲\vec{i} - ۳\vec{j}) = -۲\vec{i} + ۴\vec{j} + ۶\vec{i} - ۹\vec{j} = ۴\vec{i} - ۵\vec{j} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۵ \end{bmatrix}$

ب) $\vec{y} = -۵\vec{a} + ۴\vec{b} = -۵(-\vec{i} + ۲\vec{j}) + ۴(۲\vec{i} - ۳\vec{j}) = ۵\vec{i} - ۱۰\vec{j} + ۸\vec{i} - ۱۲\vec{j} = ۱۳\vec{i} - ۲۲\vec{j} = \begin{bmatrix} ۱۳ \\ -۲۲ \end{bmatrix}$

پ) $\vec{z} = -\vec{a} - \vec{b} + ۳\vec{i} - \vec{j} = -(-\vec{i} + ۲\vec{j}) - (۲\vec{i} - ۳\vec{j}) + ۳\vec{i} - \vec{j} = \vec{i} - ۲\vec{j} - ۲\vec{i} + ۳\vec{j} + ۳\vec{i} - \vec{j} = ۲\vec{i} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$

ت) $\vec{t} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۵ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱۳ \\ -۲۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۸ \\ ۱۶ \end{bmatrix}$

۶





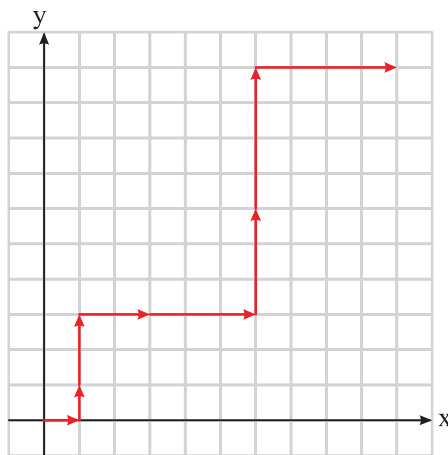
۷

الف) $3\vec{a} - 2\vec{x} = \vec{b} + 3\vec{j} \Rightarrow -2\vec{x} = -3\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{j} = -3(\vec{i} - 2\vec{j}) + (-3\vec{i} - 5\vec{j}) + 3\vec{j}$
 $= -3\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{j} = -6\vec{i} + 4\vec{j} \Rightarrow \vec{x} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

ب) $2\vec{j} + 2\vec{b} + \vec{x} = -\vec{x} + 4\vec{a} + 2\vec{i} \Rightarrow 2\vec{x} = 4\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{i} - 2\vec{j}$
 $2\vec{x} = 4(\vec{i} - 2\vec{j}) - 2(-3\vec{i} - 5\vec{j}) + 2\vec{i} - 2\vec{j} = 4\vec{i} - 8\vec{j} + 6\vec{i} + 10\vec{j} + 2\vec{i} - 2\vec{j} = 12\vec{i} \Rightarrow \vec{x} = 6\vec{i}$

تمرین‌های ویژه

۱

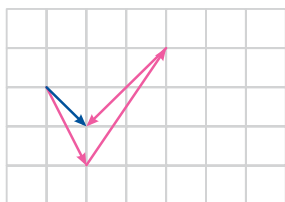


الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix}, \dots$ ب)

پ) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$
 $\begin{bmatrix} 15 \\ 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 \\ 21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 21 \\ 21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 28 \\ 21 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 28 \\ 28 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 28 \\ 36 \end{bmatrix}$

۲

$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} \Rightarrow \vec{i} = x(3\vec{i} + 2\vec{j}) + y(5\vec{i} + 4\vec{j}) = 3x\vec{i} + 2xy\vec{j} + 5y\vec{i} + 4y\vec{j} = (3x + 5y)\vec{i} + (2x + 4y)\vec{j}$
 $2x + 4y = 0 \Rightarrow 2x = -4y \Rightarrow x = -2y$
 $3x + 5y = 1 \Rightarrow 3(-2y) + 5y = 1 \Rightarrow -6y + 5y = 1 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x = 2$
 $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ گزینه ۳

۲ گزینه ۴

گزینه (۳) ۳

$$\begin{bmatrix} 12 \\ -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6x-3 \\ -18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6x+15 \\ 11 \end{bmatrix} \quad - \begin{bmatrix} 3 \\ 4y+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4y-5 \end{bmatrix}$$

$$-6x+15=-3 \Rightarrow -6x=-18 \Rightarrow x=3, \quad -4y-5=11 \Rightarrow -4y=16 \Rightarrow y=-4 \Rightarrow x+y=-1$$

گزینه (۲) ۴

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

گزینه (۲) ۵

گزینه (۴) ۶

$$\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} = 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

گزینه (۳) ۷

$$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} - \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

گزینه (۴) ۸

گزینه (۲) ۹

$$\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{j} - 3(-2\vec{i}) + 2(3\vec{j}) = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{i} + 6\vec{j} = 3\vec{i} + \vec{j}$$

گزینه (۱) ۱۰

$$\begin{bmatrix} x \\ -2 \end{bmatrix} = 5\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow x=5, \quad y=-2 \Rightarrow x-y=7$$

امتحان نهایی فصل پنجم

ت (x)

پ (✓)

ب (✓)

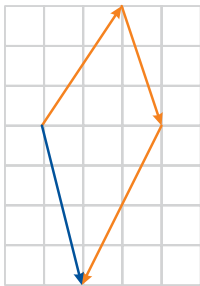
الف (x) ۱

ت (۶)

$$\begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ (پ)}$$

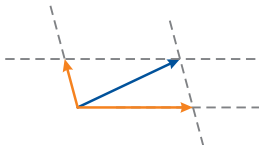
ب (5a)

الف (عرضها) ۲



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۳



۴

۵



$$\begin{bmatrix} 4 \\ 2y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3x-5 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x-1 \\ 2y+14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 6 \end{bmatrix}$$

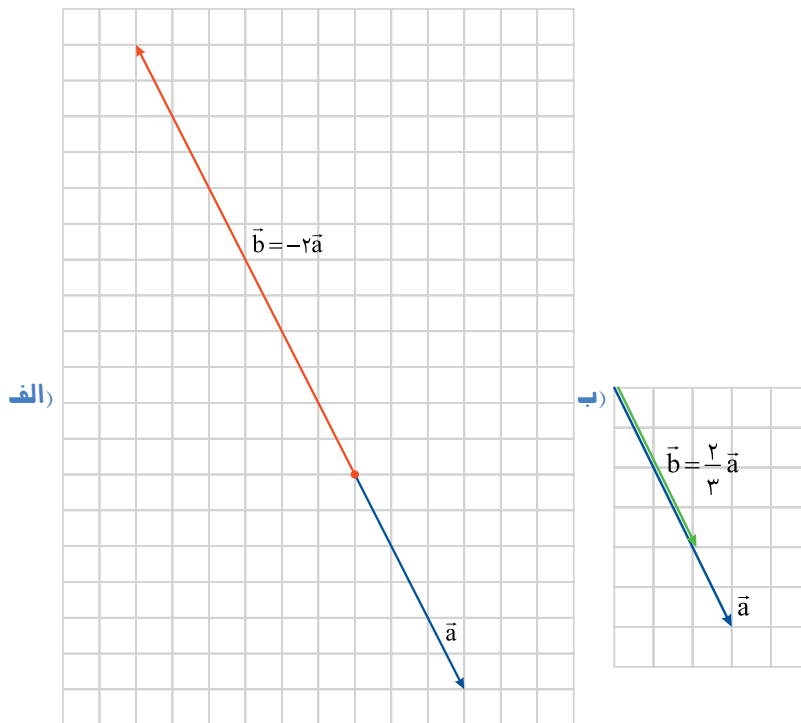
$$3x-1=20 \Rightarrow 3x=21 \Rightarrow x=7$$

$$2y+14=6 \Rightarrow 2y=-8 \Rightarrow y=-4$$

الف) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 1 \\ -n \end{bmatrix}, \dots$

ب) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+x \\ -1+y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ y-1=0 \Rightarrow y=1 \end{matrix}$$



$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2y \\ 3x-2y \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x+2y=9 \Rightarrow x=-2y+9 \\ 3x-2y=3 \end{matrix}$$

$$3x-2y=3 \Rightarrow 3(-2y+9)-2y=3 \Rightarrow -6y+27-2y=3 \Rightarrow -8y+27=3 \Rightarrow -8y=-24 \Rightarrow y=3$$

$$\Rightarrow -8y=-24 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=-2 \times 3 + 9 = 3$$

$$\vec{c} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$$

۱۰

$$(-1) \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \end{bmatrix} + 3\bar{x} = -\bar{x} + 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 4\bar{x} = 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 24 \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

۱۱

$$\bar{b} = -3\bar{a} \quad \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} = -3 \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad 6\bar{i} + 9\bar{j} = -3(-2\bar{i} - 3\bar{j})$$

۱۲

الف) $\begin{bmatrix} 0 \\ -12 \end{bmatrix} = -12\bar{j}$ ب) $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} = -2\bar{i} - \bar{j}$

۱۳

$$\bar{a} + 3\bar{b} - 2\bar{c} = -3\bar{i} - 4\bar{j} + 3(\bar{i} + 2\bar{j}) - 2(-2\bar{i}) = -3\bar{i} - 4\bar{j} + 3\bar{i} + 6\bar{j} + 4\bar{i} = 4\bar{i} + 2\bar{j}$$

۱۴

$$\bar{i} + 3\bar{b} + 2\bar{x} = 3\bar{j} - \bar{a} \Rightarrow 2\bar{x} = -\bar{i} + 3\bar{j} - \bar{a} - 3\bar{b} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 3\bar{i} - \bar{j}$$

امتحان نوبت اول

ت) ✓

پ) ✗

ب) ✗

الف) ✓

ت) $\begin{bmatrix} -11 \\ 8 \end{bmatrix}$

پ) ۲۰

ب) ۱

الف) صفر

الف) گزینه (۲)

$$-\frac{1}{3}x + 3x = 16 \xrightarrow{\times 3} -x + 9x = 48 \Rightarrow 8x = 48 \Rightarrow x = 6$$

ب) گزینه (۳)

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = 144^\circ \Rightarrow 180^\circ \times (n-2) = 144^\circ n \Rightarrow 180^\circ n - 360^\circ = 144^\circ n \Rightarrow 36^\circ n = 360^\circ \Rightarrow n = 10$$

ت) گزینه (۴)

پ) گزینه (۱)

۴

الف) $\frac{-5 - 2 \frac{1}{2}}{3 \times 2 \frac{1}{4}} = \frac{-5 - \frac{5}{2}}{3 \times \frac{9}{4}} = \frac{-\frac{10}{2} - \frac{5}{2}}{3 \times \frac{9}{4}} = \frac{-\frac{15}{2}}{\frac{27}{4}} = \frac{-15}{2} \times \frac{4}{27} = -\frac{15 \times 2}{9} = -\frac{10}{3}$



$$\Rightarrow -4/8 \div (-4 \frac{4}{5}) = -\frac{48}{10} \div (-\frac{24}{5}) = -\frac{48}{10} \times (-\frac{5}{24}) = \frac{48 \times 5}{10 \times 24} = 1$$

$$-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}, \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{26}{5} < -4/99 < -(-\frac{14}{3}) < 5 \frac{2}{3}$$

ت ۳۳

پ ۴۹

ب ۱۲۷

الف ۱۲۱

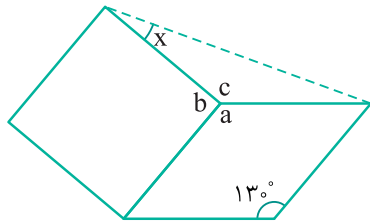
ب ۲۱ و ۲۲

الف ۱۸ و ۳۶

به ترتیب از راست به چپ



$$\frac{180^\circ(15-2)}{15} - \frac{360^\circ}{18} = 12^\circ \times 13 - 20^\circ = 156^\circ - 20^\circ = 136^\circ$$



$$a = 130^\circ, b = 90^\circ \Rightarrow c = 360^\circ - 130^\circ - 90^\circ = 140^\circ$$

$$x + x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 40^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$



قطرها با هم برابرند = مستطیل

قطرها یکدیگر را نصف می کنند = متوازی الاضلاع

اضلاع و زوایا برابرند = مربع

قطرها بر هم عمودند = لوزی



$$(n-2) + n + (n+2) = 135 \Rightarrow 3n = 135 \Rightarrow n = 45 \Rightarrow 43, 45, 47$$

$$7x - 4(-x+9) = 10(x-3) - 3 \Rightarrow 7x + 4x - 36 = 10x - 30 - 3 \Rightarrow 11x - 36 = 10x - 33 \Rightarrow x = 3$$

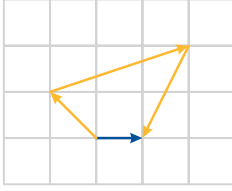


الف $(x+6)(x^2+36-6x) = x^3 + 36x - 6x^2 + 6x^2 + 216 - 36x = x^3 + 216$

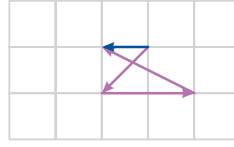
ب $(ra-3b)^2 + (3a+2b)^2 = (ra-3b)(ra-3b) + (3a+2b)(3a+2b)$

$$= 4a^2 - 6ab - 6ab + 9b^2 + 9a^2 + 6ab + 6ab + 4b^2 = 13a^2 + 13b^2$$

الف)



ب)



۱۵

$$-\frac{1}{3}\vec{x} - \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + 26\vec{j} \Rightarrow -\frac{1}{3}\vec{x} - 2\vec{x} = 26\vec{j} + \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{1}{3}\vec{x} - \frac{6}{3}\vec{x} = \begin{bmatrix} 7 \\ 28 \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{7}{3}\vec{x} = \begin{bmatrix} 7 \\ 28 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ -12 \end{bmatrix}$$

۱۶

$$2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} = 2(-3\vec{i} + \vec{j}) + 4\vec{i} - 3(2\vec{i} - \vec{j}) = -6\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{i} - 6\vec{i} + 3\vec{j} = -8\vec{i} + 5\vec{j}$$

به ۱۷

فصل ششم

مثلاً





درس اول: رابطه فیثاغورس



درست یا نادرست



پ) نادرست

ب) درست

الف) نادرست

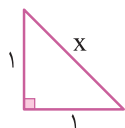
کامل کنید

پ) $\sqrt{a^2 - b^2}$

ب) ۱۰

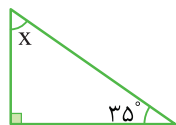
الف) وتر

پرسش‌های دو گزینه‌ای



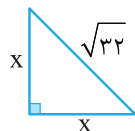
$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

الف) گزینه (۲)



$$x + 35^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 125^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 55^\circ$$

ب) گزینه (۱)



$$\begin{aligned} \sqrt{32}^2 &= x^2 + x^2 \Rightarrow 32 = 2x^2 \Rightarrow 16 = x^2 \Rightarrow x = 4 \\ S &= \frac{1}{2} x^2 = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \end{aligned}$$

ب) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

۱

۲

الف) $x^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$

پ) $x^2 = 3^2 + \sqrt{27}^2 = 9 + 27 = 36 \Rightarrow x = 6$

ب) $x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow x = 5$

ت) $x^2 = 24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676 \Rightarrow x = 26$

۳

الف) $13^2 = 12^2 + x^2 \Rightarrow 169 = 144 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$

ب) $\sqrt{5}^2 = x^2 + 1^2 \Rightarrow 5 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$

پ) $10^2 = x^2 + 7^2 \Rightarrow 100 = x^2 + 49 \Rightarrow x^2 = 51 \Rightarrow x = \sqrt{51}$

ت) $15^2 = 9^2 + x^2 \Rightarrow 225 = 81 + x^2 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$

۴

الف) $8^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145 = \sqrt{145}^2 \checkmark$

ب) $\sqrt{7} + \sqrt{11} = 7 + 11 = 18 = \sqrt{18}^2 \checkmark$

پ) $5^2 + 13^2 = 25 + 169 = 194 \neq 196 = 14^2 \times$

ت) $5^2 + \sqrt{56}^2 = 25 + 56 = 81 = 9^2 \checkmark$

ث) $\sqrt{2}^2 + 3^2 = 2 + 9 = 11 \neq 10 = \sqrt{10}^2 \times$

ج) $7^2 + 7^2 = 49 + 49 = 98 = (7\sqrt{2})^2 \checkmark$

۵

الف) $x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow x = 5$

$13^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow 169 = 25 + y^2 \Rightarrow y^2 = 144 \Rightarrow y = 12$

ب) $x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

$y^2 = 2^2 + x^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow y = \sqrt{6}$

$z^2 = y^2 + 3^2 = 6 + 9 = 15 \Rightarrow z = \sqrt{15}$

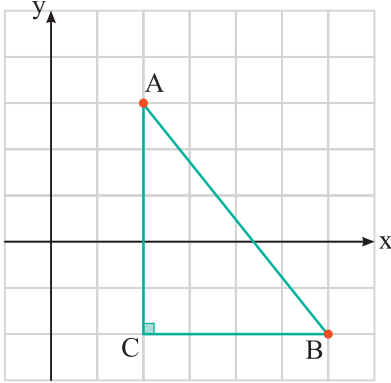
پ) $x^2 = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$

$y^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow y = \sqrt{13}$

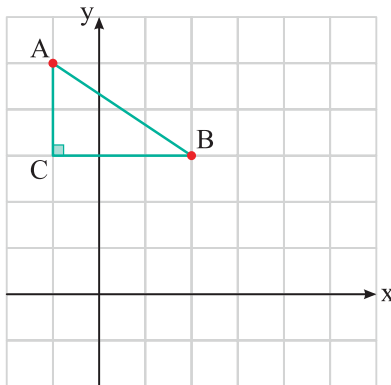
$z^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow z = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$t^2 = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17 \Rightarrow t = \sqrt{17}$

۶



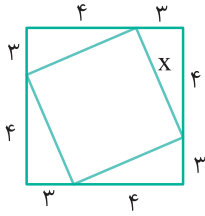
$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{41}$



$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{13}$

۷





$$x^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow x = 5$$

$$\text{محيط مربع کوچک تر} = 4 \times 5 = 20$$

(۸)

$$\overline{MN}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{BN}^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \overline{MN} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{MQ}^2 = \overline{AQ}^2 + \overline{AM}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow \overline{MQ} = 13$$

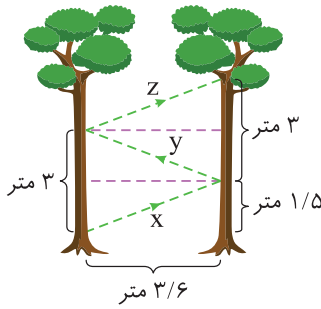
$$\overline{PQ}^2 = \overline{DQ}^2 + \overline{DP}^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \overline{AD} \Rightarrow \overline{BN} + \overline{CN} = \overline{AQ} + \overline{DQ} \Rightarrow 2 + \overline{CN} = 5 + 3 \Rightarrow \overline{CN} = 8 - 2 = 6$$

$$\overline{PN}^2 = \overline{CN}^2 + \overline{PC}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow \overline{PN} = 10$$

$$\text{محيط } MNPQ = \overline{MN} + \overline{MQ} + \overline{PQ} + \overline{PN} = 2\sqrt{2} + 13 + 3\sqrt{5} + 10 = 23 + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$$

(۹)



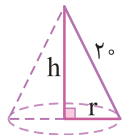
$$x^2 = (3/6)^2 + (1/5)^2 = 12/96 + 2/25 = 15/21 \Rightarrow x = 3/9$$

$$y^2 = (3/6)^2 + (1/5)^2 \Rightarrow y = x = 3/9$$

$$z^2 = (3/6)^2 + (1/5)^2 \Rightarrow z = x = 3/9$$

$$\text{طول مسیر پرواز} = x + y + z = 3 \times 3/9 = 11/7$$

(۱۰)



$$2r = 32 \Rightarrow r = 16$$

$$20^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow 400 = h^2 + 16^2 = h^2 + 256 \Rightarrow h^2 = 144 \Rightarrow h = 12$$

(۱۱)

$$\triangle AHC: \overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{CH}^2 \Rightarrow 15^2 = \overline{AH}^2 + 9^2 \Rightarrow 225 = \overline{AH}^2 + 81 \Rightarrow \overline{AH}^2 = 144 \Rightarrow \overline{AH} = 12$$

$$\triangle AHB: \overline{AB}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{BH}^2 \Rightarrow 20^2 = 12^2 + \overline{BH}^2 \Rightarrow 400 = 144 + \overline{BH}^2 \Rightarrow \overline{BH}^2 = 256 \Rightarrow \overline{BH} = 16$$

(۱۲)

$$\triangle BDC: \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 \Rightarrow 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \Rightarrow \overline{BD} = 20$$

$$\triangle BCE: \overline{BE}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CE}^2 \Rightarrow 12^2 + 12^2 = 144 + 144 = 288 \Rightarrow \overline{BE} = 12\sqrt{2}$$

$$\text{محيط } BDE = \overline{BD} + \overline{BE} + \overline{DE} = 20 + 12\sqrt{2} + (16 + 12) = 48 + 12\sqrt{2}$$

(۱۳)

$$\triangle ABD: \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 \Rightarrow 17^2 = 15^2 + \overline{BD}^2 \Rightarrow 289 = 225 + \overline{BD}^2 \Rightarrow \overline{BD}^2 = 64 \Rightarrow \overline{BD} = 8$$

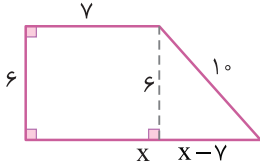
$$\triangle ABC: \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow x^2 = 15^2 + (8 + 28)^2 = 225 + 1296 = 1521 \Rightarrow x = 39$$

(۱۴)

۱۵

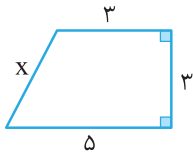
$$\triangle ABD: \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 \Rightarrow 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128 \Rightarrow \overline{AB} = 8\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC: \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow (8\sqrt{2})^2 + (8\sqrt{2})^2 = 128 + 128 = 256 \Rightarrow x = \overline{AC} = 16$$

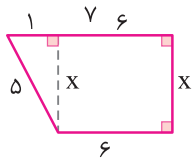


الف) $10^2 = 6^2 + (x-y)^2 \Rightarrow 100 = 36 + (x-y)^2 \Rightarrow (x-y)^2 = 64 \Rightarrow x-y = 8 \Rightarrow x = 15$

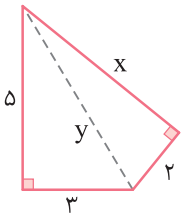
۱۶



ب) $x^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$



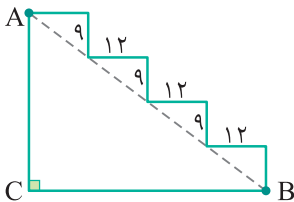
ب) $5^2 = x^2 + 1^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$



ت) $y^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34 \Rightarrow y = \sqrt{34}$
 $y^2 = 2^2 + x^2 \Rightarrow 34 = 4 + x^2 \Rightarrow x^2 = 30 \Rightarrow x = \sqrt{30}$

تعريف‌های ویژه

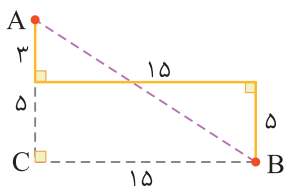
۱



$$\overline{AC} = 4 \times 9 = 36, \overline{BC} = 4 \times 12 = 48$$

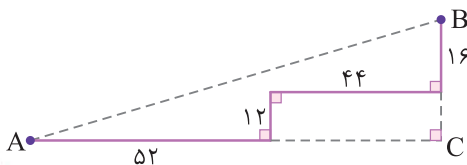
$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 36^2 + 48^2 = 1296 + 2304 = 3600 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{3600} = 60$$

۲



$$\triangle ABC: \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \Rightarrow \overline{AB} = 17$$

۳



$$\overline{BC} = 16 + 12 = 28, \overline{AC} = 44 + 52 = 96$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 96^2 + 28^2 = 9216 + 784 = 10000 \Rightarrow \overline{AB} = 100$$



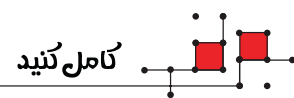
درس دوم: شکل‌های هم‌نهشت



درست یا نادرست



الف) درست (ب) درست (ج) نادرست (د) درست
 ب) درست (ج) نادرست (د) درست



الف) MN (ب) $60^\circ - 120^\circ$ (ج) یک ضلع (د) باز (ه) 4

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۱) (ب) گزینه (۲) (ج) گزینه (۱) (د) گزینه (۲)
 ب) گزینه (۱) (ج) گزینه (۲) (د) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

$$\triangle XYZ \cong \triangle MPN \cong \triangle BCA \quad \triangle FDE \cong \triangle JKL$$

$$\overline{CD} = \overline{GF}, \quad \overline{BC} = \overline{HG}, \quad \overline{AD} = \overline{EF}, \quad \overline{AB} = \overline{EH}$$

$$\hat{A} = \hat{E}, \quad \hat{B} = \hat{H}, \quad \hat{C} = \hat{G}, \quad \hat{D} = \hat{F}$$

$$\hat{A} = \hat{D}, \quad \hat{B} = \hat{E}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \overline{AB} = \overline{DE}, \quad \overline{BC} = \overline{EF}, \quad \overline{AC} = \overline{DF}$$

الف) $\hat{A} = \hat{D} = 60^\circ, \quad \hat{C} = \hat{E} = 50^\circ, \quad \hat{B} = \hat{F} = 70^\circ$

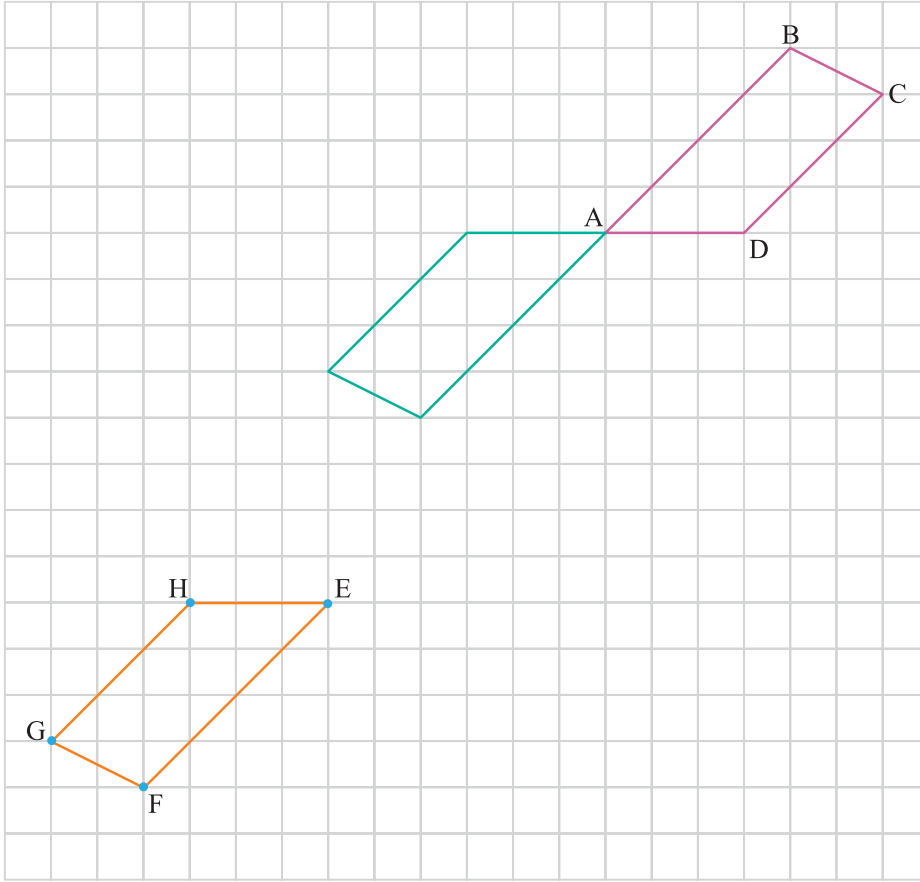
$$\overline{AC} = \overline{DE} = 7, \quad \overline{AB} = \overline{DF} = 4, \quad \overline{BC} = \overline{FE} = 6$$

ب) $\overline{AB} = \overline{SR} = 3, \quad \overline{BC} = \overline{PS} = 9, \quad \overline{CD} = \overline{PQ} = 8, \quad \overline{AD} = \overline{RQ} = 10$

$$\hat{A} = \hat{R}, \quad \hat{B} = \hat{S}, \quad \hat{P} = \hat{C}, \quad \hat{D} = \hat{Q}$$

$$\overline{AB} = \overline{PQ}, \quad \overline{BC} = \overline{QM}, \quad \overline{CD} = \overline{MN}, \quad \overline{DA} = \overline{NP}$$

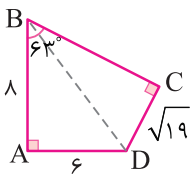
$$\hat{A} = \hat{P}, \quad \hat{B} = \hat{Q}, \quad \hat{C} = \hat{M}, \quad \hat{D} = \hat{N} = 60^\circ$$



۶

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{EF} \\ \overline{BC} &= \overline{FG} \\ \overline{CD} &= \overline{GH} \\ \overline{DA} &= \overline{HE} \\ \hat{A} &= \hat{E} \\ \hat{B} &= \hat{F} \\ \hat{C} &= \hat{G} \\ \hat{D} &= \hat{H} \end{aligned}$$

۷



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow 90^\circ + 63^\circ + 90^\circ + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 243^\circ + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \hat{D} = 117^\circ$$

$$\triangle ABD: \overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow \overline{BD} = 10$$

$$\triangle BCD: \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 \Rightarrow 10^2 = \overline{BC}^2 + \sqrt{19}^2 \Rightarrow 100 = \overline{BC}^2 + 19$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 81 \Rightarrow \overline{BC} = 9$$

$$\overline{AB} = \overline{NP} = 8, \quad \overline{BC} = \overline{PQ} = 9, \quad \overline{CD} = \overline{QM} = \sqrt{19}, \quad \overline{DA} = \overline{MN} = 6$$

$$\hat{A} = \hat{N} = 90^\circ, \quad \hat{B} = \hat{P} = 63^\circ, \quad \hat{C} = \hat{Q} = 90^\circ, \quad \hat{D} = \hat{M} = 117^\circ$$

۸

$$y = 30^\circ, z = 60^\circ \quad 2x + 2 = 10 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$(2x + 2)^2 = t^2 + 5^2 \Rightarrow 10^2 = t^2 + 25 \Rightarrow t^2 = 75 \Rightarrow t = 5\sqrt{3}$$

۹

الف) $2x - 4 = 2x - 10 \Rightarrow -x = -6 \Rightarrow x = 6$

$$2y + 5 = 45 \Rightarrow 2y = 40 \Rightarrow y = 20$$

$$z + 3 = 3z - 3 \Rightarrow -2z = -6 \Rightarrow z = 3$$





$$\begin{aligned} \rightarrow 2x - 4 = x + 3 &\Rightarrow x = 7 & 2y = 3y - 15^\circ &\Rightarrow -y = -15^\circ \Rightarrow y = 15^\circ \\ 2z - 12 = 3z - 22 &\Rightarrow -z = -10 \Rightarrow z = 10 \end{aligned}$$

۱۰

$$\begin{aligned} 4x + 5^\circ = 2x + 35^\circ &\Rightarrow 2x = 30^\circ \Rightarrow x = 15^\circ & 4y - 5^\circ = 115^\circ &\Rightarrow 4y = 120^\circ \Rightarrow y = 30^\circ \\ 2z - \sqrt{10} = z &\Rightarrow z = \sqrt{10} \end{aligned}$$

درس سوم: مثلث‌های هم‌نهشت



درست یا نادرست



(پ) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

کامل کنید

(ت) میانه

(پ) ض ض ض

(ب) ز ض ز

(الف) متساوی الساقین

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

$$\left. \begin{aligned} \hat{C} = \hat{P} = 3^\circ \\ \overline{AC} = \overline{MP} = 3 \\ \hat{A} = \hat{M} = 11^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle ABC \cong \triangle MPN$$

۱

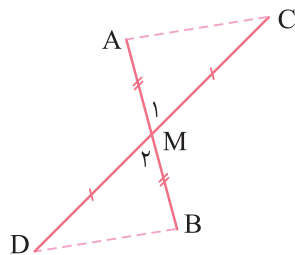
(ت) کافی نیست.

(پ) ض ض ض

(ب) کافی نیست

(الف) ز ض ز

۳

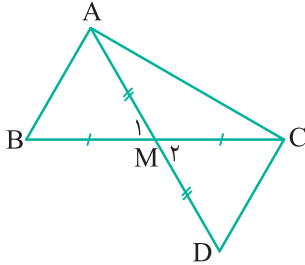


$$\left. \begin{aligned} \overline{AM} = \overline{BM} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \overline{CM} = \overline{DM} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AMC \cong \triangle BMD$$

ب) $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\hat{A} = \hat{B}$, $\hat{C} = \hat{D}$

پ) برابری این دو پاره‌خط در قسمت (ب) ثابت شد. از طرف دیگر، چون $\hat{A} = \hat{B}$ پس $AC \parallel BD$.

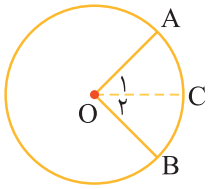
۴



الف) $\triangle ABM \cong \triangle DCM$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{DM} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \overline{BM} = \overline{CM} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABM \cong \triangle DCM$$

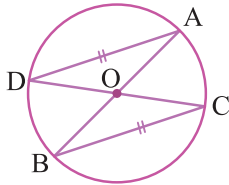
۵



الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} = R \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OC} = \overline{OC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAC \cong \triangle OBC$

ب) $\hat{A} = \hat{B}$, $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$, $\overline{AC} = \overline{BC}$

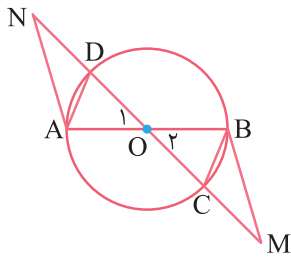
۶



الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} = R \\ \overline{OD} = \overline{OC} = R \\ \overline{AD} = \overline{BC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AOD \cong \triangle BOC$

ب) $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$, $\hat{A} = \hat{B}$, $\hat{C} = \hat{D}$

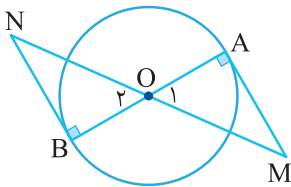
۷



الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{ON} = \overline{OM} = 2R \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OA} = \overline{OB} = R \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAN \cong \triangle OBM$

ب) $\hat{A} = \hat{B}$, $\hat{N} = \hat{M}$, $\overline{AN} = \overline{BM}$

۸



الف) $\left. \begin{array}{l} \overline{A} = \overline{B} = 90^\circ \\ \overline{OA} = \overline{OB} = R \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ز}} \triangle OAM \cong \triangle OBN$

ب) $\hat{M} = \hat{N}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\overline{AM} = \overline{BN}$

۹

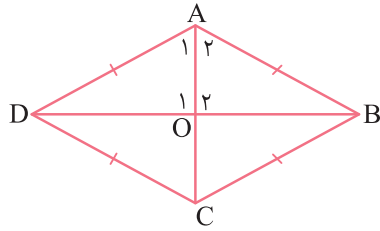
الف) $\overline{AE} = \overline{DB}$, $\overline{EC} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{AE} + \overline{EC} = \overline{DB} + \overline{BC} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{DC}$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{DC} \\ \hat{C} = \hat{C} \\ \overline{BC} = \overline{EC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABC \cong \triangle DEC$$



→ $\overline{DE} = \overline{AB}, \overline{AC} = \overline{DC}, \overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{DE} = \overline{DC} \Rightarrow \triangle DEC$ متساوی الساقین

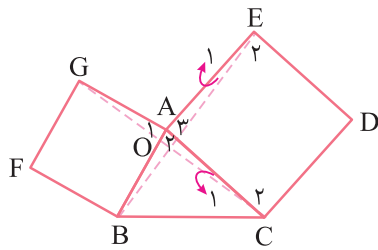
۱۰



$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{AB} \text{ ضلع لوزی} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ قطرها نیمساز} \\ \overline{OA} = \overline{OA} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle OAD \cong \triangle OAB \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{O}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BD$

تمرین های ویژه

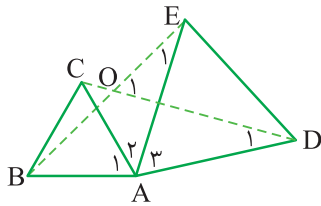
۱



الف) $\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = 90^\circ$
 $\hat{GAC} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_3 + \hat{A}_2 = \hat{BAE}$
 $\left. \begin{array}{l} \overline{AG} = \overline{AB} \\ \hat{GAC} = \hat{BAE} \\ \overline{AE} = \overline{AC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABE \cong \triangle AGC \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{C}_1$

→ OECD: $\hat{O}_1 + \hat{E}_1 + \hat{D} + (\hat{C}_1 + \hat{C}_2) = 360^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 + (90^\circ - \hat{E}_1) + 90^\circ + (90^\circ + \hat{C}_1) = 360^\circ$
 $\Rightarrow \hat{O}_1 + 270^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 90^\circ$

۲



الف) $\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = 60^\circ$
 $\hat{BAE} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}_3 + \hat{A}_2 = \hat{CAD}$
 $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \\ \hat{BAE} = \hat{CAD} \\ \overline{AE} = \overline{AD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABE \cong \triangle ACD \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1$

→ $\triangle ODE: \hat{O}_1 + \hat{E}_1 + \hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 + (60^\circ + \hat{E}_1) + (60^\circ - \hat{D}_1) = 180^\circ$
 $\Rightarrow \hat{O}_1 + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 60^\circ$

درس چهارم: هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه



درست یا نادرست



(پ) نادرست

(ب) درست

(الف) درست

کامل کنید

(پ) از نقطه بر خط عمود می‌شود.

(ب) عمود منصف

(الف) نیمساز

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

(ب) اطلاعات کافی نیست.

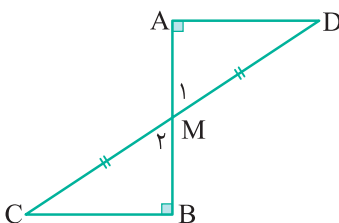
(ت) اطلاعات کافی نیست.

(الف) اطلاعات کافی نیست.

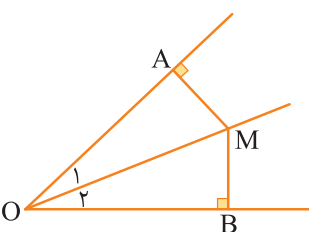
(پ) و ز

$$\begin{aligned} \triangle ADB &\cong \triangle AEC && \text{ض ز ض} \\ \triangle ADM &\cong \triangle AEM && \text{و ز} \end{aligned}$$

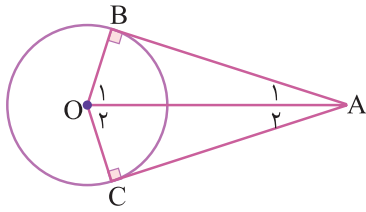
$$\begin{aligned} \triangle ABM &\cong \triangle ACM && \text{ض ض ض} \\ \triangle MDB &\cong \triangle MEC && \text{ض ض ض} \end{aligned}$$



$$\left. \begin{aligned} \overline{MD} &= \overline{MC} \\ \hat{M}_1 &= \hat{M}_2 \\ \hat{A} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{و ز}} \triangle AMD \cong \triangle BMC$$

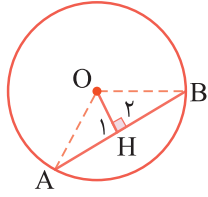


$$\left. \begin{aligned} \overline{OM} &= \overline{OM} \\ \overline{MA} &= \overline{MB} \text{ فرض} \\ \hat{A} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{و ض}} \triangle OAM \cong \triangle OBM \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$



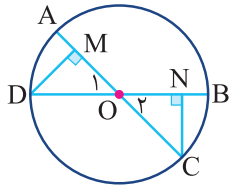
$$\left. \begin{array}{l} \overline{OB} = \overline{OC} = R \\ \overline{OA} = \overline{OA} \\ \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2, \hat{A}_1 = \hat{A}_2, \overline{AB} = \overline{AC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle AOB \cong \triangle AOC$$

۵



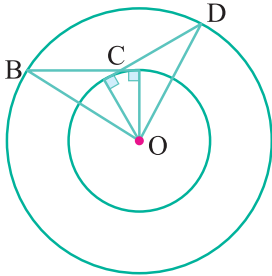
$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} = R \\ \overline{OH} = \overline{OH} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow \overline{AH} = \overline{BH}$$

۶



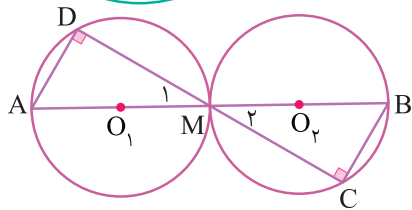
$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \overline{OD} = \overline{OC} = R \\ \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle OMD \cong \triangle ONC \Rightarrow \overline{DM} = \overline{CN}$$

۷



$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OC} = r \\ \overline{OB} = \overline{OD} = R \\ \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{D}, \hat{B}OA = \hat{D}OC, \overline{AB} = \overline{CD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \triangle OAB \cong \triangle OCD$$

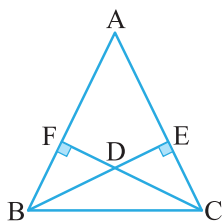
۸



$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \\ \overline{AM} = \overline{BM} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle MAD \cong \triangle MBC \Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$$

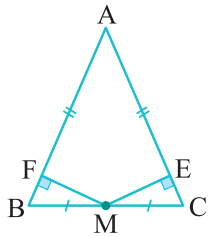
۹

تمرین های ویژه



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ ساق} \\ \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{F} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABE \cong \triangle ACF \Rightarrow \overline{BE} = \overline{CF}$$

۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \overline{MB} = \overline{MC} \\ \hat{F} = \hat{E} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle MBF \cong \triangle MCE \Rightarrow \overline{MF} = \overline{ME}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

گزینه (۳) ۱

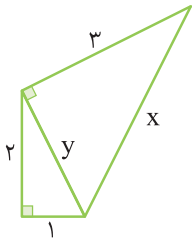
۱) $4^2 = 16 \neq 9 + 4 = 3^2 + 2^2$

۲) $12^2 = 144 \neq 64 + 36 = 8^2 + 6^2$

۳) $26^2 = 676 = 576 + 100 = 24^2 + 10^2$

۴) $7^2 = 49 \neq 25 + 16 = 5^2 + 4^2$

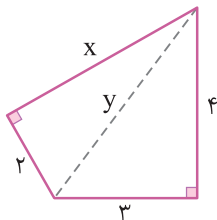
گزینه (۳) ۲



$$y^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow y = \sqrt{5}$$

$$x^2 = y^2 + 3^2 = \sqrt{5}^2 + 3^2 = 5 + 9 = 14 \Rightarrow x = \sqrt{14}$$

گزینه (۲) ۳



$$y^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow y = 5$$

$$x^2 = y^2 - 2^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow x = \sqrt{21}$$

گزینه (۲) ۴

$$2x - 2 = x + 4 \Rightarrow x = 6, \quad 2x = x + 6 \Rightarrow x = 6$$

گزینه (۱) ۵

گزینه (۳) ۶

$$3x - 30^\circ = 2x + 20^\circ \Rightarrow x = 50^\circ,$$

$$\frac{x - 10^\circ}{2} = x - 30^\circ \Rightarrow x - 10^\circ = 2x - 60^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

$$x - 10^\circ = \frac{4}{5}x \Rightarrow 5x - 50^\circ = 4x \Rightarrow x = 50^\circ$$

گزینه (۳) ۷

گزینه (۴) ۸

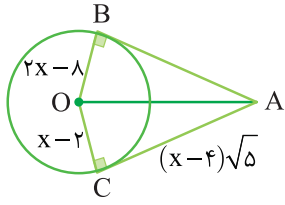
$$\left. \begin{array}{l} \overline{OB} = \overline{OC} = R \\ \overline{OA} = \overline{OD} = R \\ \overline{AB} = \overline{CD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 40^\circ, \quad \hat{A} = \hat{D} = 40^\circ$$

$$\triangle ODC: \hat{C} + \hat{D} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} + 40^\circ + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 100^\circ$$



گزینه (۴) ۹

گزینه (۱) ۱۰



$$\overline{OB} = \overline{OC} \Rightarrow 2x - 8 = x - 2 \Rightarrow x = 6$$

$$\Delta OAC: \overline{OA}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{AC}^2 = (x-2)^2 + ((x-4)\sqrt{5})^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2 = 16 + 20 = 36$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = 6$$

امتحان فصل ششم

✓ (ت)

× (پ)

× (ب)

✓ (الف) ۱

(ت) دو ضلع آن زاویه

(پ) مساحت‌های

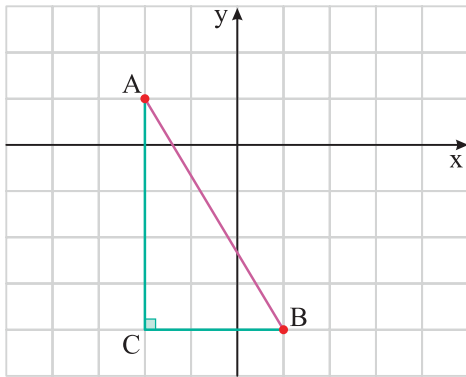
(ب) هم‌نهشت

(الف) ۲۴ ۲

۳

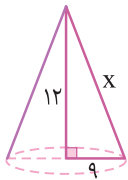
$$x^2 = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50 \Rightarrow x = \sqrt{50}$$

$$y^2 = x^2 + x^2 = 50 + 50 = 100 \Rightarrow y = 10$$



$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{34}$$

۴



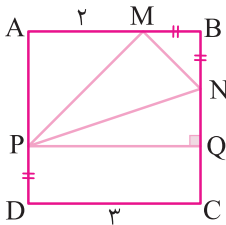
$$x^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow x = 15$$

۵

$$2x - 3 = x + 5 \Rightarrow x = 8, \quad 6y - 10^\circ = 2y + 7^\circ \Rightarrow 4y = 17^\circ \Rightarrow y = 4.25^\circ$$

$$3z - 1 = 5 \Rightarrow 3z = 6 \Rightarrow z = 2$$

۶



$$\overline{AM} + \overline{BM} = \overline{CD} \Rightarrow 2 + \overline{BM} = 3 \Rightarrow \overline{BM} = 1 \Rightarrow \overline{BN} = \overline{DP} = \overline{BM} = 1$$

$$\triangle BMN: \overline{MN}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{BN}^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \overline{MN} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AP} + \overline{DP} = \overline{CD} \Rightarrow \overline{AP} + 1 = 3 \Rightarrow \overline{AP} = 2$$

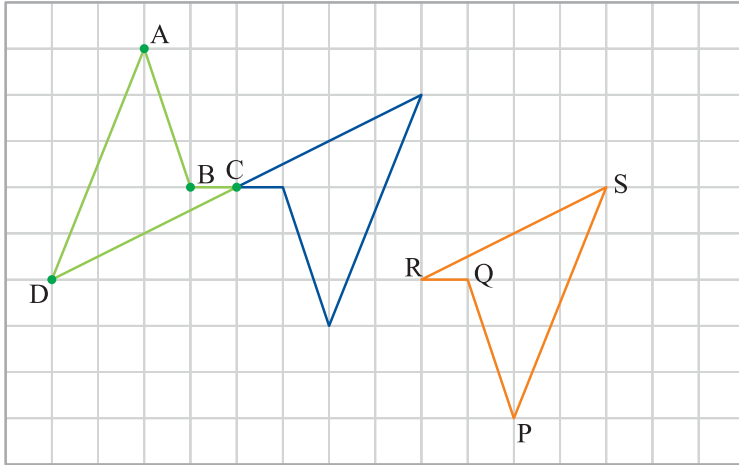
$$\triangle AMP: \overline{MP}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AP}^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \overline{MP} = \sqrt{8}$$

$$\overline{PQ} = \overline{CD} = 3, \quad \overline{NQ} + \overline{BN} = \overline{AP} \Rightarrow \overline{NQ} + 1 = 2 \Rightarrow \overline{NQ} = 1$$

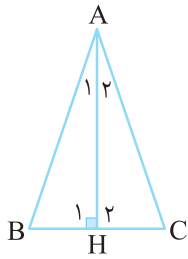
$$\triangle PNQ: \overline{PN}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{NQ}^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow \overline{PN} = \sqrt{10}$$

$$\text{محيط مثلث MNP} = \overline{MN} + \overline{MP} + \overline{PN} = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{10}$$

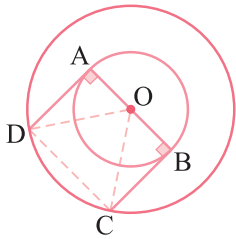
۷



$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{PQ} & \hat{A} &= \hat{P} \\ \overline{BC} &= \overline{QR} & \hat{B} &= \hat{Q} \\ \overline{CD} &= \overline{RS} & \hat{C} &= \hat{R} \\ \overline{DA} &= \overline{SP} & \hat{D} &= \hat{S} \end{aligned}$$



$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{A}_2 \\ \overline{AH} &= \overline{AH} \\ \hat{H}_1 &= \hat{H}_2 = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ز ض ز}} \triangle ABH \cong \triangle ACH \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$$



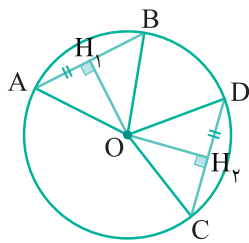
$$\left. \begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OB} = r \\ \overline{OC} &= \overline{OD} = r \\ \hat{A} &= \hat{B} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{و ض}} \triangle OAD \cong \triangle OBC \Rightarrow \overline{AD} = \overline{BC}$$

الف) $\overline{AD} \perp \overline{AB}, \overline{BC} \perp \overline{AB} \Rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC} \Rightarrow$ مستطیل ABCD



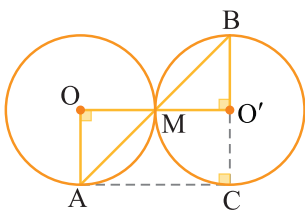
$$\overline{AB} = 2\overline{OA} = 2 \times 12 = 24$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \triangle OAD: \overline{OD}^2 &= \overline{OA}^2 + \overline{AD}^2 \Rightarrow 20^2 = 12^2 + \overline{AD}^2 \Rightarrow 400 = 144 + \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = 256 \Rightarrow \overline{AD} = 16 \\ S_{ABCD} &= \overline{AB} \times \overline{AD} = 24 \times 16 = 384 \end{aligned}$$



$$\left. \begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{OD} \\ \overline{OB} &= \overline{OC} \\ \overline{AB} &= \overline{DC} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow S_{OAB} = S_{ODC}$$

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{OH}_1 = \frac{1}{2} \times \overline{DC} \times \overline{OH}_2 \Rightarrow \overline{OH}_1 = \overline{OH}_2$$

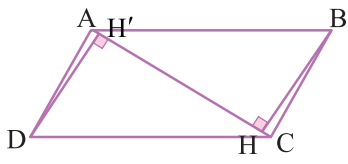


$$\triangle ABC: \overline{AC} = \overline{OO'} = 2\overline{OM} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = 2\overline{O'B} = 2 \times 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 = 200 + 200 = 400 \Rightarrow \overline{AB} = 20$$





$$\left. \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{CB} \\ \overline{CD} = \overline{AB} \\ \overline{AC} = \overline{CA} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ACD \cong \triangle CAB \Rightarrow \overline{DH'} = \overline{BH}$$

فصل هفتم

توان و جذر





درس اول: توان



درست یا نادرست



(ت) نادرست

(پ) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

کامل کنید

(پ) جمع می کنیم

(ب) ۹

(الف) ۱

پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$\text{ضلع} = 8 \Rightarrow \text{حجم} = 8^3 = (2^3)^3 = 2^9$$

$$\text{ضلع} = 4 \Rightarrow \text{حجم} = 4^3 = (2^2)^3 = 2^6$$

$$\Rightarrow \text{نسبت حجم‌ها} = \frac{2^9}{2^6} = \frac{2^6 \times 2^3}{2^6} = 2^3 = 8$$

(الف) گزینه (۲)

(ب) گزینه (۱)

(پ) گزینه (۲)

(ت) گزینه (۲)

$$9^6 = (3^2)^6 = 3^{12}, \quad 27^5 = (3^3)^5 = 3^{15}$$

تمرین‌های تشریحی

۱

(الف) 3^9

(ب) $(\frac{5}{9})^{21}$

(پ) $(-\frac{2}{7})^{14}$

(ت) 15^7

(ث) $(-6)^5$

(ج) $(-4)^{11}$

(ع) $169 \times 49 = 13^2 \times 7^2 = 91^2$

(ح) $3^5 \times 27^7 \times 9^5 = 27^5 \times 27^7 = 27^{12} = (3^3)^{12} = 3^{36}$

(ذ) $14^4 \times 81 \times (\frac{5}{21})^4 = 14^4 \times 3^4 \times (\frac{5}{21})^4 = (\cancel{14}^2 \times \cancel{3}^2 \times \frac{5}{\cancel{21}^2})^4 = 10^4$

(د) $2^3 \times (\frac{7}{3})^0 \times 128 = 2^3 \times 2^7 = 2^{10}$

(ز) $2^{10} \times 3^3 \times 15^7 \times 5^3 = 2^{10} \times 15^3 \times 15^7 = 2^{10} \times 15^{10} = 3 \cdot 10^{10}$

(ر) $2^7 \times 3^7 \times 6^4 \times 7^{11} = 6^7 \times 6^4 \times 7^{11} = 6^{11} \times 7^{11} = 42^{11}$

۲

الف) x^8 ب) $(ab)^{11}$ پ) $(ab)^{10}$
 ت) $x^2 \times (xy)^4 \times y^5 \times x^3 = x^2 \times x^4 y^4 \times y^5 \times x^3 = x^9 y^9 = (xy)^9$
 ث) $3x^3 \times (3x)^5 \times 27x = 3x^3 \times 3^5 x^5 \times 3^3 x = 3^9 x^9 = (3x)^9$
 ج) $8n^4 \times (4m)^3 \times (mn)^2 \times (2n)^2 \times m^6 = 2^3 n^4 \times 4^3 m^3 \times m^2 n^2 \times 2^2 n^2 \times m^6$
 $= 2^3 n^4 \times 2^6 m^3 \times m^2 n^2 \times 2^2 n^2 \times m^6 = 2^{11} n^{11} m^{11} = (2nm)^{11}$

۳

حجم مکعب $= (3xy)^3 = 27x^3 y^3$
 \Rightarrow نسبت حجمها $= \frac{27x^3 y^3}{3x^3 y^3} = 9$
 حجم مکعب مستطیل $= y \times xy \times 3x^2 y = 3x^3 y^3$

۴

الف) $35^4 = (5 \times 7)^4$ ب) $x^{11} = x^3 \times x^8$ پ) $(\frac{12}{5})^0 \times 6^9 = 6^9$
 ت) $(-\frac{1}{3})^9 \times (-\frac{1}{3})^{13} = (-\frac{1}{3})^{22}$ ث) $(5 \times 6)^{12} = 5^{12} \times 6^{12}$
 ج) $7^8 = 14^4 \times (\frac{1}{2})^4$ د) $(-\frac{3}{7})^{13} \times (-\frac{7}{3})^{13} = 1$ ه) $(\frac{6}{5})^0 = 1$

۵

الف) 2^{12} ب) $(\frac{5}{4})^{20}$ پ) $(-7)^{21}$
 ت) $(\frac{-1}{2})^{24}$ ث) 72^{72} ج) a^{55}
 د) $(xy)^{42}$ ه) $(xy)^{42}$ ز) 5^{2xy}
 و) $(a^2 b^3)^{20}$ ح) $(-x)^{10}$ ط) $-(x^2 y)^6$
 ی) $(3x)^{3x}$

۶

الف) نادرست ب) درست ج) درست د) درست ه) نادرست
 و) نادرست ز) درست ح) درست ط) نادرست ی) نادرست

۷

الف) $((-3)^4)^5 \times (-3)^4 = (-3)^{22} = +3^{22}$ ب) $((-5)^5)^3 \times (-5)^5 = (-5)^{22} = +5^{22}$
 ب) $(-4)^3 \times ((-4)^2)^5 = (-4)^{13} = -4^{13}$ ت) $(7^2)^3 \times ((-7)^3)^5 \times (-7)^6 = -7^{27}$

۸

الف) $27^6 = (3^3)^6 = 3^{18}$ ب) $64^7 = (2^6)^7 = 2^{42}$
 ب) $(-125)^{12} = (-5^3)^{12} = 5^{36}$ ت) $(8 \times 27)^{13} = (2^3 \times 3^3)^{13} = 6^{39}$

۹

الف) $125 \times 25^4 = 5^3 \times (5^2)^4 = 5^3 \times 5^{16} = 5^{19}$ ب) $128 \times 16^4 = 2^7 \times (2^4)^4 = 2^7 \times 2^{16} = 2^{23}$
 ب) $81 \times 27^3 = 3^4 \times (3^3)^3 = 3^4 \times 3^9 = 3^{13}$





۱۰

الف) $((-۴)^۶)^۹ = (۴^۶)^۹ = ۴^{۵۴} = (۲^۲)^{۵۴} = ۲^{۱۰۸}$

ب) $(-۴^۶)^۹ = -(۴^۶)^۹ = -۴^{۵۴} = -(۲^۲)^{۵۴} = -۲^{۱۰۸}$

پ) $۳^۲ \times ۳^۵ \times ۴^۸ \times ۱۲^{۱۳} = ۳^۷ \times ۴^۸ \times ۱۲^{۱۳} = ۱۲^۸ \times ۱۲^{۱۳} = ۱۲^{۲۱}$

ت) $(-\frac{۱}{۳})^۵ \times (-\frac{۹}{۴})^۵ \times (\frac{۵}{۶})^۵ = (-\frac{۱}{۳} \times \frac{۹}{۴} \times \frac{۵}{۶})^۵ = ۵^۵$

ث) $۳^{۲۱} \times ۳^{۲۱} \times ۳^{۲۱} \times ۳^{۲۱} = ۳^{۸۴}$

ج) $(-۲^۳)^۴ \times ((-۷)^۲)^۶ \times (-\frac{۱}{۷})^{۱۲} = ۲^{۱۲} \times ۷^{۱۲} \times (\frac{۱}{۷})^{۱۲} = (۲ \times ۷ \times \frac{۱}{۷})^{۱۲} = ۱۶^{۱۲} = (۲^۴)^{۱۲} = ۲^{۴۸}$

د) $(ab)^۴ (bc)^۵ (ac)^۶ c^۹ a^{۱۰} b^{۱۱} = a^۴ b^۴ \times b^۵ c^۵ \times a^۶ c^۶ \times c^۹ a^{۱۰} b^{۱۱} = a^{۲۰} b^{۲۰} c^{۲۰} = (abc)^{۲۰}$

۱۱

پ) ۵، ۳، ۱

ب) ۳، ۲، ۱

الف) ۸، ۶، ۴

۱۲

الف) $(ab^۲)^۲ - c^۲ = (۳ \times ۲^۲)^۲ - ۴^۲ = (۳ \times ۴)^۲ - ۱۶ = ۱۲^۲ - ۱۶ = ۱۴۴ - ۱۶ = ۱۲۸$

ب) $\frac{(\frac{a}{b})^۲ + b^۲ - ۱}{ac^۲ - ۲(a+c^۲)} = \frac{(\frac{۴}{۲})^۲ + ۲^۲ - ۱}{۴ \times ۳^۲ - ۲(۴+۳^۲)} = \frac{۲^۲ + ۲^۲ - ۱}{۴ \times ۹ - ۲(۴+۹)} = \frac{۴+۴-۱}{۳۶-۲۶} = \frac{۷}{۱۰}$

پ) $\frac{a(b^۲ - c^۲)}{bc^۲ - b^۲ca} = \frac{۲(۱^۲ - ۳^۲)}{۱ \times ۳^۲ - ۱^۲ \times ۳ \times ۲} = \frac{۲(۱-۹)}{۹-۶} = \frac{-۱۶}{۳} = -\frac{۱۶}{۳}$

۱۳

$۲(۳a^۳)^۲ - ۳(۲a^۲)^۳ = ۲(۹a^۶) - ۳(۸a^۶) = ۱۸a^۶ - ۲۴a^۶ = -۶a^۶$

۱۴

$((۲n^۲)^۳)^۹ = ۸^{۲۷} \Rightarrow ۲^{n^۲ \times ۳ \times ۹} = (۲^۳)^{۲۷} \Rightarrow ۲^{۲۷n^۲} = ۲^{۸۱} \Rightarrow ۲۷n^۲ = ۸۱ \Rightarrow n^۲ = ۳ \Rightarrow n = ۲$

۱۵

$(۲^۳)^۴ = ۲^{۱۲}$, $۲^{۳۴} = ۲^{۳۴}$, $(۲^{۱۲})^۳ = ۲^{۳۶}$

$۲^{۱۲} < ۲^{۳۶} < ۲^{۳۴} \Rightarrow (۲^۳)^۴ < (۲^{۱۲})^۳ < ۲^{۳۴}$

۱۶

$۲^{۱۰۲} = (۲^۶)^{۱۷} = ۶۴^{۱۷}$, $۳^{۶۸} = (۳^۴)^{۱۷} = ۸۱^{۱۷}$, $۵^{۳۴} = (۵^۲)^{۱۷} = ۲۵^{۱۷}$

$۲۵ < ۶۴ < ۸۱ \Rightarrow ۲۵^{۱۷} < ۶۴^{۱۷} < ۸۱^{۱۷} \Rightarrow ۵^{۳۴} < ۲^{۱۰۲} < ۳^{۶۸}$

تمرین های ویژه

۱

روش اول: $۲۷n^{n+۲} = ۲۷n^{n+۱} \times ۲۷ = (۳^۳)^{n+۱} \times ۲۷ = (۳^{n+۱})^۳ \times ۲۷ = a^۳ \times ۲۷ = ۲۷a^۳$

روش دوم: $۳^{n+۱} = a \Rightarrow (۳^{n+۱})^۳ = a^۳ \Rightarrow (۳^۳)^{n+۱} = a^۳ \Rightarrow ۲۷n^{n+۱} = a^۳ \Rightarrow ۲۷n^{n+۲} = ۲۷a^۳$

۲

$$\left(\frac{4}{25}\right)^m = \left(\frac{2}{5}\right)^{m-n} \Rightarrow \left(\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)^m = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{m-n} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2m} = \left(\frac{2}{5}\right)^{3m-3n} \Rightarrow 2m = 3m - 3n \Rightarrow m = 3n \Rightarrow \frac{m}{n} = 3$$

۳

$$24^m = (2^3 \times 3)^m = (2^3)^m \times 3^m = (2^m)^3 \times 3^m = a^3 b$$

۴

$$800^m = (2^5 \times 5^2)^m = (2^5)^m \times (5^2)^m = (2^m)^5 \times (5^m)^2 = a^5 b^2$$

۵ رقمی

$$625^3 \times 32^4 = (5^4)^3 \times (2^5)^4 = 5^{12} \times 2^{20} = 2^8 \times 10^{12} = 256,000,000,000,000$$

۶

$$9 \times 9^2 \times 9^3 \times \dots \times 9^{15} = 3^{3k} \Rightarrow 9^{1+2+3+\dots+15} = 9^{3k} \Rightarrow 9^{120} = 9^{3k} \Rightarrow 120 = 3k \Rightarrow k = 40$$

۷

$$n^n + n^n + n^n = 3^{19} \Rightarrow 3 \times n^n = 3 \times 3^{18} \Rightarrow n^n = 3^{18} = (3^2)^9 = 9^9 \Rightarrow n = 9$$

درس دوم: تقسیم اعداد تواندار



درست یا نادرست

$$4^{16} \times \frac{1}{4} = 4^{16-1} = 4^{15}$$

الف) نادرست

$$x \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = x \times \frac{1^n}{2^n} = x \times \frac{1}{2^n} = x \div 2^n$$

ب) درست

$$\frac{9^7}{3^5} = \frac{(3^2)^7}{3^5} = \frac{3^{14}}{3^5} = 3^9$$

پ) درست

کامل کنید

الف) یکی از پایه‌ها را می‌نویسیم و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم.

ب) یکی از توان‌ها را می‌نویسیم و پایه‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

پ) ۲۱۴



پرسش‌های دو گزینه‌ای

(ب) گزینه (۲)

(الف) گزینه (۲)

$$(3^3)^5 \div 3^{23} = 3^{15} \div (3^5)^3 = 3^{15} \div 3^{15} = \left(\frac{3}{3}\right)^{15}$$

(ب) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

(الف) 12^3

(ب) 10^7

(پ) 7^7

(ت) $(-4)^9$

(ث) $(-\frac{7}{3})^3$

(ج) $(\frac{4}{11})^4$

(چ) $(3/27)^5$

(ع) $(-1/25)^4$

(خ) $(-3)^{12}$

(د) $(0/2)^5$

(ذ) $(\frac{6}{5})^6$

(ث) 10

(ت) 11^3

(پ) -17

(ب) 11

(۲) الف ۶

(ث) $(xy^2)^3$

(ت) $(-a)^5$

(پ) $(-a)^5$

(ب) $(ab)^6$

(۳) الف x^7

(ث) 5^{10}

(ت) $(\frac{1}{3})^8$

(پ) 5^{13}

(ب) 3^7

(۴) الف $(\frac{7}{4})^{11}$

(ع) $(-4)^9$

(ع) $(-\frac{1}{3})^{15}$

۵

(الف)
$$\frac{10^9 \times 2^5 \times 5^{11} \times 2^6}{((4 \times 5)^2)^{10}} = \frac{10^9 \times 2^{11} \times 5^{11}}{20^{20}} = \frac{10^9 \times 10^{11}}{20^{20}} = \frac{10^{20}}{20^{20}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$$

(ب)
$$\frac{9^{21} \times 8^{21}}{72^{10} \times 72^5} = \frac{72^{21}}{72^{15}} = 72^6$$

(پ)
$$5^9 \times \left(\frac{1}{5}\right)^5 = 5^9 \times \frac{1}{5^5} = \frac{5^9}{5^5} = 5^4$$

(ت)
$$\frac{12^{17} \times 4^5}{4^{11} \times 12^{11}} = \frac{12^6}{4^6} = \left(\frac{12}{4}\right)^6 = 3^6$$

(ث)
$$\frac{27^{10} \div 9^{15}}{34^{30} \div 17^{30}} = \frac{(3^3)^{10} \div (3^2)^{15}}{2^{30}} = \frac{3^{30} \div 3^{30}}{2^{30}} = \frac{1}{2^{30}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{30}$$

(ج)
$$\frac{(5^5)^5 \div (5^4)^2}{(5^5)^4 \div (5^2)^3} = \frac{5^{25} \div 5^8}{5^{20} \div 5^6} = \frac{5^{17}}{5^{14}} = 5^3$$

(ث) $(\frac{1}{5})^4$

(ت) $(-\frac{1}{3})^5$

(پ) $(-\frac{6}{7})^3$

(ب) 2^{11}

(۶) الف $(-5)^3$

(ع)
$$128^2 \div 16^3 = (2^7)^2 \div (2^4)^3 = 2^{14} \div 2^{12} = 2^2$$

(ج)
$$81^5 \div 9^4 = (3^4)^5 \div (3^2)^4 = 3^{20} \div 3^8 = 3^{12}$$

(ع)
$$125^3 \div 25^6 = (5^3)^3 \div (5^2)^6 = 5^9 \div 5^{12} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

(خ)
$$27^8 \div 64^4 = (3^3)^8 \div (2^6)^4 = 3^{24} \div 2^{24} = \left(\frac{3}{2}\right)^{24}$$

(د)
$$36^{18} \div 16^9 = (6^2)^{18} \div (2^4)^9 = 6^{36} \div 2^{36} = 3^{36}$$

۷

الف) $(3^4)^6 \div 9^8 = 3^{24} \div (3^2)^8 = 3^{24} \div 3^{16} = 3^8$

ب) $(((-3)^9)^2 \times ((-2)^3)^6) \div (6^4)^3 = (3 \times 2)^{18} \div 6^{12} = 6^{18} \div 6^{12} = 6^6$

پ) $((-6)^{17} \div (-36)^5) \div (-3)^7 = (6^{17} \div (6^2)^5) \div (-3)^7 = (6^{17} \div 6^{10}) \div (-3)^7 = 6^7 \div (-3)^7 = (-2)^7$

ت) $((\frac{6}{5})^{13} \div (\frac{14}{5})^{13}) \div (\frac{7}{3})^{17} = (\frac{6}{5} \times \frac{5}{14})^{13} \div (\frac{7}{3})^{17} = (\frac{3}{7})^{13} \div (\frac{7}{3})^{17} = (\frac{3}{7})^{13} \times (\frac{3}{7})^{17} = (\frac{3}{7})^{30}$

۸

الف) $\frac{1}{2} \times 16^4 = \frac{1}{2} \times (2^4)^4 = \frac{1}{2} \times 2^{16} = 2^{15}$

ب) $\frac{1}{3} \times 81^9 = \frac{1}{3} \times (3^4)^9 = \frac{1}{3} \times 3^{36} = 3^{35}$

پ) $\frac{1}{4} \times 2^{20} = \frac{1}{2^2} \times 2^{20} = \frac{2^{20}}{2^2} = 2^{18}$

ت) $\frac{1}{5} \times 25^{25} = \frac{1}{5} \times (5^2)^{25} = \frac{1}{5} \times 5^{50} = 5^{49}$

۹

الف) $\frac{(x^4)^3 \times (x^7)^2}{(y^2)^{13}} = \frac{x^{12} \times x^{14}}{y^{26}} = \frac{x^{26}}{y^{26}} = (\frac{x}{y})^{26}$

ب) $\frac{a^5 \times b^2}{b^5 \times a^8} = \frac{1}{b^3 a^3} = \frac{1}{(ab)^3} = (\frac{1}{ab})^3$

پ) $\frac{(x^7)^3}{(y^5)^3} \div \frac{(x^3)^4}{(y^8)^3} = \frac{x^{21}}{y^{15}} \div \frac{x^{12}}{y^{24}} = \frac{x^{21}}{y^{15}} \times \frac{y^{24}}{x^{12}} = x^9 y^9 = (xy)^9$

ب) $((a^5)^4 \div (\frac{a^2}{a^5})^3) \times (\frac{a^5}{a^6})^2 = (a^{20} \div (\frac{1}{a^3})^3) \times (\frac{1}{a})^2 = (a^{20} \times a^9) \times \frac{1}{a^2} = a^{27}$

ث) $\frac{(-2a^2)^3 \times (-a^3)^4}{\lambda(a^4)^3 \times a^6} = \frac{-8a^6 \times a^{12}}{\lambda a^{12} \times a^6} = -1$

ا) $\frac{4^n \times 2^{n-1}}{\lambda^{n+1}} = \frac{(2^2)^n \times 2^{n-1}}{(2^3)^{n+1}} = \frac{2^{2n} \times 2^{n-1}}{2^{3n+3}} = \frac{2^{3n-1}}{2^{3n+3}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

تعريف‌های ویژه

۱

$\frac{12^{n+1}}{2^{n-1}} = \frac{12^{n+1} \times 2}{2^n} = \frac{12^n \times 12 \times 2}{2^n} = 6^n \times 24 = 24 \times 6^n$

۲

$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} = \frac{6/4}{\cdot/128} = \frac{6400}{128} = 50$

۳

$8^{n-1} = 512 \Rightarrow \frac{8^n}{8} = 512 \Rightarrow 8^n = 512 \times 8 \Rightarrow (2^3)^n = 2^9 \times 2^3 \Rightarrow 2^{3n} = 2^{12} \Rightarrow 3n = 12 \Rightarrow n = 4$

$4^n = 4^4 = (2^2)^4 = 2^8 = 256$



۴

$$2^{n+1} \times 5^{n-1} = 400 \Rightarrow (2^n \times 2) \times \frac{5^n}{5} = 400 \Rightarrow 2^n \times 5^n = 400 \times \frac{5}{2} \Rightarrow 10^n = 1000 \Rightarrow n = 3$$

۵

$$\frac{4^n + 4^{n+1}}{2^n + 2^{n+2}} = \frac{4^n + 4^n \times 4}{2^n + 2^n \times 2^2} = \frac{4^n(1+4)}{2^n(1+2^2)} = \frac{4^n}{2^n} = 2^n$$

۶

$$\frac{2^{m+1} - 2^{m+2}}{2^n - 2^{n+1}} = \frac{2^m \times 2 - 2^m \times 2^2}{2^n - 2^n \times 2} = \frac{2^m(2-2^2)}{2^n(1-2)} = 2^{m-n} \times \frac{2-4}{-1} = 2^2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

درس سوم: جذر



درست یا نادرست



(پ) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

کامل کنید

(پ) $\frac{11}{9}$

(ب) -7

(الف) 7 و 8

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(پ) گزینه (۱)

(ب) گزینه (۲)

(الف) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $\sqrt{18}$

عدد	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴	۴/۵
مجذور	۱۶/۸۱	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶	۲۰/۲۵

$$4^2 < 18 < 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5 \Rightarrow (4/5)^2 = 20/25 \Rightarrow \sqrt{18} \approx 4/2$$

ب) $\sqrt{30}$

عدد	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴	۵/۵
مجذور	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵

$$۵^2 < 30 < ۶^2 \Rightarrow ۵ < \sqrt{30} < ۶ \Rightarrow (۵/۵)^2 = 30/25 \Rightarrow \sqrt{30} = ۵/۵$$

پ) $\sqrt{220}$

عدد	۱۴/۵	۱۴/۶	۱۴/۷	۱۴/۸	۱۴/۹
مجذور	۲۱۰/۲۵	۲۱۳/۱۶	۲۱۶/۰۹	۲۱۹/۰۴	۲۲۲/۰۱

$$۱۴^2 < 220 < ۱۵^2 \Rightarrow ۱۴ < \sqrt{220} < ۱۵ \Rightarrow (۱۴/۵)^2 = 210/25 \Rightarrow \sqrt{220} = ۱۴/۵$$

ت) $\sqrt{350}$

عدد	۱۸/۵	۱۸/۶	۱۸/۷	۱۸/۸	۱۸/۹
مجذور	۳۴۲/۲۵	۳۴۵/۹۶	۳۴۹/۶۹	۳۵۳/۴۴	۳۵۷/۲۱

$$۱۸^2 < 350 < ۱۹^2 \Rightarrow ۱۸ < \sqrt{350} < ۱۹ \Rightarrow (۱۸/۵)^2 = 342/25 \Rightarrow \sqrt{350} = ۱۸/۵$$

۲

الف) $۵۳ < ۶۴ \Rightarrow \sqrt{۵۳} < ۸$

ب) $۹۰/۲۵ > ۹۰ \Rightarrow ۹/۵ > ۹۰$

پ) $۴۵ < ۴۶/۲۴ \Rightarrow \sqrt{۴۵} < ۶/۸$

ت) $۷۰ < ۷۰/۵۶ \Rightarrow \sqrt{۷۰} < ۸/۴ \Rightarrow \sqrt{۷۰} < ۸ \frac{۲}{۵}$

۳

الف) $x^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow x = \sqrt{20} = 4/5$

$$۴^2 < 20 < ۵^2 \Rightarrow ۴ < \sqrt{20} < ۵, (4/5)^2 = 20/25, (4/1)^2 = 16/11$$

$$(4/2)^2 = 17/64, (4/3)^2 = 18/49, (4/4)^2 = 19/36, (4/5)^2 = 20/25 \checkmark$$

ب) $۲x \times x = ۸۴ \Rightarrow 2x^2 = ۸۴ \Rightarrow x^2 = 42 \Rightarrow x = \sqrt{42} = 6/5$

$$۶^2 < 42 < ۷^2 \Rightarrow ۶ < \sqrt{42} < ۷, (6/5)^2 = 42/25, (6/1)^2 = 37/21$$

$$(6/2)^2 = 38/44, (6/3)^2 = 39/69, (6/4)^2 = 40/96, (6/5)^2 = 42/25 \checkmark$$

پ) $\frac{1}{۲} \times x \times x = 35 \Rightarrow \frac{1}{۲} x^2 = 35 \Rightarrow x^2 = 70 \Rightarrow x = \sqrt{70} = 8/4$

$$۸^2 < 70 < ۹^2 \Rightarrow ۸ < \sqrt{70} < ۹, (8/5)^2 = 72/25, (8/1)^2 = 65/61$$

$$(8/2)^2 = 67/24, (8/3)^2 = 68/18, (8/4)^2 = 70/56, (8/5)^2 = 72/25 \checkmark$$

۴

$$-\sqrt{36} = -6, -\sqrt{9} = -3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{49} = 7, \sqrt{100} = 10$$



۵

الف) $\sqrt{48} \approx 6/\dots \Rightarrow \sqrt{48+1} \approx 7/\dots \Rightarrow \sqrt{48+1} > 7$

ب) $\sqrt{5} \approx 2/\dots$
 $\sqrt{7} \approx 2/\dots \Rightarrow \sqrt{7}-2 \approx 0/\dots \Rightarrow \sqrt{5} > \sqrt{7}-2$

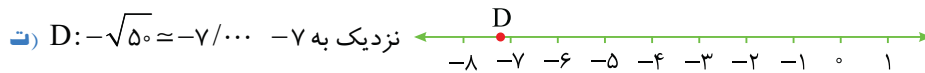
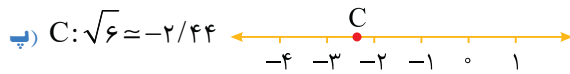
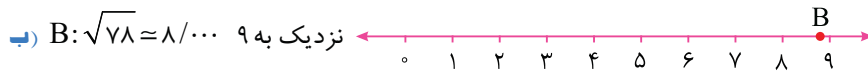
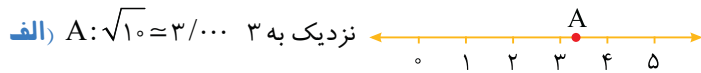
پ) $\sqrt{30} \approx 5, \sqrt{13} \approx 3/\dots \Rightarrow \sqrt{30} + \sqrt{13} \approx 8/\dots$
 $\sqrt{55} \approx 7/\dots \Rightarrow \sqrt{30} + \sqrt{13} > \sqrt{55}$

ت) $-\sqrt{28} \approx -5/\dots \Rightarrow -\sqrt{28} + 2 \approx -3/\dots$
 $-\sqrt{18} \approx -4/\dots \Rightarrow -\sqrt{28} + 2 > -\sqrt{18}$

۶

الف) $\sqrt{66}$ ب) $-\sqrt{27}$ ب) $-\sqrt{142}$

۷



۸

الف) $\sqrt{15} < 4/1 < 4/2 < 4/3 < 4/4 < \sqrt{23}$ ب) $-\sqrt{63} < -7/4 < -7/3 < -7/2 < -7/1 < -\sqrt{48}$

۹

الف) $49 < 50 < 51 < 52 < 53 < 54 < 55 < 56 \Rightarrow 7 < \sqrt{50} < \sqrt{51} < \sqrt{52} < \sqrt{53} < \sqrt{54} < 8$

ب) $9 < 10 < 11 < 12 < 13 < 14 < 15 \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < \sqrt{11} < \sqrt{12} < \sqrt{13} < \sqrt{14} < 4$

پ) $-25 < -24 < -23 < -22 < -21 < -20 < -16 \Rightarrow -5 < -\sqrt{24} < -\sqrt{23} < -\sqrt{22} < -\sqrt{21} < -\sqrt{20} < -4$

ت) $-4 < -3 < -2 < 2 < 3 < 3/5 < 4 \Rightarrow -2 < -\sqrt{3} < -\sqrt{2} < \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{3/5} < 2$

درس چهارم: نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد



درست یا نادرست



الف) درست ب) نادرست پ) درست

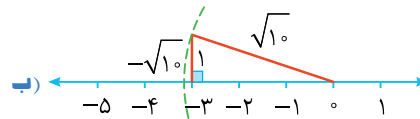
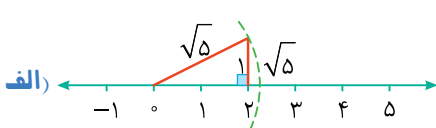


الف) ۲ و ۳ ب) $\sqrt{29}$ پ) ۴ و ۵

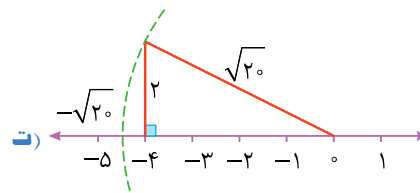
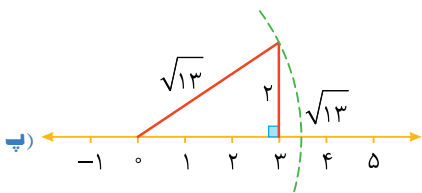
پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۲) پ) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی



۱



۲

الف) $x^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10} \Rightarrow$ نقطه: $\sqrt{10}$

ب) $x^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13} \Rightarrow$ نقطه: $-\sqrt{13}$

پ) $(وتر اول)^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 10 + 1^2 = 10 + 1 = 11 \Rightarrow x = \sqrt{11} \Rightarrow$ نقطه: $\sqrt{11}$

ت) $(وتر اول)^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow (وتر دوم)^2 = 5 + 1^2 = 5 + 1 = 6 \Rightarrow (وتر سوم)^2 = 6 + 1^2 = 6 + 1 = 7$

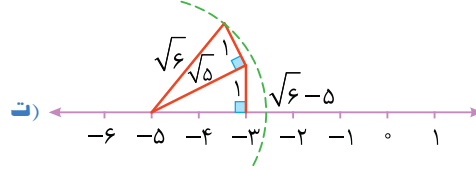
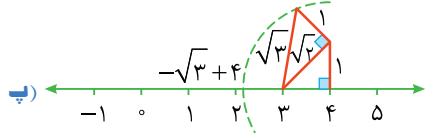
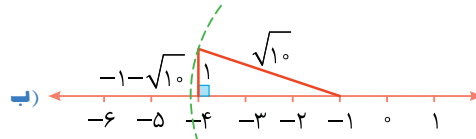
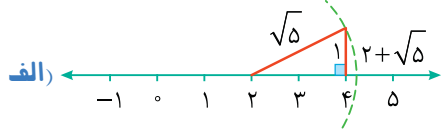
$x^2 = 7 + 1^2 = 7 + 1 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8} \Rightarrow$ نقطه: $-\sqrt{8}$

ث) $(وتر اول)^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 \Rightarrow (وتر دوم)^2 = 1^2 + 13 = 1 + 13 = 14$

$x^2 = 14 + 2^2 = 14 + 4 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} \Rightarrow$ نقطه: $-\sqrt{18}$



۳



۴

الف $x^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18} \Rightarrow$ نقطه: $4 - \sqrt{18}$

ب $(\text{وتر اول})^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow (\text{وتر دوم})^2 = 5 + 1^2 = 5 + 1 = 6$

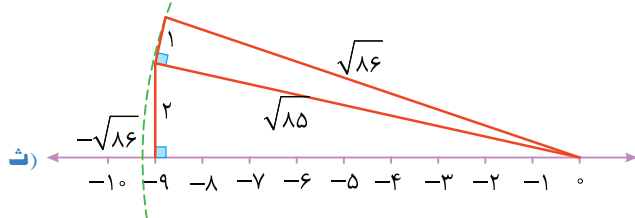
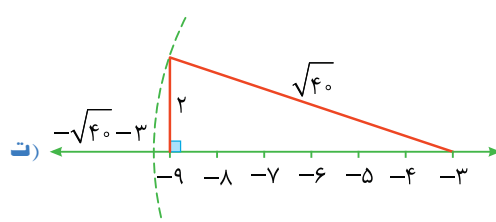
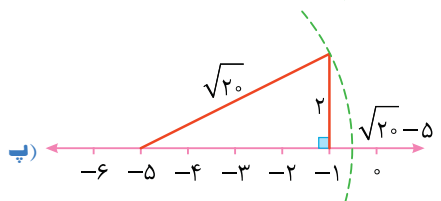
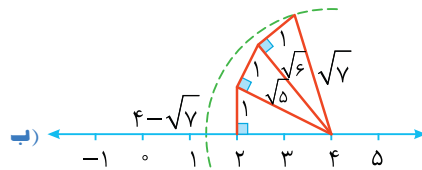
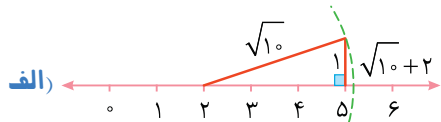
$x^2 = 6 + 1^2 = 6 + 1 = 7 \Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow$ نقطه: $-5 + \sqrt{7}$

پ $(\text{وتر اول})^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 \Rightarrow x^2 = 20 + 2^2 = 20 + 4 = 24 \Rightarrow x = \sqrt{24} \Rightarrow$ نقطه: $-3 - \sqrt{24}$

ت $(\text{وتر اول})^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow (\text{وتر دوم})^2 = 5 + 2^2 = 5 + 4 = 9$

$x^2 = 9 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10} \Rightarrow$ نقطه: $5 + \sqrt{10}$

۵



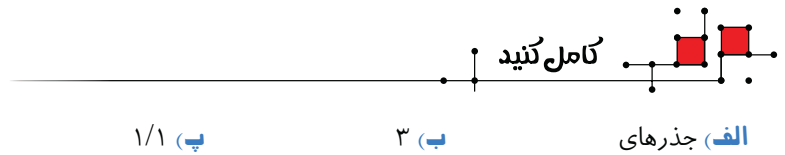
درس پنجم: خواص ضرب و تقسیم رادیکالها



درست یا نادرست



الف) نادرست ب) نادرست پ) نادرست ت) نادرست ث) درست



پرسش‌های دو گزینه‌ای

$$\sqrt{18} = \sqrt{a} \times \sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = 3$$

الف) گزینه (۲)

$$\sqrt{45} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$$

ب) گزینه (۲)

$$\frac{\sqrt{ab^2c}}{\sqrt{ac^3}} = \frac{b\sqrt{ac}}{c\sqrt{ac}} = \frac{b}{c}$$

پ) گزینه (۱)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $\sqrt{35} = \sqrt{7} \times \sqrt{5}$

ب) $\sqrt{11} \times \sqrt{11} = \sqrt{121} = 11$

پ) $\sqrt{98} = 7 \times \sqrt{2}$

ت) $\sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{24}$

ث) $\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8$

ج) $\sqrt{300} = 10 \times \sqrt{3}$

ج) $\sqrt{81 \times 49} = \sqrt{81} \times \sqrt{49} = 9 \times 7$

ج) $\sqrt{36 \times 25} = \sqrt{36} \times \sqrt{25} = 6 \times 5$

۲

الف) $\sqrt{169} = 13$

ب) $-\sqrt{100 \times 25} = -\sqrt{100} \times \sqrt{25} = -10 \times 5 = -50$

پ) $\sqrt{37} \times \sqrt{37} = (\sqrt{37})^2 = 37$

ت) $-\sqrt{27} \times (-\sqrt{3}) = \sqrt{27} \times \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9$

ث) $-\sqrt{24} \times \sqrt{6} = -\sqrt{144} = -12$

ج) $(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{17})^2 = 13 - 17 = -4$

ج) $\sqrt{96} \times \sqrt{24} - (\sqrt{41})^2 = \sqrt{4 \times 24} \times \sqrt{24} - 41 = \sqrt{4} \times \sqrt{24} \times \sqrt{24} - 41 = 2 \times 24 - 41 = 48 - 41 = 7$



۳

الف) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
 ب) $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
 ث) $\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$
 ج) $\sqrt{252} = \sqrt{36 \times 7} = \sqrt{36} \times \sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

ب) $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 ت) $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$
 ج) $\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = \sqrt{3} \times \sqrt{100} = 10\sqrt{3}$
 د) $\sqrt{315} = \sqrt{9 \times 35} = \sqrt{9} \times \sqrt{35} = 3\sqrt{35}$

۴

الف) $\frac{7}{6}$ ب) $-\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}$

ب) $1/5$ ت) $-\frac{1}{14}$

ث) ۳ ج) $\frac{1}{6}$

د) $0/11$

۵

الف) $-\sqrt{\frac{49}{36}} = -\frac{7}{6}$ ب) $\sqrt{\frac{1}{169}} = \frac{1}{13}$ ج) $\sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{8}{7}$ ت) $-\sqrt{\frac{81}{121}} = -\frac{9}{11}$

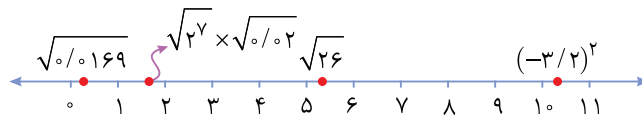
ث) $\sqrt{0/4096} = 0/64$ د) $-\sqrt{\frac{1}{144}} = -\frac{1}{12}$

A: $-\sqrt{39}$ B: $-\sqrt{7/29}$ C: $-\sqrt{\frac{49}{121}}$ D: $\sqrt{\frac{-5/12}{-2}}$ E: $\sqrt{\frac{169}{9}}$

F: $\sqrt{49}$ G: $\sqrt{84/64}$

$\sqrt{26} = 5/...$, $\sqrt{0/0169} = 0/13$, $\sqrt{2^7} \times \sqrt{0/02} = \sqrt{2^7 \times \frac{2}{100}} = \sqrt{\frac{2^8}{100}} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{16}{10} = 1/6$

$(-3/2)^2 = 10/24$



۶

۷

الف) $\sqrt{\frac{27}{9}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{27}{9} \times \frac{2}{3}} = \sqrt{2}$

ب) $\sqrt{\frac{169 \times 16}{81 \times 121}} = \frac{\sqrt{169} \times \sqrt{16}}{\sqrt{81} \times \sqrt{121}} = \frac{13 \times 4}{9 \times 11} = \frac{52}{99}$

پ) $\sqrt{\frac{36}{25}} + \sqrt{1/96} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} + \sqrt{1/96} = \frac{6}{5} + 1/4 = 1/2 + 1/4 = 2/6$

ت) $(\sqrt{\frac{5}{7}})^2 + \sqrt{(\frac{9}{7})^2} = \frac{5}{7} + \frac{9}{7} = \frac{14}{7} = 2$

ث) $\sqrt{\frac{0/098 \times 0/2}{0/0625}} = \frac{\sqrt{0/0196}}{\sqrt{0/0625}} = \frac{1/4}{2/5} = \frac{14}{25}$

۸

۹

الف) $\frac{\sqrt{12} \div \sqrt{27}}{\sqrt{3} \div \sqrt{75}} = \frac{\sqrt{4 \times 3} \div \sqrt{9 \times 3}}{\sqrt{3} \div \sqrt{25 \times 3}} = \frac{2\sqrt{3} \div 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \div 5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \div \frac{1}{5\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{10}{3}$

ب) $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{18}}{\sqrt{3} \times \sqrt{12} + \sqrt{5} \times \sqrt{45}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36} + \sqrt{225}} = \frac{6}{6+15} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

۱۰

$$\sqrt{1-\frac{1}{2}} \times \sqrt{1-\frac{1}{3}} \times \sqrt{1-\frac{1}{4}} \times \dots \times \sqrt{1-\frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \dots \times \sqrt{\frac{63}{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \times \dots \times \frac{\sqrt{63}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$$

۱۱

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{a} \Rightarrow 2\sqrt{2 \times 3 \times 5} = 2\sqrt{a} \Rightarrow 2\sqrt{30} = 2\sqrt{a} \Rightarrow a = 30$$

۱۲

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$$

$$18 < 32 < 50 \Rightarrow \sqrt{18} < \sqrt{32} < \sqrt{50} \Rightarrow -\sqrt{50} < -\sqrt{32} < -\sqrt{18} \Rightarrow -\sqrt{50} < -\sqrt{32} < -3\sqrt{2}$$

تمرین‌های ویژه

۱

الف) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} = \sqrt{\frac{6}{2}} + 1 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 1$

ب) $\frac{\sqrt{18} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{36} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{6 - 2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

ج) $(3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{162}) \div \sqrt{2} = (3\sqrt{9 \times 2} + \sqrt{36 \times 2} - \sqrt{81 \times 2}) \div \sqrt{2} = (3\sqrt{9} \times \sqrt{2} + \sqrt{36} \times \sqrt{2} - \sqrt{81} \times \sqrt{2}) \div \sqrt{2}$
 $= (9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}) \div \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 6$

د) $(\sqrt{28} - \sqrt{63} + \sqrt{175}) \div \sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} - \sqrt{9 \times 7} + \sqrt{25 \times 7} \div \sqrt{7} = (\sqrt{4} \times \sqrt{7} - \sqrt{9} \times \sqrt{7} + \sqrt{25} \times \sqrt{7}) \div \sqrt{7}$
 $= (2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 5\sqrt{7}) \div \sqrt{7} = 4\sqrt{7} \div \sqrt{7} = 4$

ه) $(\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{\frac{3}{4}}) \sqrt{12} = \sqrt{\frac{4}{3}} \times \sqrt{12} - \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{12} = \sqrt{\frac{4}{3} \times 12} - \sqrt{\frac{3}{4} \times 12} = \sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$

و) $\sqrt{6} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right) = \sqrt{6} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{12}{3}} + \sqrt{\frac{18}{2}} = 2\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 \times 2 + 3 = 7$

ز) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{16 \times 5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5} + \sqrt{16} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 9$

۲

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = \sqrt{36} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{5} = 2a^2b$$

۳

$$\sqrt{10} + \sqrt{15} + \sqrt{20} = \sqrt{2 \times 5} + \sqrt{3 \times 5} + \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} + \sqrt{3} \times \sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5} = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}) \times \sqrt{5} = a\sqrt{5}$$

۴

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2}{\sqrt{a} \times \sqrt{b}} = \frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \frac{12}{\sqrt{16}} = \frac{12}{4} = 3$$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

- (۲۵)^۳ × (۲^۳)^۴ = ۲^{۱۵} × ۲^{۱۲} = ۲^{۲۷} = (۲^۳)^۹ = ۸^۹ گزینه (۱)
- (۳^{۱۲})^a = ۹^{۱۸} ⇒ ۳^{۱۲a} = (۳^۲)^{۱۸} ⇒ ۳^{۱۲a} = ۳^{۳۶} ⇒ ۱۲a = ۳۶ ⇒ a = ۳ ⇒ ۲^a = ۲^۳ = ۸ گزینه (۲)
- (۶^{۱۵} ÷ ۳^{۱۵}) ÷ ۲^{۱۰} = (۶ ÷ ۳)^{۱۵} ÷ ۲^{۱۰} = ۲^{۱۵} ÷ ۲^{۱۰} = ۲^۵ = ۳۲ گزینه (۳)
- $\frac{1}{۴} \times ۸^۸ = \frac{1}{۴} \times (۲^۳)^۸ = \frac{1}{۴} \times ۲^{۲۴} = ۲^{۲۲} = (۲^۲)^{۱۱} = ۴^{۱۱}$ گزینه (۳)
- (۴/۱۱)^۲ = ۱۶/۸۹۲۱, (۴/۱۲)^۲ = ۱۶/۹۷۴۴, (۴/۱۳)^۲ = ۱۷/۰۵۶۹, (۴/۱۴)^۲ = ۱۷/۱۳۹۶ گزینه (۲)
- x^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ = ۱ + ۱ = ۲ ⇒ x = √۲ ⇒ نقطه: -۱ - √۲ گزینه (۴)
- (۱ + √۳)^۲ = ۱^۲ + ۲√۳ + ۳ = ۴ + ۲√۳ ⇒ x = √۳ ⇒ نقطه: ۱ + √۳ گزینه (۱)
- √۱۰(√۱/۶ + √۴/۹) = √۱۰ × √۱/۶ + √۱۰ × √۴/۹ = √۱۶ + √۴۹ = ۴ + ۷ = ۱۱ گزینه (۴)
- $\frac{\sqrt{۱۵۰} + \sqrt{۵۴}}{\sqrt{۲۴}} = \frac{\sqrt{۲۵ \times ۶} + \sqrt{۹ \times ۶}}{\sqrt{۴ \times ۶}} = \frac{۵\sqrt{۶} + ۳\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۶}} = \frac{۸\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۶}} = ۴$ گزینه (۴)
- $\frac{۲^{x-۱} \times ۳^{x+۲}}{۶^x} = \frac{۳^x}{۲} \Rightarrow ۲ \times ۲^{x-۱} \times ۳^{x+۲} = ۶^x \times ۳^x \Rightarrow ۲^x \times ۳^{x+۲} = ۶^x \times ۳^x$ گزینه (۲)
- ۲^x × ۳^x × ۳^۲ = ۶^x × ۳^x ⇒ ۶^x × ۳^۲ = ۶^x × ۳^x ⇒ ۳^۲ = ۳^x ⇒ x = ۲

امتحان فصل هفتم

- $\frac{۱۲^۴}{۱۴۴^۳} = \frac{۱۲^۴}{(۱۲^۲)^۳} = \frac{۱۲^۴}{۱۲^۶} = \frac{۱}{۱۲^۲} = \left(\frac{۱}{۱۲}\right)^۲$ ✓ (ب) الف) (۲^۷)^۵ = ۲^{۷×۵} = ۲^{۳۵} ✗
- (۵√۳)^۲ = ۲۵ × ۳ = ۷۵, (۳√۸)^۲ = ۹ × ۸ = ۷۲ پ) ✓
- ۷۵ > ۷۲ ⇒ √۷۵ > √۷۲ ⇒ ۵√۳ > ۳√۸ ت) ✓
- $\sqrt{۲}\sqrt{۳}\sqrt{\frac{۵}{۶}} = \sqrt{۲} \times \sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۶} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۶}} = \sqrt{۵}$
- ۷√۲ = √۴۹ × ۲ = √۹۸ ⇒ ۹ < ۷√۲ < ۱۰ الف) ۹ و ۱۰
- $\sqrt{\frac{۱}{۲}}\sqrt{\frac{۲}{۳}}\sqrt{\frac{۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۴}} = \frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{۴}} = \frac{۱}{۲}$ ب) $\frac{۱}{۲}$
- $\frac{\sqrt{۲۰} + \sqrt{۱۰}}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۴ \times ۵} + \sqrt{۲ \times ۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۴} \times \sqrt{۵} + \sqrt{۲} \times \sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{(۲ + \sqrt{۲})\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = ۲ + \sqrt{۲}$ پ) ۲
- ۱۶^۳ + ۴^۶ = (۲^۴)^۳ + (۲^۲)^۶ = ۲^{۱۲} + ۲^{۱۲} = ۲ × ۲^{۱۲} = ۲^{۱۳} ت) ۱۳
- √۲(√۸ + √۳۲) = √۲ × √۸ + √۲ × √۳۲ = √۱۶ + √۶۴ = ۴ + ۸ = ۱۲ الف) گزینه (۴)
- $\frac{\sqrt{۱۸} \times \sqrt{۱۲}}{\sqrt{۶۰۰}} = \frac{\sqrt{۹ \times ۲} \times \sqrt{۴ \times ۳}}{\sqrt{۱۰ \times ۶}} = \frac{۳\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۳}}{۱۰\sqrt{۶}} = \frac{۶\sqrt{۶}}{۱۰\sqrt{۶}} = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$ ب) گزینه (۲)

۴

الف) $\frac{(3^f)^3 \times (2^3)^f}{6^7} = \frac{3^{12} \times 2^{12}}{6^7} = \frac{6^{12}}{6^7} = 6^5$

ب) $\frac{4^{13} \div 2^7}{16^5 \div 8^3} = \frac{(2^2)^{13} \div 2^7}{(2^4)^5 \div (2^3)^3} = \frac{2^{26} \div 2^7}{2^{20} \div 2^9} = \frac{2^{19}}{2^{11}} = 2^8$

۵

الف) $\frac{(ab)^y \div a^r}{(ab)^f \div b^r} = \frac{a^y b^y \div a^r}{a^f b^f \div b^r} = \frac{a^f b^y}{a^f b^r} = b^{\frac{y-r}{f}}$

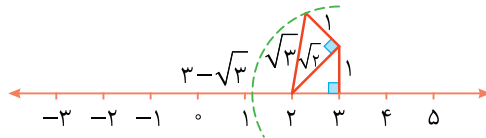
ب) $\frac{(\frac{x}{y})^5 \times x^3}{y^r \div (\frac{x}{y})^f} = \frac{\frac{x^5}{y^5} \times x^3}{\frac{y^r \times y^f}{x^f}} = \frac{x^8 \times x^3}{y^8 \times y^f} = \frac{x^{11}}{y^{8+f}} = (\frac{x}{y})^{11}$

$9 < 11 < 16 \Rightarrow 3 < \sqrt{11} < 4 \quad (3/5)^2 = 12/25 \quad \sqrt{11} = 3/3$

۶

عدد	۳/۱	۳/۲	۳/۳	۳/۴	۳/۵
مجذور	۹/۶۱	۱۰/۲۴	۱۰/۸۹	۱۱/۵۶	۱۲/۲۵

۷



$(\sqrt{85})^2 = 85, \quad (9/22)^2 = 85/0084 \quad 85/0084 > 85 \Rightarrow 9/22 > \sqrt{85}$

۸

الف) $\frac{\sqrt{22} \times \sqrt{33}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2 \times 11} \times \sqrt{3 \times 11}}{\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} \times \sqrt{11}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{11})}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6} \times 11}{\sqrt{6}} = 11$

۹

ب) $\sqrt{\frac{98}{18}} + \sqrt{\frac{108}{75}} = \sqrt{\frac{49 \times 2}{9 \times 2}} + \sqrt{\frac{36 \times 3}{25 \times 3}} = \sqrt{\frac{49}{9}} + \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{7}{3} + \frac{6}{5} = \frac{35+18}{15} = \frac{53}{15}$

ب) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{300}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{8}} \times \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{75}} = \frac{\sqrt{25 \times 2}}{\sqrt{4 \times 2}} \times \frac{\sqrt{100 \times 3}}{\sqrt{25 \times 3}} = \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \times \frac{10\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = 5$

۱۰

$3^{n-2} = b \Rightarrow \frac{3^n}{3^2} = b \Rightarrow 3^n = 3^2 \times b \Rightarrow 3^n = 9b \Rightarrow (3^n)^2 = (9b)^2$

$9^n = 81b^2 \Rightarrow 9^n \times 9 = 81b^2 \times 9 \Rightarrow 9^{n+1} = 729b^2 \Rightarrow \frac{9^{n+1}}{b^2} = 729$

۱۱

$2^{x-1} \times 4^{x+2} = 8^{2x-2} \Rightarrow 2^{x-1} \times (2^2)^{x+2} = (2^3)^{2x-2} \Rightarrow 2^{x-1} \times 2^{2x+4} = 2^{6x-6}$
 $2^{3x+3} = 2^{6x-6} \Rightarrow 3x+3 = 6x-6 \Rightarrow -3x = -9 \Rightarrow x = 3$

۱۲

$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{12}}{2 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 3} + \sqrt{4 \times 3}}{2 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3} + \sqrt{4} \times \sqrt{3}}{2 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3} + 2 \times \sqrt{3}}{2 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} + 2)}{2 + \sqrt{5}} = \sqrt{3}$

فصل هشتم

آمار و احتمال



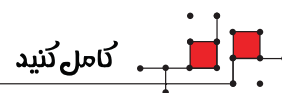


درس اول: دسته‌بندی داده‌ها



درست یا نادرست  

الف) نادرست (ب) نادرست (پ) درست



کامل کنید

الف) علم آمار (ب) دسته‌بندی (پ) دامنه تغییرات

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) (ب) گزینه (۱) (پ) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

الف) خط شکسته (ب) میله‌ای (ستونی) (پ) دایره‌ای (ت) تصویری

۱

۲

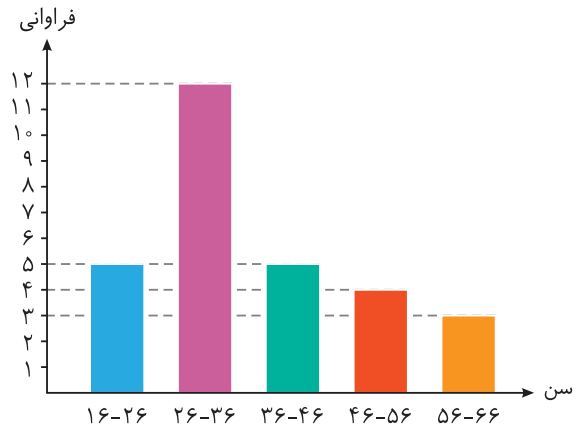
$۱۶ = \text{کمترین}$ ، $۶۶ = \text{بیشترین}$ (الف) $۵۰ = ۶۶ - ۱۶ = \text{دامنه تغییرات}$ (ب)

$۱۰ = \frac{۵۰}{۵} = \text{طول دسته}$ (پ)

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$۱۶ \leq x < ۲۶$		۵
$۲۶ \leq x < ۳۶$		۱۲
$۳۶ \leq x < ۴۶$		۵
$۴۶ \leq x < ۵۶$		۴
$۵۶ \leq x \leq ۶۶$		۳

ت) $26 \leq x < 36$

ث)



الف) درصد $96 - (-9) = 96 + 9 = 105$

ب) $25 - (-39) + 1 = 26 + 39 = 65$

پ) $509 - 21 = 488$

۳

۴

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$8 \leq x < 11$		۲
$11 \leq x < 14$		۶
$14 \leq x < 17$		۱۰
$17 \leq x \leq 20$		۸

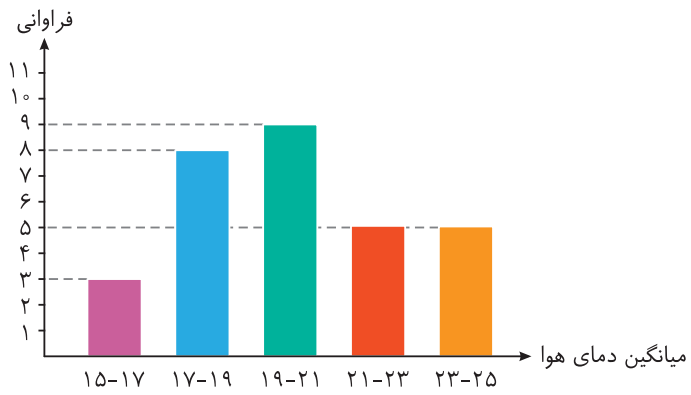
۵

الف) $25 - 15 = 10$ دامنه تغییرات \Rightarrow کمترین دما $= 15$ ، بیشترین دما $= 25$

ب) طول دسته $= \frac{10}{5} = 2$



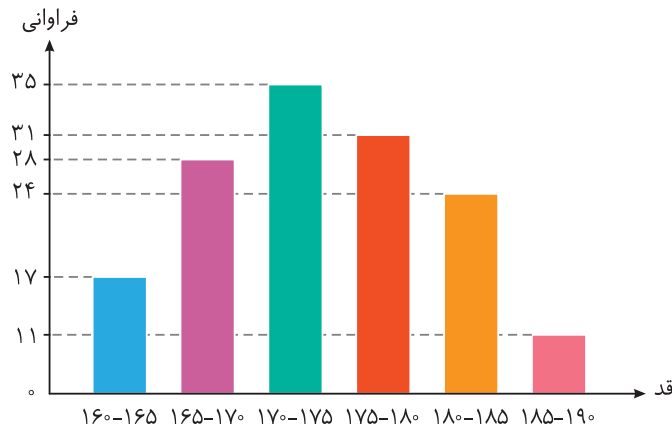
حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$15 \leq x < 17$		۳
$17 \leq x < 19$		۸
$19 \leq x < 21$		۹
$21 \leq x < 23$		۵
$23 \leq x \leq 25$		۵



۶

الف) $11 + 24 + 31 + 35 + 28 + 17 = 146$ تعداد دانش آموزان

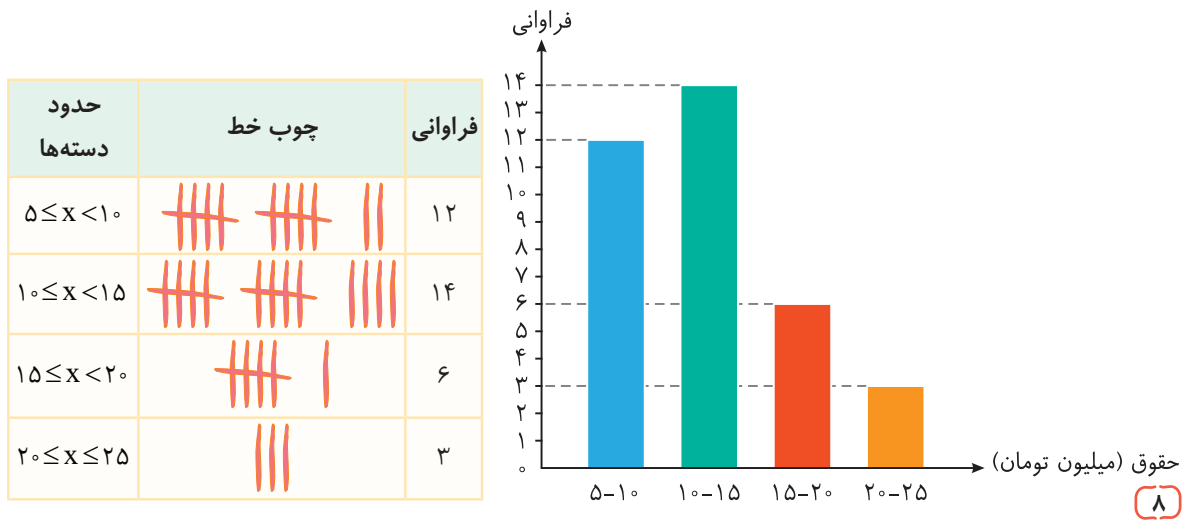
ب)



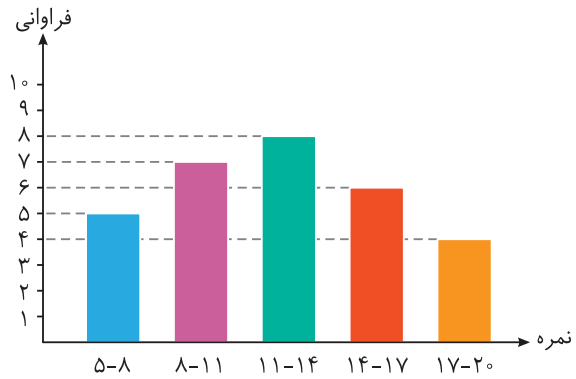
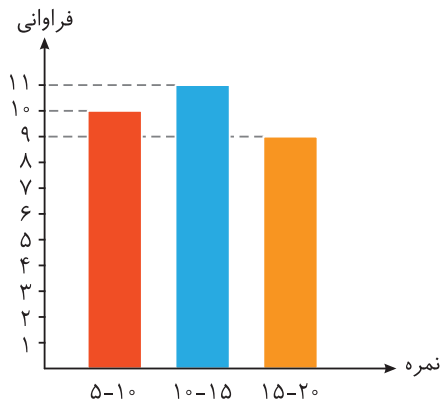
۷

الف) میلیون تومان $25 - 5 = 20$ = دامنه تغییرات \Rightarrow کمترین حقوق = ۵، بیشترین حقوق = ۲۵

ب) $\frac{20}{4} = 5$ = طول دسته



الف) ۵, ۵, ۶, ۶, ۷, ۸, ۸, ۸, ۹, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰



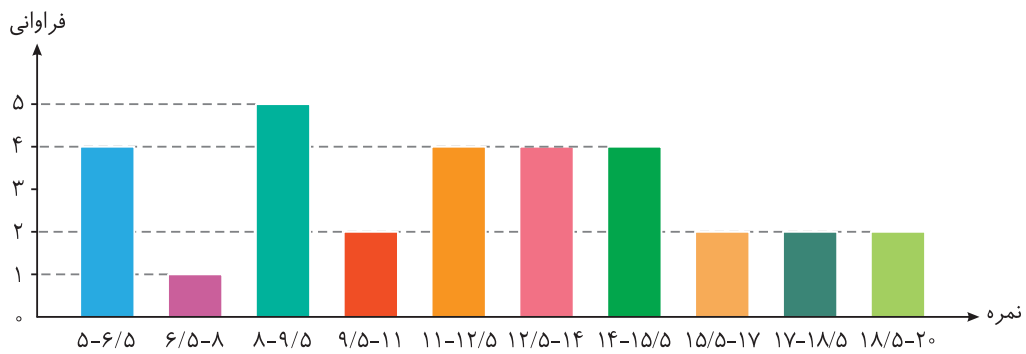
پ) دسته‌بندی سمت راست

ت) $20 - 5 = 15$ دامنه تغییرات \Rightarrow کمترین نمره = ۵، بیشترین نمره = ۲۰

طول دسته $= \frac{15}{10} = 1.5$



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$5 \leq x < 6/5$		۴
$6/5 \leq x < 8$		۱
$8 \leq x < 9/5$		۵
$9/5 \leq x < 11$		۲
$11 \leq x < 12/5$		۴
$12/5 \leq x < 14$		۴
$14 \leq x < 15/5$		۴
$15/5 \leq x < 17$		۲
$17 \leq x < 18/5$		۲
$18/5 \leq x \leq 20$		۲



این دسته‌بندی مناسب نیست.

درس دوم: میانگین داده‌ها



درست یا نادرست

الف) نادرست ب) نادرست پ) درست

کامل کنید

الف) میانگین ب) مرکز دسته پ) a

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲)

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 16 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3 \times 16 = 48$$

ب) گزینه (۲)

$$x_4 = 20 \Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{48 + 20}{4} = \frac{68}{4} = 17$$

$$\frac{x + (-6) + 10}{3} = 8 \Rightarrow \frac{x + 4}{3} = 8 \Rightarrow x + 4 = 24 \Rightarrow x = 20$$

پ) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $\bar{x} = \frac{5 + 3 + 5 + 8 + 11 + 5 + 17}{5} = \frac{45}{5} = 9$

ب) $\bar{x} = \frac{-4 + 18 + x + 3 + 5 - x + 14}{6} = \frac{36}{6} = 6$

پ) $14, 21, 28, \dots, 98 \Rightarrow \bar{x} = \frac{14 + 21 + 28 + \dots + 98}{13} = \frac{728}{13} = 56$

ت) $1, 4, 9, \dots, 81 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81}{9} = \frac{285}{9} = \frac{95}{3}$

۲

الف) $\bar{x} = \frac{28 + 35 + 32 + 26 + 34 + 24 + 28 + 26 + 37 + 35}{10} = \frac{305}{10} = 30.5$

ب) کوچک‌تر از میانگین: ۲۸, ۲۶, ۲۴, ۲۸, ۲۶ بزرگ‌تر از میانگین: ۳۵, ۳۲, ۳۴, ۳۷, ۳۵

پ) $(25 - 30.5) + (32 - 30.5) + (34 - 30.5) + (37 - 30.5) + (35 - 30.5) = 4.5 + 1.5 + 3.5 + 6.5 + 4.5 = 20.5$

ت) $(28 - 30.5) + (26 - 30.5) + (24 - 30.5) + (28 - 30.5) + (26 - 30.5)$

$= (-2.5) + (-4.5) + (-6.5) + (-2.5) + (-4.5) = -20.5$



۳

$$S = \text{نمرات ۵ درس} \Rightarrow \bar{x} = \frac{S}{5} \Rightarrow 17/2 = \frac{S}{5} \Rightarrow S = 17/2 \times 5 = 86$$

$$S' = \text{نمرات ۶ درس} \Rightarrow \bar{x}' = \frac{S'}{6} \Rightarrow 17 = \frac{S'}{6} \Rightarrow S' = 17 \times 6 = 102$$

$$S' = S + \text{نمره درس ششم} \Rightarrow \text{نمره درس ششم} = S' - S = 102 - 86 = 16$$

۴

$$S = \text{مجموع نمرات ۷ درس} \Rightarrow 16 = \frac{S}{7} \Rightarrow S = 16 \times 7 = 112$$

$$\text{بهترین میانگین} = \frac{S + 20 + 20}{9} = \frac{112 + 40}{9} = \frac{152}{9} \approx 16/8 \Rightarrow \text{بهترین افزایش میانگین} = 16/8 - 16 = 0/8$$

۵

۱۷۳, ۱۶۹, ۱۷۱, ۱۷۵, ۱۶۶, ۱۶۸, ۱۷۰

۶

الف

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$45 \leq x < 55$	۴	۵۰	۲۰۰
$55 \leq x < 65$	۶	۶۰	۳۶۰
$65 \leq x < 75$	۸	۷۰	۵۶۰
$75 \leq x < 85$	۴	۸۰	۳۲۰
$85 \leq x < 95$	۴	۹۰	۳۶۰
مجموع	۲۶		۱۸۰۰

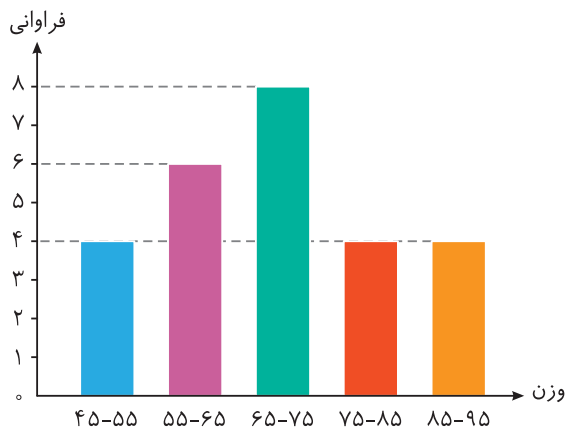
$$\text{ب) } \bar{x} = \frac{200 + 360 + 560 + 320 + 360}{26} = \frac{1800}{26} = \frac{900}{13} \approx 69/2$$

$$S = 55 + 87 + 71 + 65 + 59 + 63 + 67 + 74 + 79 + 89 + 83 + 91 + 51$$

$$\text{پ) } +49 + 47 + 54 + 59 + 63 + 68 + 65 + 67 + 84 + 81 + 89 + 63 + 67 = 1790$$

$$\bar{x} = \frac{1790}{26} = \frac{895}{13} \approx 68/8$$

ت)



۷)

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$۲۰ \leq x < ۲۵$	۴	$۲۲/۵$	۹۰
$۲۵ \leq x < ۳۰$	۱۱	$۲۷/۵$	$۳۰۲/۵$
$۳۰ \leq x < ۳۵$	۱۸	$۳۲/۵$	۵۸۵
$۳۵ \leq x < ۴۰$	۹	$۳۷/۵$	$۳۳۷/۵$
$۴۰ \leq x \leq ۴۵$	۲	$۴۲/۵$	۸۵
مجموع	۴۴		۱۴۰۰

۸)

الف) $S = ۱۲ \times \bar{x} = ۱۲ \times \frac{S}{۱۲} \Rightarrow S = ۱۶/۲۵ = \frac{S}{۱۲} \Rightarrow S = ۱۶/۲۵ \times ۱۲ = ۱۹۵$

$S' = ۱۹۵ - ۸ = ۱۸۷ \Rightarrow \bar{x}' = \frac{۱۸۷}{۱۱} = ۱۷$

ب) $S'' = ۱۹۵ - ۸ - ۹ = ۱۷۸ \Rightarrow \bar{x}'' = \frac{۱۷۸}{۱۰} = ۱۷/۸$

۹) الف) کمتر از ۱۰ میلیون تومان

ب) $S = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$ میلیون تومان $\bar{x} = \frac{S}{۲۰} \Rightarrow ۱۰ = \frac{S}{۲۰} \Rightarrow S = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$

$S' = S - ۴۸ = ۲۰۰ - ۴۸ = ۱۵۲$ میلیون تومان $\bar{x}' = \frac{۱۵۲}{۱۹} = ۸$

۱۰)

$\bar{x}_{الف} = \frac{S_{الف}}{۲۵} \Rightarrow ۱۹ = \frac{S_{الف}}{۲۵} \Rightarrow S_{الف} = ۱۹ \times ۲۵ = ۴۷۵$

$S'_{الف} = ۴۷۵ - ۲۰ + ۸ = ۴۶۳ \Rightarrow \bar{x}'_{الف} = \frac{۴۶۳}{۲۵} = ۱۸/۵۲$

$\bar{x}_{ب} = \frac{S_{ب}}{۲۵} \Rightarrow ۱۸ = \frac{S_{ب}}{۲۵} \Rightarrow S_{ب} = ۱۸ \times ۲۵ = ۴۵۰$

$S'_{ب} = ۴۵۰ - ۸ + ۲۰ = ۴۶۲ \Rightarrow \bar{x}'_{ب} = \frac{۴۶۲}{۲۵} = ۱۸/۴۸$



۱۱

$$\bar{x}_1 = \frac{S_1}{5} \Rightarrow 30 = \frac{S_1}{5} \Rightarrow S_1 = 30 \times 5 = 150 \text{ درجه سانتی گراد}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{S_2}{10} \Rightarrow 21 = \frac{S_2}{10} \Rightarrow S_2 = 21 \times 10 = 210 \text{ درجه سانتی گراد}$$

$$S = S_1 + S_2 = 150 + 210 = 360 \Rightarrow \bar{x} = \frac{S}{5+10} = \frac{360}{15} = 24 \text{ درجه سانتی گراد}$$

۱۲

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$35 \leq x < 45$	۳	۴۰	۱۲۰
$45 \leq x < 55$	۱۵	۵۰	۷۵۰
$55 \leq x < 65$	۲۰	۶۰	۱۲۰۰
$65 \leq x < 75$	۱۷	۷۰	۱۱۹۰
$75 \leq x < 85$	۸	۸۰	۶۴۰
$85 \leq x < 95$	۲	۹۰	۱۸۰
مجموع	۶۵		۴۰۸۰

$$\bar{x} = \frac{4080}{65} \approx 62.77$$

درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس



درست یا نادرست  

الف) نادرست ب) نادرست ب) نادرست ب) نادرست

کامل کنید

الف) مطلوب - ممکن ب) $\frac{1}{2}$ ب) ۷

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) گزینه (۲) ب) گزینه (۱) ب) گزینه (۲)

تمرین‌های تشریحی

۱

الف) $۵+۳+۶=۱۴$

ب) $\text{احتمال سبز بودن} = \frac{۳}{۱۴}$

ب) $\text{احتمال قرمز نبودن} = \frac{۵+۳}{۱۴} = \frac{۸}{۱۴} = \frac{۴}{۷}$

ت) $\text{احتمال آبی یا قرمز بودن} = \frac{۵+۶}{۱۴} = \frac{۱۱}{۱۴}$

۲

الف) $\text{احتمال مضرب ۷ بودن} = \frac{۴}{۳۰} = \frac{۲}{۱۵}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۴ \Rightarrow ۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸

ب) $\text{احتمال مقسوم علیه ۲۴ بودن} = \frac{۸}{۳۰} = \frac{۴}{۱۵}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۸ \Rightarrow ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴

ب) $\text{احتمال اول بودن} = \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۱۰ \Rightarrow ۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹

حالت‌های مطلوب: ۴, ۶, ۸, ۹, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۱, ۲۲, ۲۴, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۸, ۳۰

ت) $\text{احتمال مرکب بودن} = \frac{۱۹}{۳۰}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۱۹

ث) $\text{احتمال نه اول و نه مرکب} = \frac{۱}{۳۰}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۱ \Rightarrow حالت‌های مطلوب

ج) $\text{احتمال مجموع ارقام برابر ۹ باشد} = \frac{۳}{۳۰} = \frac{۱}{۱۰}$ \Rightarrow تعداد حالت‌های مطلوب = ۳ \Rightarrow ۹, ۱۸, ۲۷



۳

الف) $\text{احتمال} = \frac{186}{365} \Rightarrow \text{تعداد روزهای مطلوب} = 6 \times 31 = 186$

ب) $\text{احتمال} = \frac{12}{365} \Rightarrow \text{تعداد روزهای مطلوب} = 12$

پ) $\text{احتمال} = \frac{6}{365} \Rightarrow \text{تعداد روزهای مطلوب} = 6$

ت) $\text{احتمال} = \frac{272}{365} \Rightarrow \text{تعداد روزهای مطلوب} = 365 - 3 \times 31 = 365 - 93 = 272$

ث) $\text{احتمال} = \frac{1}{365} \Rightarrow \text{تعداد روزهای مطلوب} = 1$

الف) عدد رو شده زوج باشد.

ب) عدد رو شده مرکب باشد.

پ) عدد رو شده بزرگتر از ۲ باشد.

ت) عدد رو شده یا اول باشد یا مرکب.

ث) عدد رو شده منفی باشد.

ج) عدد رو شده کمتر از ۷ باشد.

۴

الف) $\text{احتمال سبز} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 4, \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 12$

ب) $\text{احتمال غیر قرمز} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 9$

پ) $\text{احتمال سبز یا آبی} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 9$

اعداد روی وجه‌ها: ۷, ۹, ۱۸, ۲۴, ۳۳, ۳۶

۵

الف) $\text{احتمال} = \frac{5}{12} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 5, \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 12$

ب) $\text{احتمال} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 8$

پ) $\text{احتمال} = \frac{17}{32} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 17$

ت) $\text{احتمال} = \frac{3}{32} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 3$

ث) $\text{احتمال} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 4$

۶

۷

۸



۹

تعداد حالت‌های ممکن \times احتمال = تعداد حالت‌های مطلوب

$$۵۰ = \text{سبز} + \text{قرمز} \Rightarrow ۵۰ = \frac{۲}{۳} \times ۷۵ = \text{تعداد غیر آبی} \Rightarrow \text{احتمال آبی نبودن} = \frac{۲}{۳}$$

$$۴۵ = \text{آبی} + \text{قرمز} \Rightarrow ۴۵ = \frac{۳}{۵} \times ۷۵ = \text{تعداد غیر سبز} \Rightarrow \text{احتمال سبز نبودن} = \frac{۳}{۵}$$

$$۲۵ = \text{آبی} \Rightarrow ۷۵ = \text{آبی} + ۵۰ = \text{سبز} + \text{آبی} + \text{قرمز}$$

$$۳۰ = \text{سبز} \Rightarrow ۷۵ = \text{سبز} + ۴۵ = \text{سبز} + \text{آبی} + \text{قرمز}$$

$$۲۰ = \text{قرمز} \Rightarrow ۷۵ = \text{قرمز} + ۲۵ + ۳۰ = \text{قرمز} + \text{سبز} + \text{آبی}$$

(پ) نادرست

(ب) درست

(الف) نادرست

۱۱

$$\frac{۱}{۹} = \text{احتمال هر دانش‌آموز} \Rightarrow ۹ = ۲ + ۳ + ۴ = \text{تعداد حالت‌های ممکن (الف)}$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۹} = \text{احتمال پایه هشتمی} \Rightarrow ۳ = \text{تعداد پایه هشتمی (ب)}$$

$$\frac{۴}{۹} = \text{احتمال پایه نهمی} \Rightarrow ۴ = \text{تعداد پایه نهمی}, \frac{۲}{۹} = \text{احتمال پایه هفتمی} \Rightarrow ۲ = \text{تعداد پایه هفتمی (پ)}$$

احتمال بردن دانش‌آموز پایه نهم بیشتر است.



درس چهارم: بررسی حالت‌های ممکن

درست یا نادرست  

(پ) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

کامل کنید

(پ) ۳

(ب) یک - دو

(الف) $2^3 = 8$

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) گزینه (۲)

سکه تاس دوم تاس اول

$$6 \times 6 \times 2 = 72$$

(ب) گزینه (۲)

۹ حالت $\Rightarrow 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93$ عدد دو رقمی با یکان ۳۱۰ حالت $\Rightarrow 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39$ عدد دو رقمی با دهگان ۳

(ب) گزینه (۱)

۹ حالت $\Rightarrow (1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)$

تمرین‌های تشریحی

۱

تاس عقربه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۷-۱	۷-۲	۷-۳	۷-۴	۷-۵	۷-۶
۸	۸-۱	۸-۲	۸-۳	۸-۴	۸-۵	۸-۶
۹	۹-۱	۹-۲	۹-۳	۹-۴	۹-۵	۹-۶
۱۰	۱۰-۱	۱۰-۲	۱۰-۳	۱۰-۴	۱۰-۵	۱۰-۶
۱۱	۱۱-۱	۱۱-۲	۱۱-۳	۱۱-۴	۱۱-۵	۱۱-۶

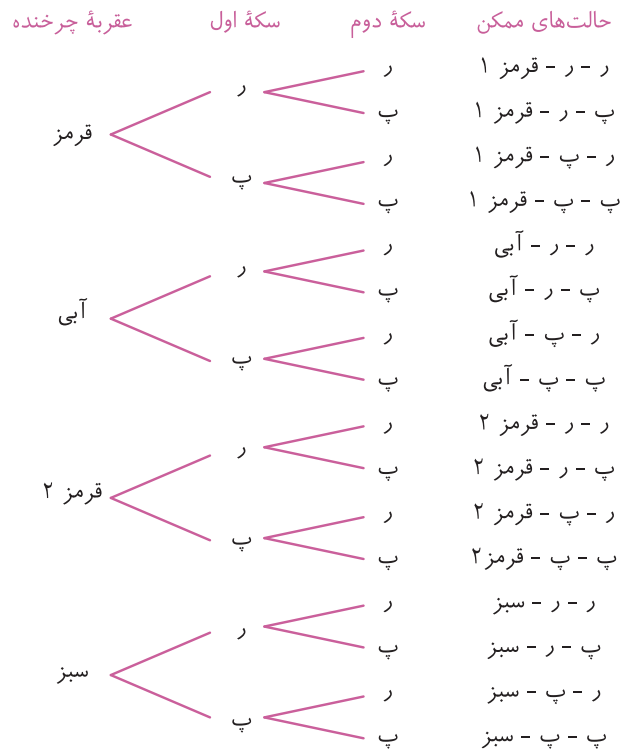
الف) $۵ \times ۶ = ۳۰$ ، تعداد حالت‌های ممکن = ۳۰، $۶ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۶}{۳۰} = \frac{۱}{۵}$

ب) $۱۳ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۱۳}{۳۰}$ پ) $۱ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۱}{۳۰}$

ت) $۲ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۲}{۳۰} = \frac{۱}{۱۵}$ ث) $۲۹ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۲۹}{۳۰}$

ج) $۳۰ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۳۰}{۳۰} = ۱$

۲



الف) $۴ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$ ، تعداد حالت‌های ممکن = ۱۶، $۲ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{۸}$

ب) $۶ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$

پ) $۳ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۳}{۱۶}$

ت) $۴ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴}$

۳

الف) $(۴ + ۳ + ۲) \times ۱۰ = ۹ \times ۱۰ = ۹۰$ ، تعداد حالت‌های ممکن = ۹۰، $۴ \times ۵ = ۲۰ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۲۰}{۹۰} = \frac{۲}{۹}$

ب) $۶ \times ۶ = ۳۶ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۳۶}{۹۰} = \frac{۲}{۵}$

پ) $۳ \times ۳ = ۹ \Rightarrow$ احتمال = $\frac{۹}{۹۰} = \frac{۱}{۱۰}$



ت) $\text{احتمال} = \frac{0}{90} = 0 \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 0 \times 1 = 0$

۴

الف) نوع $3 \times 3 \times 2 = 18 = \text{تعداد حالت‌های ممکن} = \text{تعداد انواع لباس‌ها}$

ب) $\text{احتمال} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 2 \times 2 \times 1 = 4$

۵

الف) $\text{احتمال} = \frac{1}{125} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 1 = \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 5 \times 5 \times 5 = 125$

ب) $\text{احتمال} = \frac{1}{20} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 1 = \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 2 \times 5 \times 2 = 20$

۶

$\text{احتمال} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 2 = \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

$1 + 2 + 8 + 10 = 21 = \text{تعداد دانش‌آموزان}$

۱ گزینه (۲)

$\bar{x} = \frac{2/5 \times 1 + 7/5 \times 2 + 12/5 \times 8 + 17/5 \times 10}{21} = \frac{2/5 + 14/5 + 96/5 + 170/5}{21} = \frac{292/5}{21} = 14$

۲ گزینه (۲)

بر ۶ بخش پذیر $\bar{x} = \frac{S}{n} \Rightarrow 6 = \frac{S}{n} \Rightarrow S = 6n$

۳ گزینه (۲)

۴ گزینه (۴)

$\bar{x} = \frac{S}{n} \Rightarrow 17/5 = \frac{S}{6} \Rightarrow S = 17/5 \times 6 = 10.5$

$\Rightarrow S' - S = 144 - 10.5 = 39 \Rightarrow \text{میانگین دو درس} = \frac{39}{2} = 19.5$

$\bar{x}' \geq 18 \Rightarrow 18 = \frac{S'}{8} \Rightarrow S' = 18 \times 8 = 144$

۵ گزینه (۳)

$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 98 = (2 \times 1) + (2 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + (2 \times 49) = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 49) = 2 \times \frac{49 \times 50}{2} = 49 \times 50 = 2450$

$n = 49 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2450}{49} = 50$

$\text{احتمال} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 4 = 3 + 5 + 4 = 12 = \text{تعداد حالت‌های ممکن}$

۶ گزینه (۱)

$\text{احتمال} = \frac{6}{186} = \frac{1}{31} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 6 = 6 \times 31 = 186 = \text{تعداد حالت‌های ممکن}$

۷ گزینه (۲)

$\text{احتمال} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 4 = \text{تعداد حالت‌های ممکن} = 6$

۸ گزینه (۲)

$6 \times 6 \times 2 = 72 = \text{تعداد حالت‌های ممکن}$

۹ گزینه (۳)

$3 \times 2 \times 4 = 24 = \text{تعداد حالت‌های ممکن}$

۱۰ گزینه (۴)

امتحان فصل هشتم

الف) ۱ ×

ب) ✓

پ) ×

ت) ×

الف) ۲ مجموع آنها - تعداد آنها

ب) $\frac{1}{3}$

پ) دامنه تغییرات

۳

الف) دامنه تغییرات \Rightarrow کمترین داده = ۴۸، بیشترین داده = ۷۲،

$$S = ۶۵ + ۶۳ + ۷۲ + ۵۸ + ۷۱ + ۶۲ + ۶۷ + ۶۵ + ۵۸ + ۵۵ + ۵۹$$

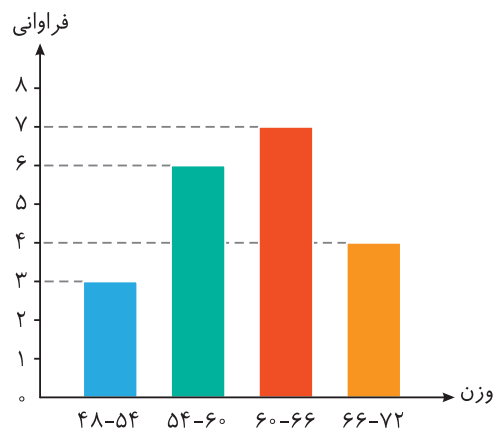
ب) $+۶۱ + ۶۵ + ۶۳ + ۵۹ + ۵۲ + ۴۸ + ۷۰ + ۵۲ + ۵۶ = ۱۲۲۱$ ، $n = ۲۰$

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{۱۲۲۱}{۲۰} = ۶۱.۰۵$$

پ) طول دسته $= \frac{۲۴}{۴} = ۶$

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$۴۸ \leq x < ۵۴$		۳
$۵۴ \leq x < ۶۰$		۶
$۶۰ \leq x < ۶۶$		۷
$۶۶ \leq x \leq ۷۲$		۴

ت)



الف) ۴ نمودار خط شکسته

ب) نمودار دایره‌ای



الف) $S = \frac{1}{7} + \frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{7}{7} + \frac{9}{7} + \frac{11}{7} + \frac{13}{7} = \frac{49}{7} = 7$

$n = 7 \Rightarrow \bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{7}{7} = 1$

ب) $S = (a - 2k) + (a - k) + a + (a + k) + (a + 2k) = 5a$

$n = 5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{5a}{5} = a$

$\bar{x} = \frac{S}{n} \Rightarrow 17 = \frac{S}{5} \Rightarrow S = 17 \times 5 = 85$

$S' = S + 14 = 85 + 14 = 99 \Rightarrow \bar{x}' = \frac{S'}{6} = \frac{99}{6} = 16.5$



حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$0 \leq x < 6$	۱۰	۳	۳۰
$6 \leq x < 12$	۲۵	۹	۲۲۵
$12 \leq x \leq 18$	۱۵	۱۵	۲۲۵
مجموع	۵۰		۴۸۰

$\bar{x} = \frac{30 + 225 + 225}{50} = \frac{480}{50} = 9.6$



الف) تعداد حالت‌های هم‌شانس = $3 + 6 + 9 = 18$

ب) احتمال = $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب

پ) احتمال = $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب

ت) احتمال = $\frac{15}{18} = \frac{5}{6}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب



الف) احتمال = $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب = ۲۰، تعداد حالت‌های ممکن = ۶۰

ب) احتمال = $\frac{48}{60} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب = ۴۸

پ) احتمال = $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$ ⇒ تعداد حالت‌های مطلوب = ۶، حالت‌های مطلوب: ۷، ۱۶، ۲۵، ۳۴، ۴۳، ۵۲



الف) تعداد حالت‌های ممکن $= 6 \times 8 = 48$

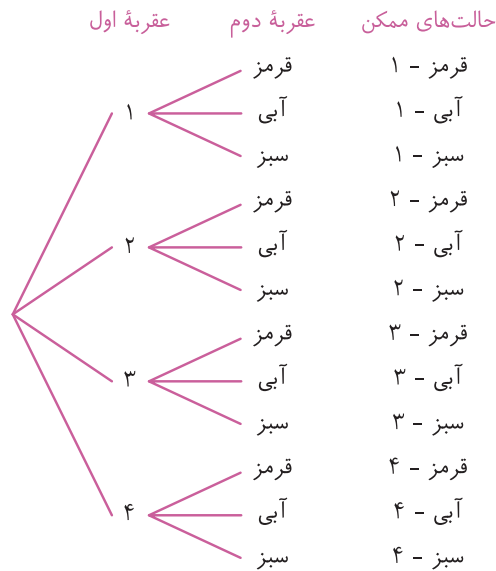
$$\text{احتمال} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 3 \times 4 = 12$$

ب) $\text{احتمال} = \frac{9}{48} = \frac{3}{16} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 3 \times 3 = 9$

پ) حالت‌های مطلوب: $3-10, 4-9, 4-10, 5-8, 5-9, 5-10, 6-7, 6-8, 6-9, 6-10$

$$\text{احتمال} = \frac{10}{48} = \frac{5}{24} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 10$$

$\text{احتمال} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16} \Rightarrow \text{تعداد حالت‌های مطلوب} = 3 \times 5 = 15$

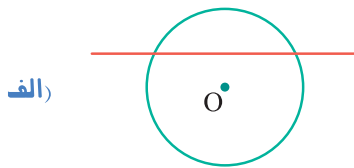


فصل نهم

دايره



۲



$R=5, d=3 \Rightarrow$ نقطه مشترک ۲



$R=6, d=8 \Rightarrow$ بدون نقطه مشترک



$R=4/5, d=4/5 \Rightarrow$ نقطه مشترک ۱

۳

الف) $\hat{O} + \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow 55^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x + 145^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$

ب) $\hat{O} + \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow x + 90^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 105^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 75^\circ$

پ) $\triangle OBA: \hat{O} + \hat{B} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow 48^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x + 138^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 42^\circ$

$\triangle OBC: \hat{O} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow y + 90^\circ + 25^\circ = 180^\circ \Rightarrow y + 115^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 65^\circ$

۴

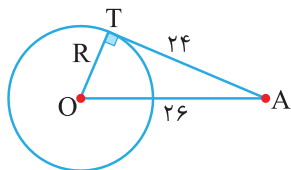
الف) $\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + x^2 \Rightarrow 100 = 36 + x^2 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$

ب) $\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow x^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$

پ) $\triangle OAB: \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow 13^2 = x^2 + 5^2 \Rightarrow 169 = x^2 + 25 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = 12$

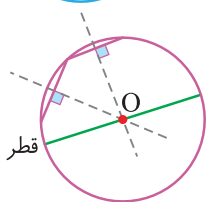
$\triangle OBC: \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \overline{OC}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow y^2 = x^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400 \Rightarrow x = \sqrt{400} = 20$

۵



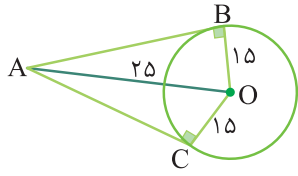
$\overline{OA}^2 = \overline{AT}^2 + \overline{OT}^2 \Rightarrow 26^2 = R^2 + 24^2 \Rightarrow 676 = R^2 + 576$

$R^2 = 100 \Rightarrow R = 10$



۶) رسم دو وتر غیرموازی، رسم عمودمنصف‌های دو وتر، پیدا کردن نقطه تلاقی (مرکز دایره)، کامل

کردن دایره، رسم یک قطر دایره



$$\begin{aligned} \triangle OAB: \overline{OA}^2 &= \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow 25^2 = 15^2 + \overline{AB}^2 \\ 625 &= 225 + \overline{AB}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 400 \Rightarrow \overline{AB} = 20 \\ \overline{AC} &= \overline{AB} = 20 \end{aligned}$$

$$\text{محيط} = \overline{AB} + \overline{BO} + \overline{OC} + \overline{CA} = 20 + 15 + 15 + 20 = 70, \quad \text{مساحت} = 2S_{AOB} = 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{AB} = 15 \times 20 = 300$$

(7)

$$\begin{aligned} \overline{CN} = \overline{CP} = y, \quad \overline{AC} = \overline{AN} + \overline{CN} \Rightarrow 9 = \overline{AN} + y \Rightarrow \overline{AN} = 2 \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN} = 2 \\ \overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} \Rightarrow 5 = 2 + x \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$

(8)

$$\begin{aligned} \overline{EQ} = 1 \Rightarrow \overline{ER} = \overline{EQ} = 1, \quad \overline{AE} = \overline{AR} + \overline{ER} \Rightarrow 2 = \overline{AR} + 1 \Rightarrow \overline{AR} = 1 \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AR} = 1 \\ \overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} \Rightarrow 3 = 1 + \overline{MB} \Rightarrow \overline{MB} = 2 \Rightarrow \overline{BN} = \overline{MB} = 2 \\ \overline{ED} = \overline{EQ} + \overline{QD} \Rightarrow 2 = 1 + \overline{QD} \Rightarrow \overline{QD} = 1 \Rightarrow \overline{DP} = \overline{QD} = 1 \\ \overline{CD} = \overline{CP} + \overline{DP} \Rightarrow 2/5 = \overline{CP} + 1 \Rightarrow \overline{CP} = 1/5 \Rightarrow \overline{CN} = \overline{CP} = 1/5 \\ \overline{EQ} = \overline{ER} = 1 \Rightarrow \overline{AE} = \overline{AR} + \overline{RE} \Rightarrow \overline{AR} = 1 \Rightarrow \overline{AR} = \overline{AM} = 1 \\ \overline{AB} = \overline{AM} + \overline{MB} \Rightarrow \overline{MB} = 2 \Rightarrow \overline{MB} = \overline{BN} = 2 \\ \overline{BC} = \overline{BN} + \overline{CN} = 2 + 1/5 = 3/5 \end{aligned}$$

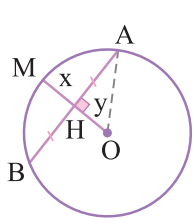
(9)

$$\begin{aligned} \overline{BO} = \overline{CO} = 2, \quad \overline{AC} = \overline{AB} = 7 \\ \triangle OAB: \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \overline{OA}^2 = \overline{BO}^2 + \overline{AB}^2 = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{53} \end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned} \triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \Rightarrow 15^2 = 9^2 + \overline{AH}^2 \Rightarrow 225 = 81 + \overline{AH}^2 \Rightarrow \overline{AH}^2 = 144 \Rightarrow \overline{AH} = 12 \\ \overline{OH} \perp \overline{AB} \Rightarrow \overline{AB} = 2 \times \overline{AH} = 2 \times 12 = 24 \end{aligned}$$

(11)



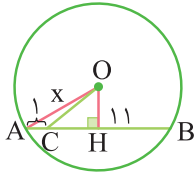
$$\begin{aligned} \overline{AH} = \overline{BH} \Rightarrow \overline{OH} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \\ R = \frac{14}{2} = 7 \quad \triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow 7^2 = 5^2 + y^2 \\ 49 = 25 + y^2 \Rightarrow y^2 = 24 \Rightarrow y = \sqrt{24} \\ \overline{OM} = x + y \Rightarrow 7 = x + \sqrt{24} \Rightarrow x = 7 - \sqrt{24} \end{aligned}$$

(12)

$$\begin{aligned} \overline{OH} \perp \overline{AB} \Rightarrow \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{6} = 4\sqrt{6}, \quad R = \frac{22}{2} = 11 \\ \triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \Rightarrow 11^2 = \overline{OH}^2 + (4\sqrt{6})^2 \Rightarrow 121 = \overline{OH}^2 + 96 \Rightarrow \overline{OH}^2 = 25 \Rightarrow \overline{OH} = 5 \\ \overline{OM} = \overline{OH} + \overline{MH} \Rightarrow 11 = 5 + \overline{MH} \Rightarrow \overline{MH} = 6 \end{aligned}$$

(13)

۱۴



$$OH \perp AC \Rightarrow \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times (1+1) = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

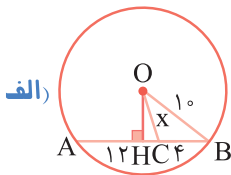
$$\overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH} = 1 - 1 = 0$$

$$\triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow 2^2 = 1^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow 4 = 1 + \overline{OH}^2$$

$$\overline{OH}^2 = 3 \Rightarrow \overline{OH} = \sqrt{3} = \sqrt{1 \times 3} = 1 \times \sqrt{3}$$

$$\triangle OCH: \overline{OC}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow x^2 = 0^2 + (\sqrt{3})^2 = 0 + 3 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

۱۵



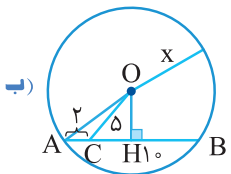
$$OH \perp AC \Rightarrow \overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times (1+4) = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$\overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH} = 4 - 1 = 3$$

$$\triangle OHB: \overline{OB}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{BH}^2 \Rightarrow 5^2 = \overline{OH}^2 + 2.5^2 \Rightarrow 25 = \overline{OH}^2 + 6.25$$

$$\overline{OH}^2 = 18.75 \Rightarrow \overline{OH} = 4.33$$

$$\triangle OCH: \overline{OC}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{CH}^2 \Rightarrow x^2 = 18.75 + 9 = 27.75 \Rightarrow x = \sqrt{27.75} = \sqrt{111} = 10.54$$



$$OH \perp AC \Rightarrow \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times (2+10) = \frac{12}{2} = 6$$

$$\overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH} = 10 - 6 = 4$$

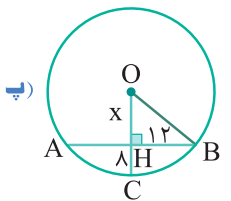
$$\triangle OCH: \overline{OC}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{CH}^2 \Rightarrow 6^2 = \overline{OH}^2 + 4^2 \Rightarrow 36 = \overline{OH}^2 + 16$$

$$\overline{OH}^2 = 20 \Rightarrow \overline{OH} = 4.47$$

$$\triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 = 20 + 36 = 56 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{56} = \sqrt{4 \times 14} = 2\sqrt{14}$$

$$x = R = \overline{OA} = 2\sqrt{14}$$

$$\overline{OB} = \overline{OC} = x + 8$$

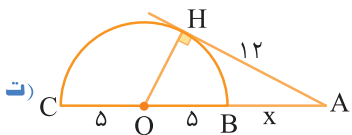


$$\triangle OBH: \overline{OB}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{BH}^2 \Rightarrow (x+8)^2 = x^2 + 14^2$$

$$(x+8)(x+8) = x^2 + 196 \Rightarrow x^2 + 16x + 64 = x^2 + 196$$

$$16x = 132 \Rightarrow x = 8.25$$

$$\overline{OH} = \overline{OB} = \overline{OC} = R = 13$$



$$\triangle OAH: \overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\overline{OA} = 13 \Rightarrow x + 5 = 13 \Rightarrow x = 8$$

$$\overline{OH} = \overline{OA} = R = 13$$

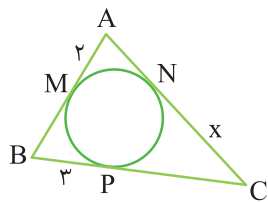


$$\triangle OHB: \overline{OB}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{BH}^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + x^2 \Rightarrow 25 = 16 + x^2$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$



۱۶



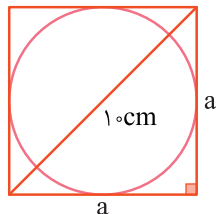
$$\overline{AN} = \overline{AM} = 2, \quad \overline{BM} = \overline{BP} = 3, \quad \overline{CP} = \overline{CN} = x$$

$$\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{BM} = 2 + 3 = 5, \quad \overline{AC} = \overline{AN} + \overline{CN} = 2 + x$$

$$\overline{BC} = \overline{BP} + \overline{CP} = 3 + x$$

$$\text{محیط} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \Rightarrow 18 = 5 + (2 + x) + (3 + x) \Rightarrow 18 = 10 + 2x = 2x + 8 \Rightarrow x = 4$$

۱۷

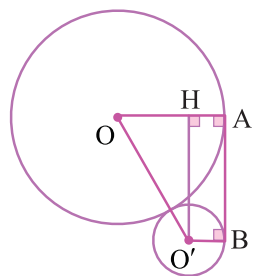


$$10^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 100 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 50 \Rightarrow a = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{قطر دایره} = a = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

تمرین‌های ویژه

۱



$$\overline{OH} = \overline{OA} - \overline{AH} = \overline{OA} - \overline{O'B} = 3 - 1 = 2$$

$$\triangle OO'H: \overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \Rightarrow 4^2 = 2^2 + \overline{AB}^2$$

$$16 = 4 + \overline{AB}^2 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 12 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

درس دوم: زاویه‌های مرکزی



درست یا نادرست



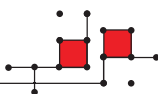
الف) نادرست

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست

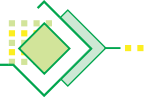
کامل کنید



الف) مرکزی

ب) ۴۰

پ) ۱۲۰



الف) گزینه (۲)

$$\widehat{AB} = 50^\circ \Rightarrow \hat{O} = 50^\circ \quad \overline{OA} = \overline{OB} = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$\triangle OAB: \hat{O} + \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 50^\circ + 2\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A} = 130^\circ \Rightarrow \hat{A} = 65^\circ$$

ب) گزینه (۱)

$$\text{طول کمان } AB = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 15 = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

پ) گزینه (۱)

$$\widehat{AC} = 2x, \quad \widehat{AC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 2x + x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

تمرین‌های تشریحی



۱

الف) اندازه کمان $= \frac{1}{15} \times 360^\circ = 24^\circ$, محیط دایره $= 2 \times \pi \times 15 = 30\pi$

$$\text{طول کمان} = \frac{24^\circ}{360^\circ} \times 30\pi = \frac{1}{15} \times 30\pi = 2\pi$$

ب) اندازه کمان $= \frac{1}{10} \times 360^\circ = 36^\circ$, طول کمان $= \frac{36^\circ}{360^\circ} \times 30\pi = \frac{1}{10} \times 30\pi = 3\pi$

پ) اندازه کمان $= \frac{5}{6} \times 360^\circ = 300^\circ$, طول کمان $= \frac{300^\circ}{360^\circ} \times 30\pi = \frac{5}{6} \times 30\pi = 25\pi$

ت) اندازه کمان $= \frac{2}{3} \times 360^\circ = 240^\circ$, طول کمان $= \frac{240^\circ}{360^\circ} \times 30\pi = \frac{2}{3} \times 30\pi = 20\pi$

ث) اندازه کمان $= \frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$, طول کمان $= \frac{180^\circ}{360^\circ} \times 30\pi = \frac{1}{2} \times 30\pi = 15\pi$

۲

الف) اندازه هر قسمت $= \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 2 \times 36^\circ = 72^\circ \Rightarrow \angle AOB = 72^\circ$

ب) طول کمان $AB = \frac{72^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 10 = \frac{1}{5} \times 20\pi = 4\pi$

۳

الف) $\widehat{AB} = \widehat{CD} = \widehat{MN} = 120^\circ$

$$\text{طول کمان } AB = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 3 = \frac{1}{3} \times 6\pi = 2\pi$$

ب) طول کمان $CD = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 6 = \frac{1}{3} \times 12\pi = 4\pi \Rightarrow \text{مجموع} = 2\pi + 4\pi + 6\pi = 12\pi$

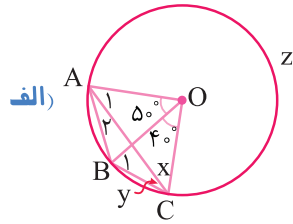
$$\text{طول کمان } MN = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 9 = \frac{1}{3} \times 18\pi = 6\pi$$



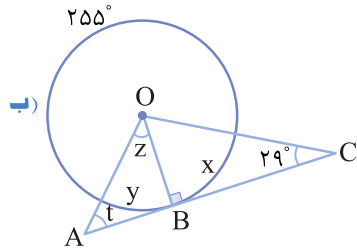
۴

- الف) $x = 49^\circ$ ب) $x + 278^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 82^\circ$
 پ) $\hat{O} = 4^\circ + 9^\circ = 13^\circ$, $\hat{O} + 2x = 180^\circ \Rightarrow 13^\circ + 2x = 180^\circ \Rightarrow 2x = 167^\circ \Rightarrow x = 83.5^\circ$
 ت) $\hat{O} = x$, $24^\circ + 24^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x + 48^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 132^\circ$

۵

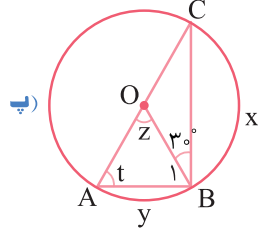


$$\begin{aligned} \hat{O} &= 4^\circ + 9^\circ = 13^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 9^\circ \Rightarrow z = 36^\circ - \widehat{AC} = 36^\circ - 9^\circ = 27^\circ \\ \overline{OA} = \overline{OC} = R &\Rightarrow \hat{A}_1 = x \\ \triangle OAC: \hat{O} + \hat{A}_1 + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow 13^\circ + x + x = 180^\circ \Rightarrow 2x = 167^\circ \Rightarrow x = 83.5^\circ \\ \overline{OB} = \overline{OC} = R &\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} = x + y = 45^\circ + y \\ \triangle OBC: \hat{O} + \hat{B}_1 + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow 4^\circ + 2(45^\circ + y) = 180^\circ \\ 9^\circ + 2y &= 14^\circ \Rightarrow 2y = 5^\circ \Rightarrow y = 2.5^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle OBC: \hat{O}_1 + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 + 9^\circ + 29^\circ = 180^\circ \\ \hat{O}_1 + 119^\circ &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 61^\circ \\ x = \hat{O}_1 &= 61^\circ \\ x + y + 255^\circ &= 360^\circ \Rightarrow 61^\circ + y + 255^\circ = 360^\circ \\ y + 316^\circ &= 360^\circ \Rightarrow y = 44^\circ \Rightarrow z = 44^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle OAC: \hat{O} + \hat{A} + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow (44^\circ + 61^\circ) + t + 29^\circ = 180^\circ \Rightarrow t + 134^\circ = 180^\circ \Rightarrow t = 46^\circ \\ \overline{OB} = \overline{OC} = R &\Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = 3^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle OBC: \hat{O} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 3^\circ + 3^\circ = 180^\circ \\ \hat{O} + 6^\circ &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 174^\circ \Rightarrow x = 174^\circ \\ z = 180^\circ - 174^\circ &= 6^\circ \Rightarrow y = 6^\circ \\ \overline{OA} = \overline{OB} = R &\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A} = t \end{aligned}$$

$$\triangle OAB: \hat{O} + \hat{A} + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow 6^\circ + t + t = 180^\circ \Rightarrow 2t = 174^\circ \Rightarrow t = 87^\circ$$

۶

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OC} = R \\ \overline{OB} = \overline{OD} = R \\ \widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AOB \cong \triangle COD$$

$$\widehat{AB} = 36^\circ \div 12 = 3^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 3^\circ \Rightarrow \angle AOB = 3^\circ$$

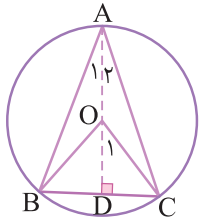
$$\overline{OA} = \overline{OB} = R \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA$$

$$\triangle AOB: \angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180^\circ \Rightarrow 3^\circ + 2\angle OAB = 180^\circ \Rightarrow 2\angle OAB = 177^\circ \Rightarrow \angle OAB = 88.5^\circ$$

$$\triangle OAC: \angle AOC + \angle OAB + \angle ABC + \angle BCO = 36^\circ \Rightarrow 2\angle OAB + 75^\circ + \angle ABC + \angle OAB = 36^\circ$$

$$6^\circ + 75^\circ + \angle ABC + 75^\circ = 36^\circ \Rightarrow 156^\circ + \angle ABC = 36^\circ \Rightarrow \angle ABC = -120^\circ$$

۷



$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OA} \\ \overline{OB} = \overline{OC} = R \\ \overline{AB} = \overline{AC} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle OAB \cong \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \text{AO نیمساز } \hat{A}$$

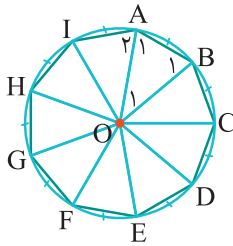
AO را از سمت O امتداد می‌دهیم تا وتر BC را در D قطع کند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \triangle ABC \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow OD \perp BC, \overline{BD} = \overline{CD}$$

$$\widehat{CD} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 50^\circ$$

$$\overline{OA} = \overline{OC} = R \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}, \hat{A}_2 + \hat{C} = \hat{O}_1 \Rightarrow 2\hat{A}_2 = 50^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 25^\circ \Rightarrow \hat{CAO} = 25^\circ$$

۸



دایره را به ۹ کمان 40° تقسیم می‌کنیم $\Rightarrow 360^\circ \div 9 = 40^\circ$
نقاط مشخص شده را به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{HI} = \widehat{IA} = 40^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HI} = \overline{IA} \Rightarrow \text{اضلاع برابرند}$$

$$\overline{OA} = \overline{OB} = R \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1, \widehat{AB} = 40^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 40^\circ$$

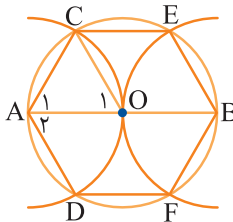
$$\triangle OAB: \hat{O}_1 + \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \Rightarrow 40^\circ + 2\hat{A}_1 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A}_1 = 140^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 70^\circ$$

$$\text{به روش مشابه: } \hat{A}_2 = 70^\circ \Rightarrow \hat{IAB} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 140^\circ$$

$$\text{به روش مشابه: } \hat{ABC} = \hat{BCD} = \hat{CDE} = \hat{DEF} = \hat{EFG} = \hat{FGH} = \hat{GHI} = \hat{HIA} = 140^\circ \Rightarrow \text{زاویه‌ها برابرند}$$

ABCDEFGHI یک نه ضلعی منتظم است

۹



قطر دلخواه AB از دایره را رسم می‌کنیم. دهانهٔ پرگار را به اندازهٔ شعاع دایره باز می‌کنیم و به مراکز A و B کمان‌هایی می‌زنیم تا دایره را در نقاط C, D, E, F قطع کند.

$$\overline{OA} = \overline{OB} = R \Rightarrow \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BE} = \overline{BF} = R$$

$$\triangle OAC: \overline{OC} = \overline{OA} = \overline{AC} = R \Rightarrow \text{مثلث متساوی‌الاضلاع است} \Rightarrow \hat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 60^\circ$$

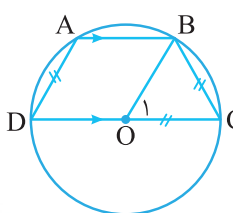
$$\text{به روش مشابه: } \widehat{BE} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CE} = 180^\circ - \widehat{AC} - \widehat{BE} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CE} = \widehat{AC} = \widehat{BE}$$

$$\text{به روش مشابه: } \widehat{AD} = \widehat{DF} = \widehat{BF} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{AD} = \widehat{DF} = \widehat{BF} = \widehat{BE} = \widehat{CE} \Rightarrow \text{اضلاع برابرند}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ \Rightarrow \hat{CAD} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 120^\circ$$

$$\text{یک شش‌ضلعی منتظم است ACEBFD} \Rightarrow \text{زاویه‌ها برابرند} \Rightarrow \hat{ADF} = \hat{DFB} = \hat{FBE} = \hat{BEC} = \hat{ECA} = 120^\circ$$

۱۰



$$\triangle OBC: \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{BC} \Rightarrow \text{مثلث متساوی‌الاضلاع}$$

$$\hat{O}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 60^\circ$$

$$\text{به روش مشابه: } \widehat{AD} = 60^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + \widehat{AB} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ$$

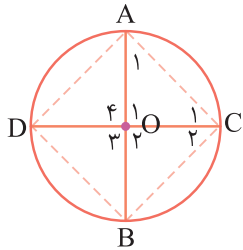


۱۱

$$\widehat{BOD}' = \widehat{AOD} = \widehat{DOC} \Rightarrow \widehat{BD}' = \widehat{CD}$$

$$\widehat{CD} + \widehat{BC} + \widehat{BD}' = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BD}' + 130^\circ + \widehat{BD}' = 180^\circ \Rightarrow 2\widehat{BD}' = 50^\circ \Rightarrow \widehat{BD}' = 25^\circ$$

۱۲



الف) $AB \perp CD \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 90^\circ$

$$\widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{DA} = 90^\circ$$

اضلاع برابرند: $\widehat{AC} = \widehat{CB} = \widehat{BD} = \widehat{DA}$ طبق الف

ب) $OA = OC = R \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{O}_1 = 90^\circ} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 45^\circ$

به روش مشابه: $\hat{C}_2 = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

مربع است \Rightarrow زاویه‌های قائمه $\hat{A} = \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ به روش مشابه

۱۳

$$\widehat{AC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 3x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$\widehat{AOD} + \widehat{BOD} = 180^\circ \Rightarrow x + \widehat{BOD} = 180^\circ \Rightarrow 36^\circ + \widehat{BOD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BOD} = 144^\circ$$

درس سوم: زاویه‌های محاطی



درست یا نادرست



الف) نادرست

ب) درست

پ) نادرست

کامل کنید

الف) محاطی

پرسش‌های دو گزینه‌ای

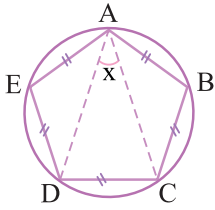
$$\hat{O} = 68^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 68^\circ \Rightarrow \hat{M} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{68^\circ}{2} = 34^\circ$$

زاویه‌های محاطی روبرو به یک کمان $x = 50^\circ$, $y = 20^\circ$

الف) گزینه (۲)

ب) گزینه (۱)

پ) گزینه (۱)



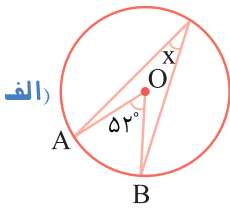
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EA}$$

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

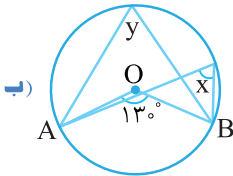
$$x = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

تمرین های تشریحی

۱

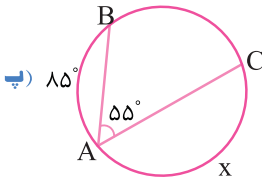


$$\hat{O} = 52^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 52^\circ \Rightarrow x = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$$



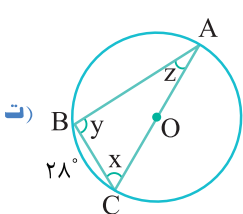
$$\hat{O} = 13^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 13^\circ \Rightarrow x = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{13^\circ}{2} = 6.5^\circ$$

$$y = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{13^\circ}{2} = 6.5^\circ$$



$$\hat{A} = 55^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2 \times \hat{A} \Rightarrow 2 \times 55^\circ = 110^\circ$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CA} = 360^\circ \Rightarrow 85^\circ + 110^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x + 195^\circ = 360^\circ \Rightarrow x = 165^\circ$$

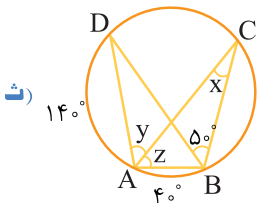


$$\widehat{BC} = 28^\circ \Rightarrow z = \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{28^\circ}{2} = 14^\circ$$

$$\widehat{AC} = 18^\circ \Rightarrow y = 9^\circ$$

$$\triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 14^\circ + 9^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x + 23^\circ = 180^\circ$$

$$x = 157^\circ$$

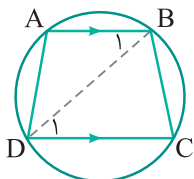


$$\widehat{AB} = 4^\circ \Rightarrow x = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{4^\circ}{2} = 2^\circ$$

$$\hat{B} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 2 \times \hat{B} = 2 \times 5^\circ = 10^\circ \Rightarrow y = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{10^\circ}{2} = 5^\circ$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{BA} + \widehat{AD} = 4^\circ + 14^\circ = 18^\circ \Rightarrow \widehat{DCB} = 18^\circ$$

$$\hat{A} = 9^\circ \Rightarrow y + z = 9^\circ \Rightarrow 5^\circ + z = 9^\circ \Rightarrow z = 4^\circ$$



$$AB \parallel DC \text{ و } BD \text{ مورب } \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1$$

$$\hat{B}_1 = \frac{\widehat{AD}}{2}, \hat{D}_1 = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$$

۲



۳

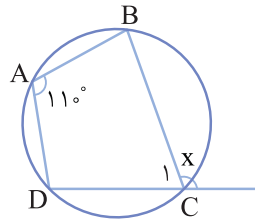
$ABCD \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}$ متوازی الاضلاع
 $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$ به روش مشابه
 $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$

۴

$$3x + 2x + 4x = 360^\circ \Rightarrow 9x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

$$\hat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{2x}{2} = x = 40^\circ$$

۵



$\hat{A} + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow 11^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 169^\circ$
 $\hat{C}_1 + x = 180^\circ \Rightarrow 169^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 11^\circ$

۶

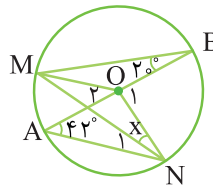
$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} = 360^\circ \Rightarrow 2x + x + 2x + 2x + x = 360^\circ \Rightarrow 8x = 360^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$$

$$\hat{AED} = \frac{\widehat{AED}}{2} = \frac{x + 2x}{2} = \frac{3}{2}x = \frac{3}{2} \times 45^\circ = 67.5^\circ$$

$$\hat{AED} = \frac{\widehat{ABD}}{2} = \frac{2x + x + 2x}{2} = \frac{5}{2}x = \frac{5}{2} \times 45^\circ = 112.5^\circ$$

$$\hat{BCD} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{2x + x + 2x}{2} = \frac{5}{2}x = \frac{5}{2} \times 45^\circ = 112.5^\circ$$

۷



$$\hat{A} = 42^\circ \Rightarrow \widehat{BN} = 2 \times \hat{A} = 2 \times 42^\circ = 84^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 84^\circ \Rightarrow \hat{O}_2 = 96^\circ$$

$$\hat{B} = 2^\circ \Rightarrow \widehat{AM} = 2 \times \hat{B} = 2 \times 2^\circ = 4^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = \frac{\widehat{AM}}{2} = \frac{4^\circ}{2} = 2^\circ$$

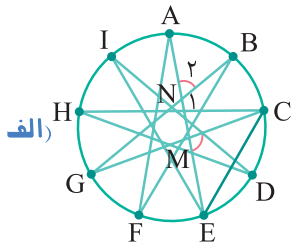
$$\triangle OAN: \hat{O}_2 + \hat{A} + \hat{N}_1 = 180^\circ \Rightarrow 96^\circ + 42^\circ + (x + 2^\circ) = 180^\circ \Rightarrow x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$

۸

$$\text{اندازه هر کمان} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{3 \times 30^\circ}{2} = 3 \times 15^\circ = 45^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{7 \times 30^\circ}{2} = 7 \times 15^\circ = 105^\circ, \quad \hat{C} = \frac{2 \times 30^\circ}{2} = 30^\circ$$

۹



$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \dots = \widehat{IA} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \dots = \hat{I} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\triangle MCE: \hat{C} = \frac{\widehat{GFE}}{2} = \frac{2 \times 40^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\hat{E} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{2 \times 40^\circ}{2} = 40^\circ$$

$$\hat{M} = 180^\circ - \hat{C} - \hat{E} = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

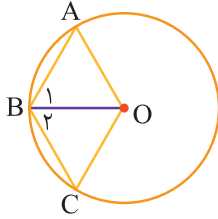
$$\rightarrow \text{AFBN: } \hat{A} + \hat{F} + \hat{B} + \hat{N}_1 = 360^\circ \Rightarrow 40^\circ + 40^\circ + 40^\circ + \hat{N}_1 = 360^\circ \Rightarrow 120^\circ + \hat{N}_1 = 360^\circ$$

$$\hat{N}_1 = 240^\circ \Rightarrow \hat{N}_2 = 360^\circ - \hat{N}_1 = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$$

۱۰

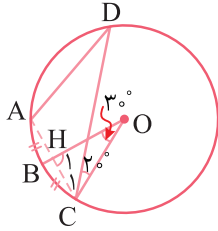
BD قطر \hat{C} و $\hat{A} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$, $\widehat{ABC} = 140^\circ \Rightarrow \hat{D} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$
 $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 110^\circ$

۱۱



$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{AB} = R \Rightarrow \triangle ABO \Rightarrow \hat{B}_1 = 6^\circ$
 به روش مشابه $\hat{B}_2 = 6^\circ$
 $\widehat{ABC} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 6^\circ + 6^\circ = 12^\circ$

۱۲

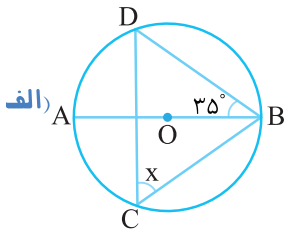


$\hat{O} = 3^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = \hat{O} = 3^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 2 \times 3^\circ = 6^\circ$
 $\hat{D} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ$
 $\widehat{AB} = \widehat{BC} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} \Rightarrow OB \perp AC \Rightarrow \hat{H}_1 = 9^\circ$

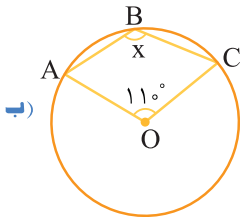
$\triangle OHC: \hat{O} + \hat{H}_1 + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 3^\circ + 9^\circ + \hat{C}_1 + 2^\circ = 180^\circ$
 $14^\circ + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 4^\circ$

$\triangle ADC: \hat{A} + \hat{D} + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 3^\circ + 4^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 7^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 110^\circ$

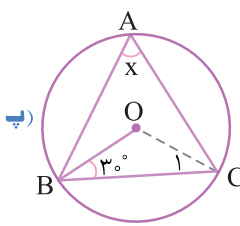
۱۳



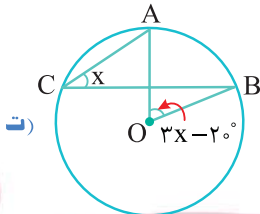
$\hat{B}_1 = 35^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 2 \times \hat{B}_1 = 2 \times 35^\circ = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$
 $\hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow x = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$



$\hat{O} = 11^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 11^\circ \Rightarrow \widehat{ADC} = 360^\circ - 11^\circ = 25^\circ$
 $x = \hat{B} = \frac{\widehat{ADC}}{2} = \frac{25^\circ}{2} = 12.5^\circ$



$\overline{OB} = \overline{OC} = R \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B} = 3^\circ$
 $\triangle OBC: \hat{O} + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 3^\circ + 3^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 6^\circ = 180^\circ$
 $\hat{O} = 12^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 12^\circ$
 $x = \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{12^\circ}{2} = 6^\circ$



$\hat{O} = 3x - 2^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 3x - 2^\circ \Rightarrow 3x - 2^\circ = 2x \Rightarrow x = 2^\circ$
 $\hat{C} = x \Rightarrow \widehat{AB} = 2 \times \hat{C} = 2x$



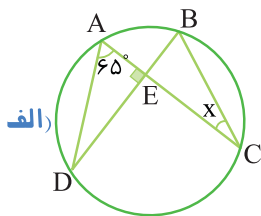
$AB \parallel CD$, BC مورب $\Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = 35^\circ$

$\widehat{AC} = 2 \times \hat{B} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$, $\widehat{BD} = 2 \times 35^\circ = 70^\circ$

$\widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BD} = 180^\circ \Rightarrow 70^\circ + x + 70^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + 140^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$

تمرین های ویژه

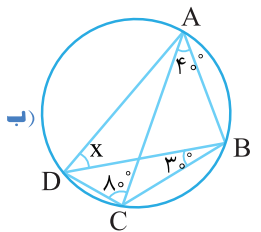
۱



$\triangle ADE: \hat{A} + \hat{D} + \hat{E} = 180^\circ \Rightarrow 65^\circ + \hat{D} + 90^\circ = 180^\circ$

$\hat{D} + 155^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 25^\circ$

$\widehat{AB} = 2 \times \hat{D} = 50^\circ \Rightarrow x = \hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$

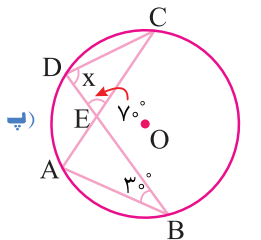


$\widehat{BC} = 2 \times \hat{A} = 2 \times 4^\circ = 8^\circ$, $\widehat{CD} = 2 \times \hat{B} = 2 \times 3^\circ = 6^\circ$

$\widehat{AD} = 2 \times \hat{C} = 2 \times 8^\circ = 16^\circ$

$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DA} = 36^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + 8^\circ + 6^\circ + 16^\circ = 36^\circ$

$\widehat{AB} = 6^\circ \Rightarrow x = \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 3^\circ$

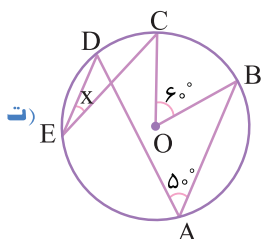


$\hat{B} = 3^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 2 \times \hat{B} = 2 \times 3^\circ = 6^\circ$

$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ$

$\triangle DEC: \hat{D} + \hat{E} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow x + 7^\circ + 3^\circ = 180^\circ$

$x + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 8^\circ$

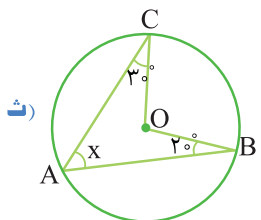


$\hat{O} = 6^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 6^\circ$

$\hat{A} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 2 \times 5^\circ = 10^\circ$

$\widehat{BD} = \widehat{BC} + \widehat{CD} \Rightarrow 10^\circ = 6^\circ + \widehat{CD} \Rightarrow \widehat{CD} = 4^\circ$

$x = \hat{E} = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{4^\circ}{2} = 2^\circ$

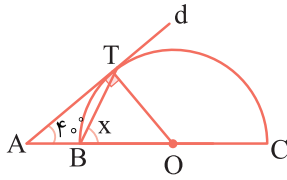


$\widehat{BC} = 2 \times \hat{A} = 2x \Rightarrow \hat{O} = 2x$

$ABOC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{O} + \hat{C} = 36^\circ \Rightarrow x + 2^\circ + (36^\circ - 2x) + 3^\circ = 36^\circ$

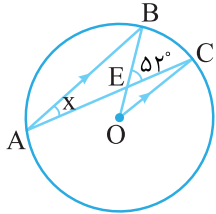
$-x + 41^\circ = 36^\circ \Rightarrow x = 5^\circ$

۲



$$\begin{aligned} \triangle OAT: \hat{O} + \hat{A} + \hat{T} &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 40^\circ + 9^\circ = 180^\circ \\ \hat{O} + 13^\circ &= 180^\circ \Rightarrow \hat{O} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{BT} = 5^\circ \\ \widehat{BT} + \widehat{CT} &= 180^\circ \Rightarrow 5^\circ + \widehat{CT} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CT} = 13^\circ \\ x = \hat{B} &= \frac{\widehat{CT}}{2} = \frac{13^\circ}{2} = 6.5^\circ \end{aligned}$$

۳



$$\begin{aligned} \hat{A} = x &\Rightarrow \widehat{BC} = 2 \times \hat{A} = 2x \Rightarrow \hat{O} = 2x \\ AB \parallel OC, \text{ مورب } OB &\Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = x \\ \triangle OEC: \hat{O} + \hat{C} &= 52^\circ \Rightarrow 2x + x = 52^\circ \Rightarrow 3x = 52^\circ \Rightarrow x = \frac{52^\circ}{3} \end{aligned}$$

۴

$$4x + 30^\circ + 3x + 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow 7x + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow 7x = 140^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$y + 7x - 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow y + 140^\circ - 10^\circ = 180^\circ \Rightarrow y + 130^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 50^\circ$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

$$\text{طول کمان } AB = \frac{6^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 5 = \frac{1}{6} \times 10 \pi = \frac{5\pi}{3}$$

گزینه ۱

$$2x + 7x = 360^\circ \Rightarrow 9x = 360^\circ \Rightarrow x = 40^\circ \Rightarrow \hat{O} = 2x = 80^\circ \Rightarrow y = 360^\circ - 80^\circ = 280^\circ$$

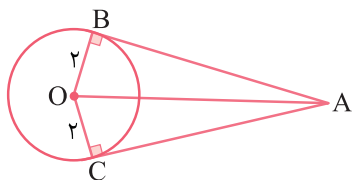
گزینه ۲

گزینه ۳

$$\triangle OBA: \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 \Rightarrow (\delta + R)^2 = R^2 + \gamma^2 \Rightarrow (\delta + R)(\delta + R) = R^2 + 49$$

$$2\delta + \delta R + \delta R + R^2 = R^2 + 49 \Rightarrow 10R = 24 \Rightarrow R = 2.4$$

گزینه ۴



$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

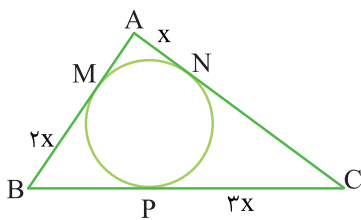
$$\overline{ABOC} \text{ محیط} = \overline{AB} + \overline{BO} + \overline{OC} + \overline{CA} \Rightarrow 20 = 2\overline{AB} + 2 + 2$$

$$2\overline{AB} + 4 = 20 \Rightarrow 2\overline{AB} = 16 \Rightarrow \overline{AB} = 8$$

$$\triangle OAB: \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2 = 2^2 + 8^2 = 4 + 64 = 68$$

$$\overline{AB} = \sqrt{68} = \sqrt{4 \times 17} = 2\sqrt{17}$$

گزینه ۲



$$\overline{AM} = \overline{AN} = x, \quad \overline{BP} = \overline{BM} = 2x, \quad \overline{CN} = \overline{CP} = 3x$$

$$\overline{AC} = \overline{AN} + \overline{CN} = x + 3x = 4x$$

$$\overline{AB} = \overline{AM} + \overline{BM} = x + 2x = 3x$$

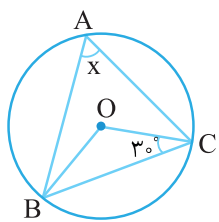
$$\overline{BC} = \overline{BP} + \overline{CP} = 2x + 3x = 5x$$

$$\text{محیط} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} \Rightarrow 24 = 3x + 4x + 5x \Rightarrow 12x = 24 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{طول کوچک‌ترین ضلع } \overline{AB} = 3x = 3 \times 2 = 6$$



گزینه (۳) [۶]



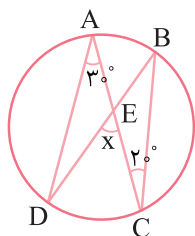
$$\overline{OB} = \overline{OC} = R \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$$

$$\triangle OBC: \hat{O} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{O} + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{O} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$x = \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

گزینه (۲) [۷]



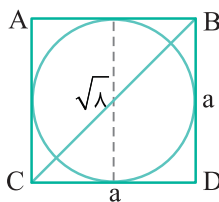
$$\hat{C} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 2 \times \hat{C} = 2 \times 20^\circ = 40^\circ \Rightarrow \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\triangle AED: x = \hat{A} + \hat{D} = 30^\circ + 20^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{B} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 2 \times 20^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AB} + \widehat{BC} = 140^\circ + 80^\circ = 220^\circ$$

$$\hat{D} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

گزینه (۳) [۸]

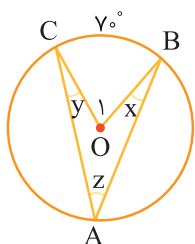


قطر دایره = a

$$\triangle BCD: \overline{BD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 \Rightarrow (\sqrt{2})^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 2a^2 = 2$$

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

گزینه (۲) [۹]



$$\widehat{BC} = 70^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 70^\circ$$

$$ABOC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{O} + \hat{C} = 360^\circ \Rightarrow z + x + (360^\circ - 70^\circ) + y = 360^\circ$$

$$x + y + z + 290^\circ = 360^\circ \Rightarrow x + y + z = 70^\circ$$

گزینه (۱) [۱۰]

امتحان فصل نهم

ت (x)

پ (x)

ب (✓)

الف (x)

ت (نصف)

پ (سه)

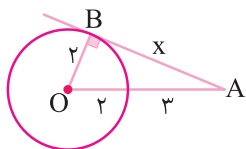
ب ($\frac{2}{3}\pi$)

الف (وسط)

$$2\pi = \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 4 \Rightarrow \text{اندازه کمان} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

الف (گزینه (۴))

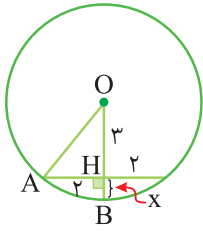
ب (گزینه (۱))



$$\triangle OAB: \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{AB}^2$$

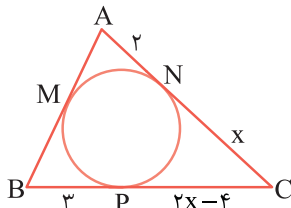
$$5^2 = 2^2 + x^2 = 25 = 4 + x^2 \Rightarrow x^2 = 21$$

$$x = \sqrt{21}$$



$$\begin{aligned} \triangle OAH: \overline{OA}^2 &= \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \\ 3^2 + 2^2 &= 9 + 4 = 13 \Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{13} \\ \overline{OB} &= \overline{OH} + x \Rightarrow \sqrt{13} = 3 + x \Rightarrow x = \sqrt{13} - 3 \end{aligned}$$

محل تقاطع عمود منصف‌های دو وتر غیر موازی از دایره مرکز دایره است.



$$\begin{aligned} \overline{AM} &= \overline{AN} = 2, \quad \overline{BM} = \overline{BP} = 3 \\ \overline{CN} &= \overline{CP} \Rightarrow x = 2x - 4 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \overline{CN} = \overline{CP} = 4 \\ \overline{AB} &= \overline{AM} + \overline{BM} = 2 + 3 = 5, \quad \overline{AC} = \overline{AN} + \overline{CN} = 2 + 4 = 6 \\ \overline{BC} &= \overline{BP} + \overline{CP} = 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

$$\text{محیط مثلث} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 5 + 6 + 7 = 18$$



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{18^\circ}{2} = 9^\circ, \quad \triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 9^\circ + x + 2x = 180^\circ$$

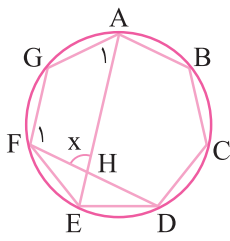
$$3x + 9^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 9^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$\hat{C} = 2x = 2 \times 3^\circ = 6^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 2 \times \hat{C} = 2 \times 6^\circ = 12^\circ$$

$$4x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 2^\circ, \quad y + 3x = 180^\circ \Rightarrow y + 6^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 174^\circ$$



$$x + x + 2^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x + 2^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 178^\circ \Rightarrow x = 89^\circ$$





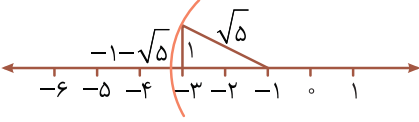










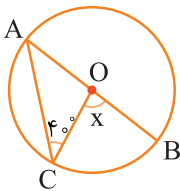
$$\widehat{AB} = \dots = \widehat{GA} = \frac{36^\circ}{7}$$

$$\hat{A}_1 = \frac{\widehat{GE}}{2} = \frac{2 \times \frac{36^\circ}{7}}{2} = \frac{36^\circ}{7}, \quad \hat{F}_1 = \frac{\widehat{GBD}}{2} = \frac{4 \times \frac{36^\circ}{7}}{2} = \frac{72^\circ}{7}$$

$$\hat{G} = \frac{\widehat{ACF}}{2} = \frac{5 \times \frac{36^\circ}{7}}{2} = \frac{90^\circ}{7}$$

$$\triangle AGFH: \hat{A}_1 + \hat{G} + \hat{F}_1 + \hat{H} = 36^\circ \Rightarrow \frac{36^\circ}{7} + \frac{90^\circ}{7} + \frac{72^\circ}{7} + x = 36^\circ$$

$$x + \frac{198^\circ}{7} = 36^\circ \Rightarrow x = \frac{54^\circ}{7} \approx 7.7^\circ$$

	$3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 4\vec{x} = 2\vec{i} - \vec{j} - (3\vec{i} - 2\vec{j}) = -\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \vec{x} = -\frac{1}{4}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j}$																
	<p>الف) $\frac{(2^3)^4 \times 8}{4^5 \times 16} = \frac{2^{12} \times 2^3}{(2^2)^5 \times 2^4} = \frac{2^{15}}{2^{10} \times 2^4} = \frac{2^{15}}{2^{14}} = 2$</p> <p>ب) $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{2}{9}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{9}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$</p>																
																	
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #e0f2f1;"> <th>حدود دسته‌ها</th> <th>چوب خط</th> <th>فراوانی</th> <th>مرکز دسته</th> <th>مرکز دسته × فراوانی</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0 \leq x < 8$</td> <td></td> <td>6</td> <td>4</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>$8 \leq x \leq 16$</td> <td></td> <td>7</td> <td>12</td> <td>84</td> </tr> </tbody> </table>	حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی	$0 \leq x < 8$		6	4	24	$8 \leq x \leq 16$		7	12	84	
حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی													
$0 \leq x < 8$		6	4	24													
$8 \leq x \leq 16$		7	12	84													
	<p>تعداد حالت‌های ممکن = $6 \times 6 = 36$</p> <p>تعداد حالت‌های مطلوب $\Rightarrow 1-3, 2-2, 3-1, 3-6, 4-5, 5-4, 6-3 = 7$</p> <p>احتمال = $\frac{7}{36}$</p>																
	<p>اندازه زاویه داخلی = $\frac{18^\circ \times (12-2)}{12} = 15^\circ \times 10 = 150^\circ$</p> <p>اندازه زاویه خارجی = $\frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$</p>																
	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\overline{OA} = \overline{OC} = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 4^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 2 \times \hat{A} = 2 \times 4^\circ = 8^\circ \Rightarrow \hat{O} = \widehat{BC} = 8^\circ$ </div> </div>	