

با چالش‌های دلپذیر شروع کنید!

هدف اصلی کتاب اول این است: با بهترین تمرین‌ها شروع کنید.

هدف این است که شروع خوب داشته باشید؛ حس خوبی داشته باشید و با چالش‌های دلپذیر پیش بروید. تست و مسئله حل کنید، اما نه آن قدر سخت که ناامید شوید. می‌خواهیم درس را دوست داشته باشید. چالش را دوست داشته باشید، از تمرین‌هایی که خودتان حل می‌کنید، لذت ببرید. اعتماد به نفس‌تان بیش‌تر شود. وقتی شروع شما خوب باشد، احتمال این که ادامه دهید و به مراحل بعدی بروید بیش‌تر می‌شود. برای این کار بهترین تمرین‌ها را برایتان انتخاب کرده‌ایم.

ویژگی اول: سؤال‌های کتاب اول بهترین تست‌ها برای شروع هستند. چرا؟ سؤال‌های این کتاب، اولین

سؤال‌ها و تست‌هایی هستند که دانش‌آموزان می‌توانند در هر فصل و هر درس جدید تمرین کنند. چرا و به چه دلیلی این سؤال‌ها و تست‌ها بهترین تست‌ها برای شروع هستند؟ پاسخ این سؤال در ویژگی دوم این کتاب مشخص می‌شود.

ویژگی دوم: احتمال این که بتوانید در شروع کار، به این تست‌ها پاسخ بدهید، زیاد است. اگر هم

نتوانستید پاسخ بدهید، زود یاد می‌گیرید. در آزمون‌های گذشته کانون، بیش‌ترین تعداد دانش‌آموزان به این سؤال‌ها پاسخ صحیح داده‌اند. البته تعدادی هم پاسخ درست نداده‌اند اما پاسخ‌های درست به این سؤال‌ها از بقیه سؤال‌ها بیش‌تر بوده است، بنابراین احتمال این که شما هم بتوانید با کمی تمرکز به این سؤال‌ها پاسخ بدهید. بیش‌تر از بقیه سؤال‌هاست. اگر به این سؤال‌ها پاسخ بدهید راه برایتان باز می‌شود و مسیر یادگیری برایتان ساده‌تر می‌شود. خوب است در ابتدای کار سؤال‌ها آن قدر سخت نباشند که دانش‌آموزان ناامید شوند و تمرین حل کردن را کنار بگذارند. وقتی در قدم‌های اول موفق شوید با انرژی و روحیه‌ی بهتری به سراغ تست‌ها و مسئله‌های بعدی می‌روید.

با کتاب اول شروع کنید و سپس به سراغ کتاب‌های آبی بروید. در کتاب‌های آبی سؤال‌های کنکورهای گذشته و سؤال‌های آزمون‌های گذشته کانون جمع‌آوری شده‌اند. سؤال‌های کنکورها معمولاً دشوارتر از امتحانات مدرسه هستند به طوری که دانش‌آموزان با معدل‌های خوب هم به بعضی از سؤال‌ها نمی‌توانند، پاسخ بدهند. وقتی همه‌ی این سؤال‌ها در یک‌جا جمع می‌شوند، بسیاری از دانش‌آموزان کار را رها می‌کنند، زیرا فکر می‌کنند نمی‌توانند از عهده‌ی حل آن تست‌ها و سؤال‌ها برآیند، پس شما نیاز دارید قبل از سؤال‌های دشوارتر کنکور و آزمون‌های کانون، کتاب اول را تمرین کنید، تا برای مرحله‌ی دوم و سؤال‌های دشوارتر آماده شوید.

ویژگی سوم: ویژگی سوم کتاب برای استادان و دبیران است. به دبیران گرامی توصیه می‌کنیم اولین مثال‌هایی را

که برای دانش‌آموزان حل می‌کنند از میان سؤال‌ها و تست‌های کتاب اول انتخاب کنند که آمار و داده‌ها، آن‌ها را تایید می‌کنند. کتاب اول منبع خوبی برای دبیران است. دبیران می‌توانند اولین مثال‌ها را از میان سؤال‌های این کتاب انتخاب کنند و مفاهیم اصلی و مهم هر درس و هر فصل را با مثال‌های واضح به دانش‌آموزان بیاموزند.

مثال زدن بهترین راه برای یاد دادن است. دانش‌آموزان با مثال و مسئله و تست و تمرین، بهتر یاد می‌گیرند. بهتر است اولین مثال‌ها با دقت خیلی زیاد انتخاب شوند. وقتی شما می‌دانید که در آزمون‌هایی با صدها و هزارها شرکت‌کننده، به سؤال‌های کتاب اول تعداد بیش‌تری از دانش‌آموزان پاسخ داده‌اند. می‌توانید با خاطر جمع‌ی و اطمینان زیاد، اولین مثال‌هایتان را برای تدریس انتخاب کنید. اولین سؤال‌ها را از میان تست‌هایی انتخاب کنید که داده‌ها و اطلاعات و آمار تایید می‌کنند و نقطه شروع یادگیری را نشان می‌دهند. مثال‌هایی را برای شروع انتخاب کنید که بر مبنای حدس و گمان مشخص نشده‌اند بلکه داده‌های عظیم آن‌ها را تایید می‌کنند، احتمال سردرگمی دانش‌آموزان کاهش می‌یابد و احتمال یادگیری‌شان بیش‌تر می‌شود.

اشتباه نکنید! شاید وقتی به تعداد کم صفحه‌های این کتاب نگاه می‌کنید، فکر کنید این کتاب فقط برای بعضی دانش‌آموزان خوب است. شاید فکر کنید دانش‌آموزان قوی به این کتاب نیاز ندارند. این فکر اشتباه است! همه کسانی که می‌خواهند به قله برسند باید از دامنه شروع کنند و منزل به منزل یا کمپ به کمپ پیش بروند تا به قله برسند. کتاب اول دامنه قله است. دامنه قله دانش است که اگر به راحتی از آن گذشتید می‌توانید به کمپ‌های بعدی هم راحت‌تر برسید. همان‌طور که دانش‌آموزان باید خواندن و نوشتن را یاد بگیرند تا به مراحل بالاتر و پایه‌های بعدی بروند برای درس‌های دیگر هم شما باید ابتدا مفاهیم اصلی و مهم و پایه را یاد بگیرید و زمانی که مسلط‌تر شدید به مراحل بعدی بروید. در میان منابع کانونی، کتاب اول، اولین کتاب تمرین شماسست و سپس کتاب‌های آبی و در پایان کتاب‌های سه سطحی. اما در آغاز همگی به کتاب اول نیاز دارید. اصلی‌ترین سؤال‌ها، مفهومی‌ترین و پایه‌ای‌ترین سؤال‌ها و نقطه شروع برای یادگیری عمیق همین سؤال‌های کتاب اول است. دانش‌آموزان قوی‌تر می‌توانند سریع‌تر از این مرحله عبور کنند. البته به شرطی که بتوانند به همه سؤال‌ها به درستی پاسخ بدهند.

فایده دیگر کتاب اول برای دانش‌آموزان: آیا شما می‌توانید سؤال‌های ساده‌تر را تشخیص بدهید؟ در سخت‌ترین کنکورها و آزمون‌ها هم حداقل دو سؤال از هر ۱۰ سؤال ساده‌تر است، اما بسیاری از دانش‌آموزان نمی‌توانند این سؤال‌های ساده‌تر را پیدا کنند. آن‌ها وقتی چند سؤال دشوار را می‌بینند به سراغ بقیه سؤال‌ها نمی‌روند و شاید بعداً متوجه شوند که در همان درس دشوار در کنکور، چند سؤال ساده هم وجود داشت که در جلسه آزمون نتوانستند آن‌ها را پیدا کنند. کتاب اول به شما کمک می‌کند تا قدرت تشخیص و تمیز خود را بالاتر ببرید و بتوانید در میان سؤال‌های دشوار هر آزمون، سؤال‌های ساده‌تر را پیدا کنید و به آن سؤال‌ها پاسخ بدهید. در بسیاری از درس‌های کنکور اگر شما فقط به دو سؤال از هر ۱۰ سؤال پاسخ صحیح بدهید از پنجاه درصد شرکت‌کنندگان سبقت گرفته‌اید. فایده جانبی کتاب اول این است که به شما کمک می‌کند سؤال‌های ساده‌تر را در هر آزمون دشواری تشخیص بدهید.

به نظر شما کدام ویژگی کتاب اول مهم‌تر است؟ در این جا سه ویژگی اصلی کتاب اول و سه نکته تکمیلی و هشدار را توضیح دادیم.

از نظر شما استاد گرامی و شما دانش‌آموز سخت‌کوش، کدام ویژگی اهمیت بیش‌تری دارد و شما کدام یک را برای خودتان ضروری‌تر و مهم‌تر می‌دانید؟

کاظم قلم‌چی

فهرست

تعداد تست	صفحه	
		● فصل ۱: تابع / ۴۴ تست
۲۴	۸	تبدیل نمودار توابع
۲۰	۱۲	تابع درجه سوم، توابع یکنوا و بخش پذیری و تقسیم
	۵۲	پاسخ تشریحی
		● فصل ۲: مثلثات / ۳۳ تست
۲۶	۱۶	تناوب و تنازانت
۷	۲۰	معادلات مثلثاتی
	۶۴	پاسخ تشریحی
		● فصل ۳: حدهای نامتناهی- حد در بی نهایت / ۴۲ تست
۲۶	۲۲	حدهای نامتناهی
۱۶	۲۶	حد در بی نهایت
	۷۲	پاسخ تشریحی
		● فصل ۴: مشتق / ۸۴ تست
۲۰	۳۰	آشنایی با مفهوم مشتق
۶۲	۳۳	مشتق پذیری و پیوستگی
۲	۴۲	آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر
	۸۰	پاسخ تشریحی
		● فصل ۵: کاربردهای مشتق / ۴۸ تست
۳۱	۴۴	اکسترمم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی
۵	۴۸	جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن
۶	۴۹	رسم نمودار تابع
۶	۵۰	ترکیبی
	۹۴	پاسخ تشریحی

تبدیل نمودار توابع

1 نمودار کدام تابع از انقباض عمودی نمودار تابع f به دست می‌آید؟

	%81
	%64
	مهر 1399

$y = f(3x)$ (2) $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ (1)

$y = \frac{1}{3}f(x)$ (4) $y = 3f(x)$ (3)

2 می‌خواهیم نمودار تابع $y = x^2 - 2x + 3$ را به گونه‌ای انتقال دهیم تا بر نمودار تابع $y = x^2$ منطبق شود، فرایند تبدیل کدام گزینه است؟

	%59
	%39
	مرداد 1398

- (1) ابتدا 1 واحد به سمت راست، سپس 2 واحد به سمت پایین.
- (2) ابتدا 1 واحد به سمت چپ، سپس 2 واحد به سمت پایین.
- (3) ابتدا 1 واحد به سمت راست، سپس 2 واحد به سمت بالا.
- (4) ابتدا 2 واحد به سمت چپ، سپس 2 واحد به سمت پایین.

3 نمودار تابع f را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطه‌ی تابعی که نمودار آن به دست آمده است، کدام است؟

	%92
	%65
	آبان 1398

$y = -2f(x+1)$ (2) $y = 2f(1-x)$ (1)

$y = -f(2x+2)$ (4) $y = f(-2x+2)$ (3)

4 نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را ابتدا نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم، سپس 4 واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. نمودار جدید محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

	%74
	%65
	دی 1398

- (1) 3
- (2) 2
- (3) $\sqrt{2}$
- (4) 1

5 نمودار تابع f را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم. سپس آن را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم و در انتها عرض هر نقطه را دو برابر می‌کنیم. ضابطه‌ی تابعی که نمودار آن به دست آمده است، کدام است؟

	%80
	%54
	مرداد 1400

$y = -2f(x+1)$ (2) $y = 2f(-x-1)$ (1)

$y = -f(2x+2)$ (4) $y = f(-2x-2)$ (3)

6 نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را ابتدا 2 واحد به سمت راست و سپس 1 واحد به سمت پایین منتقل کرده و در انتها نمودار به دست آمده را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. تابع حاصل کدام است؟

	%67
	%39
	مرداد 1398

$y = \sqrt{-x-2} + 1$ (2) $y = \sqrt{-x+2} - 1$ (1)

$y = -\sqrt{x+2} - 1$ (4) $y = -\sqrt{x-2} + 1$ (3)

7 برای رسم نمودار تابع $g(x) = \sqrt{9x+18}$ از روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ ، کافی است ابتدا نمودار تابع f را انتقال داده و سپس عرض هر نقطه را کنیم.

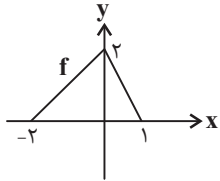
	%64
	%40
	مرداد 1400

- (1) 3 واحد به چپ - 3 برابر
- (2) 2 واحد به چپ - 3 برابر
- (3) 2 واحد به چپ - 9 برابر
- (4) 3 واحد به راست - 3 برابر

8 نمودار تابع f را ابتدا دو واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم، سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه کرده و در نهایت دو واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم تا تابع g با ضابطه $g(x) = -|x+5|+2$ به دست آید. ضابطه تابع f کدام است؟

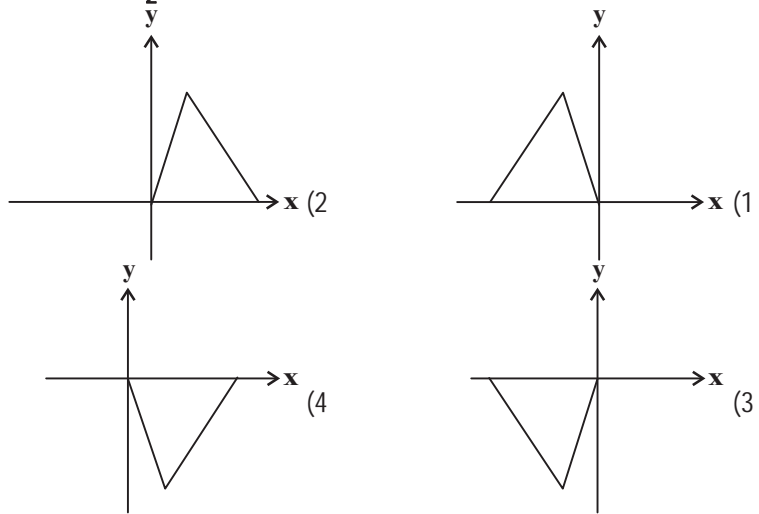
%66
 %39
 آبان 1399

- (1) $f(x) = |x+3|-4$
 (2) $f(x) = |-x+1|+2$
 (3) $f(x) = -|x+3|+4$
 (4) $f(x) = -|x+2|+2$

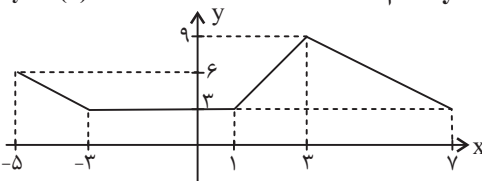


9 اگر نمودار تابع f به صورت شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y = -3f(\frac{x}{2}+1)$ شبیه کدام است؟

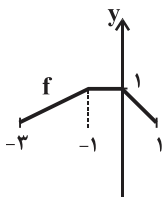
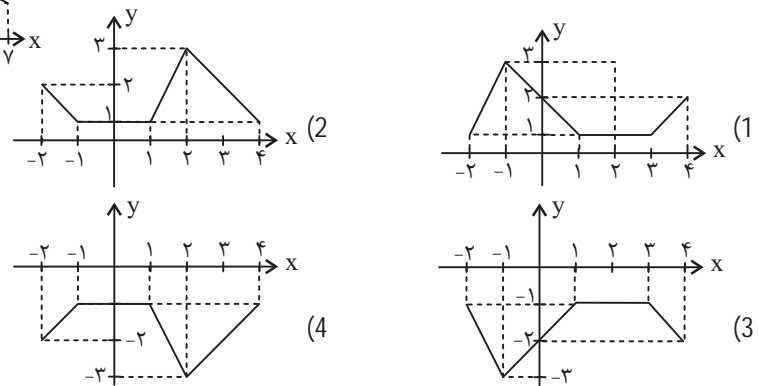
%74
 %63
 آبان 1400



10 شکل مقابل مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x-1)$ کدام است؟

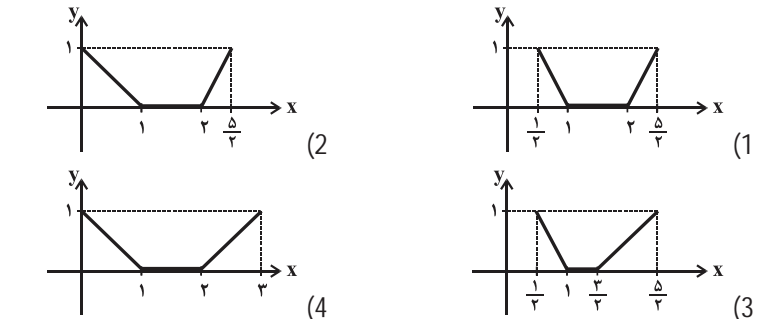


%63
 %47
 مرداد 1400



11 نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل روبه‌رو است، نمودار تابع $g(x) = 1-f(2-2x)$ کدام است؟

%37
 %30
 مرداد 1398



12 با اعمال موارد کدام گزینه به ترتیب گفته شده، نمودار تابع $y = f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}f(1-x)$ می‌شود؟

	%65
	%37
	مرداد 1400

- (1) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی
- (2) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی
- (3) انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی
- (4) انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی

13 اگر $D_f = [-4, 1]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = 2f(2x) - f(x+2)$ کدام است؟

	%57
	%49
	آبان 1398

- (1) $[-6, -\frac{1}{2}]$
- (2) $[-3, 1]$
- (3) $[-6, -2]$
- (4) $[-2, -1]$

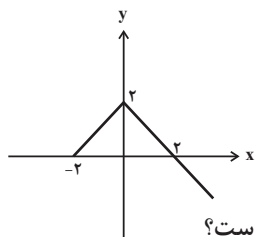
14 اگر دامنه تابع f برابر $[-2, 3]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = 1 - 3f(2x - 1)$ کدام است؟

	%46
	%31
	شهریور 1398

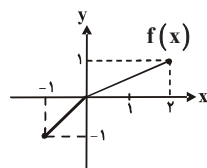
- (1) $[0, \frac{5}{2}]$
- (2) $[-\frac{1}{2}, 2]$
- (3) $[-2, \frac{1}{2}]$
- (4) $[-5, 5]$

15 اگر نمودار تابع f به صورت شکل زیر باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار $y = f(x)$ و $y = -f(-x)$ کدام است؟

	%70
	%57
	آبان 1399

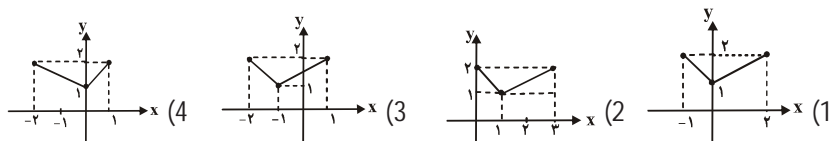


- (1) 16
- (2) 32
- (3) 8
- (4) 4



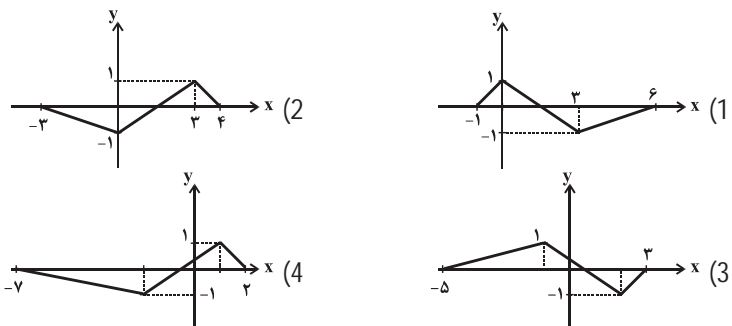
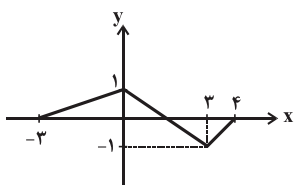
16 نمودار تابع f مطابق شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = |f(x-1)| + 1$ کدام است؟

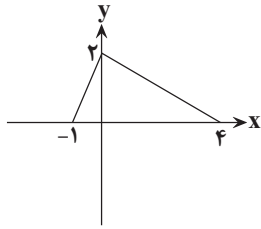
	%58
	%50
	بهمن 1401



17 اگر نمودار $y = -f(x-2)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟

	%76
	%56
	آبان 1398





	%68
	%51
	مرداد 1400

	%49
	%32
	مهر 1399

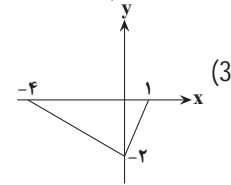
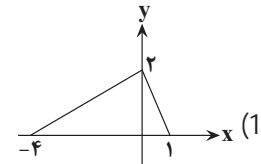
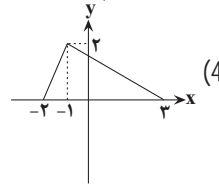
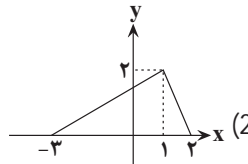
	%57
	%32
	مهر 1400

	%74
	%38
	آبان 1399

	%69
	%63
	فروردین 1399

	%55
	%48
	فروردین 1400

18 اگر نمودار تابع $y = f\left(\frac{1-x}{2}\right)$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟



19 برد تابع $f(x) = \frac{|x|}{x} \sqrt{x+4}$ کدام است؟

(1) $(-2, 0] \cup (2, +\infty)$

(2) $(-2, +\infty)$

(3) $[-4, -2) \cup (2, +\infty)$

(4) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

20 نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x}-2 & x < 1 \\ x^2-2x-1 & x \geq 1 \end{cases}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

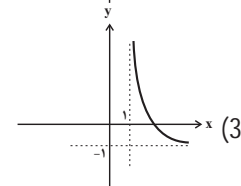
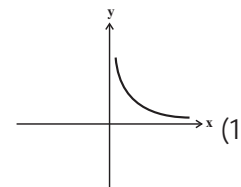
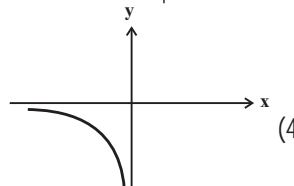
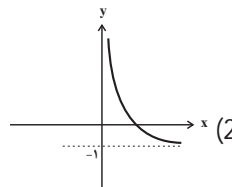
(1) اول

(2) دوم

(3) سوم

(4) چهارم

21 نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $y = f^{-1}(x-1)$ کدام است؟



22 نقطه $(1, 0)$ روی نمودار تابع f ، به کدام نقطه روی نمودار تابع $g(x) = 1 + f(2x)$ تبدیل می‌شود؟

(1, 1) (2)

$\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ (1)

(1, 2) (4)

$\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ (3)

23 نقطه $A(3, 1)$ روی نمودار تابع f به نقطه A' روی نمودار تابع $g(x) = f(1-2x) - 3$ تبدیل می‌شود. فاصله این دو نقطه از

هم کدام است؟

5 (4)

$\sqrt{13}$ (3)

$\sqrt{17}$ (2)

$2\sqrt{5}$ (1)

فصل 1: تابع

گزینه 4

انقباض عمودی مربوط به تغییرات روی y است و چون می‌خواهیم انقباض صورت بگیرد باید این مقادیر کوچک شوند.

64% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از نکته مربوط به انقباض و انبساط نمودار استفاده کرده‌اند و تشخیص داده‌اند که ضریب مثبت $f(x)$ باید عددی بین صفر و یک باشد.

نکته

انقباض / انبساط افقی مربوط به تغییرات ضریب x است که برای انقباض باید ضریب پشت x عددی بزرگ‌تر از یک و برای انبساط ضریب پشت x باید بین صفر و یک باشد.

انقباض / انبساط عمودی مربوط به تغییرات ضریب پشت $f(x)$ است. در انقباض ضریب پشت $f(x)$ باید بین صفر و یک و برای انبساط ضریب پشت $f(x)$ باید بزرگ‌تر از یک باشد.

گزینه 2

ابتدا تابع داده شده را به صورت مربع کامل بازنویسی می‌کنیم تا بتوانیم با $y = x^2$ مقایسه کنیم:

$$y = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2$$

پس باید $(x-1)^2 + 2$ را یک واحد به سمت چپ و دو واحد به سمت پایین بیاوریم تا بر x^2 منطبق شود.

39% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که ابتدا

تابع داده شده $y = x^2 - 2x + 3$ را به شکل مربع کامل بازنویسی کرده‌اند تا مقایسه درستی داشته باشند و سپس به راحتی با استفاده از قواعد انتقال نمودار به حل سؤال رسیده‌اند.

نکته

در انتقال نمودار $y = f(x)$ به سمت راست یا چپ به مقدار a واحد، به ترتیب، به $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم و در انتقال نمودار $y = f(x)$ به مقدار a واحد به سمت بالا یا پایین، به ترتیب به $f(x)+a$ و $f(x)-a$ می‌رسیم.

گزینه 1

از قوانین مربوط به انتقال نمودار که در قسمت نکته گفته شده، داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{+a} y = f(x+a)$$

$$\xrightarrow{-a} y = f(x-a)$$

$$\xrightarrow{\cdot 2} y = 2f(x)$$

65% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از

قوانین انتقال به درستی استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که هنگام قرینه کردن، علامت منفی را تنها روی x اعمال کنند یعنی $f(x+1)$ تبدیل به $f(-x+1)$ می‌شود نه $f(-x-1)$.

نکته

اگر $a > 0$ باشد، زمانی که تابع $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست منتقل کنیم، ضابطه $y = f(x-a)$ و زمانی که a واحد به سمت چپ منتقل کنیم $y = f(x+a)$ به دست می‌آید. همچنین زمانی که نمودار را نسبت به محور y ها قرینه کنیم $y = f(-x)$ و زمانی که نسبت به محور x ها قرینه کنیم $y = -f(x)$ به دست می‌آید. نکته مهم این است که زمانی که تغییری را روی x می‌خواهیم اعمال کنیم، فقط روی x اعمال می‌شود، یعنی زمانی که $f(x+1)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم، ضابطه $f(-x+1)$ به دست می‌آید نه $f(-x-1)$. با a برابر کردن عرض نقاط ضابطه $y = af(x)$ و با a برابر کردن طول نقاط ضابطه $y = f\left(\frac{x}{a}\right)$ به دست می‌آید.

گزینه 4

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow y = \sqrt{-x-1}$$

$$\rightarrow y = \sqrt{-(x-4)-1}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{-x+4-1} = \sqrt{3-x}$$

محل تقاطع با محور طول‌ها یعنی جایی که $y = 0$ است.

$$y = \sqrt{3-x} = 0 \Rightarrow 3-x=0 \Rightarrow x=3$$

65% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که از

قوانین انتقال نمودار استفاده کرده‌اند و به این نکته دقت کرده‌اند که تغییرات مربوط به x را تنها روی x اعمال کنند.

گزینه 5

به ترتیب تغییرات خواسته شده را با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکته روی تابع $y = f(x)$ اعمال می‌کنیم:

$$f(x) \xrightarrow{-1} f(x-1) \xrightarrow{-1} f(-x-1)$$

$$\xrightarrow{\cdot 2} y = 2f(-x-1)$$

دقت داشته باشید که هنگام قرینه کردن $f(x-1)$ نسبت به محور y ها تنها x قرینه می‌شود نه $x-1$. بنابراین $f(-x-1)$ می‌شود نه $f(-(x-1)) = f(-x+1)$.

54% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با توجه

به توضیحات داده شده در قسمت نکته و تسلط بر قواعد انتقال توانسته‌اند موارد خواسته شده را روی تابع $f(x)$ اعمال کنند.

نکته

اگر $(a > 0)$ تابع $f(x)$ را a واحد به سمت راست یا چپ ببریم، به ترتیب به ضابطه $f(x-a)$ و $f(x+a)$ می‌رسیم. با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور y ها ضابطه $f(-x)$ به دست می‌آید. با قرینه کردن نمودار تابع $f(x)$ نسبت به محور x ها ضابطه $-f(x)$ به دست می‌آید.

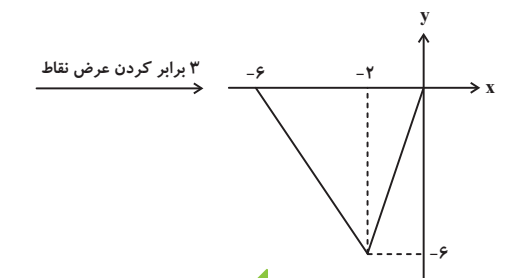
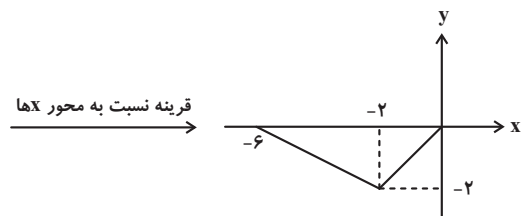
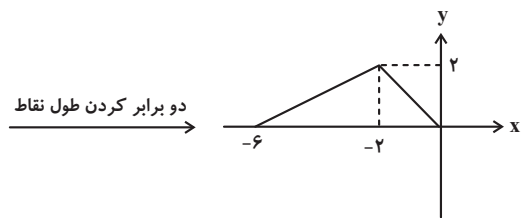
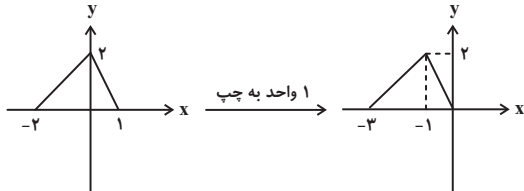
با a برابر کردن عرض نقاط به ضابطه $af(x)$ می‌رسیم. (انبساط/انقباض عمودی)

با a برابر کردن طول نقاط به ضابطه $f\left(\frac{x}{a}\right)$ می‌رسیم. (انبساط/انقباض افقی)

9 گزینه 3

با توجه به توضیحات داده شده در قسمت نکات، ترتیب اعمال تغییرات را درمی آوریم و سپس نمودار را رسم می کنیم.

$$f(x) \xrightarrow{\text{Oa } \mathbb{N} \text{ ket } 1} f(x+1) \xrightarrow{\text{O} \mathbb{E}^{\circ} \text{ k} \{ \text{ollol} \} z} f\left(\frac{x}{2}+1\right) \xrightarrow{\text{IA } x \text{ n} \{d\} \mathbb{N} \text{ SLV}^{\circ} \mathbb{N} \{A\}^{\circ}} -f\left(\frac{x}{2}+1\right) \xrightarrow{\text{O} \mathbb{E}^{\circ} \text{ Eoo} \cdot \text{k} \{ \text{ollol} \} 3} -3f\left(\frac{x}{2}+1\right)$$



63% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و نکته گفته شده، مرحله به مرحله پیش رفته اند و در نهایت نمودار تابع خواسته شده را رسم کرده اند.

نکته

زمانی که می خواهیم تبدیل تابع $f(x)$ به صورت کلی $y = cf(ax+bx)+d$ را بررسی کنیم، به ترتیب از a تا d اعمال می کنیم. عدد a مربوط به انتقال در راستای محور x ها، ضریب b مربوط به انقباض و انبساط افقی یا انعکاس نسبت به محور y ها، ضریب c مربوط به انقباض و انبساط عمودی یا انعکاس نسبت به محور x ها و عدد d مربوط به انتقال در راستای محور y ها است.

6 گزینه 3

به ترتیب تغییرات خواسته شده را اعمال می کنیم:

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{Swth } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } 2} \sqrt{x-2} \xrightarrow{\text{AAIO } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } 1} \sqrt{x-2}-1 \xrightarrow{\text{IA } x \text{ n} \{d\} \mathbb{N} \text{ SLV}^{\circ} \mathbb{N} \{A\}^{\circ}} -(\sqrt{x-2}-1) \Rightarrow \text{تابع حاصل: } y = -\sqrt{x-2}+1$$

39% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که از قوانین مربوط به انتقال و قرینه کردن نمودار که در قسمت نکات گفته شده است به درستی استفاده کرده اند.

7 گزینه 1

با بازنویسی تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x) = \sqrt{9(x+2)} = 3\sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{Oa } \mathbb{N} \text{ ket } 3} \sqrt{(x+3)-1} = \sqrt{x+2} \xrightarrow{3 \text{ K} \{A\}^{\circ} \text{ III } \mathbb{A} \{z\} \mathbb{M} \text{ olVL}^{\circ}} 3\sqrt{x+2} = \sqrt{9x+18}$$

40% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که از مفاهیم انتقال و انبساط و انقباض به درستی استفاده نموده اند.

8 گزینه 1

برای به دست آوردن ضابطه تابع f ، تمام مراحل داده شده را به صورت عکس روی تابع $g(x)$ اعمال می کنیم:

$$g(x) = -|x+5|+2 \xrightarrow{\text{IM } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } 2} -|x+5|+4 \xrightarrow{\text{IA } x \text{ n} \{d\} \mathbb{N} \text{ SLV}^{\circ} \mathbb{N} \{A\}^{\circ}} |x+5|-4 \xrightarrow{\text{Swth } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } 2} |x+3|-4 \Rightarrow f(x) = |x+3|-4$$

39% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که از قواعد گفته شده در قسمت نکات استفاده کرده اند و با عکس کردن مراحل از انتها به ابتدا، از تابع $g(x)$ به تابع $f(x)$ رسیده اند.

نکته

به صورت خلاصه داریم: ($a > 0$)

$$y = f(x) \begin{cases} \text{Swth } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } a \rightarrow f(x-a) \\ \text{Oa } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } a \rightarrow f(x+a) \\ \text{IM } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } a \rightarrow f(x)+a \\ \text{AAIO } S_{\Delta W} \mathbb{N} \text{ ket } a \rightarrow f(x)-a \\ \text{IA } x \text{ n} \{d\} \mathbb{N} \text{ SLV}^{\circ} \mathbb{N} \{A\}^{\circ} \rightarrow -f(x) \\ \text{IA } y \text{ n} \{d\} \mathbb{N} \text{ SLV}^{\circ} \mathbb{N} \{A\}^{\circ} \rightarrow f(-x) \end{cases}$$

توجه کنید که تغییرات y روی کل تابع اعمال می شود ولی تغییرات x فقط روی خود x اعمال می شود.

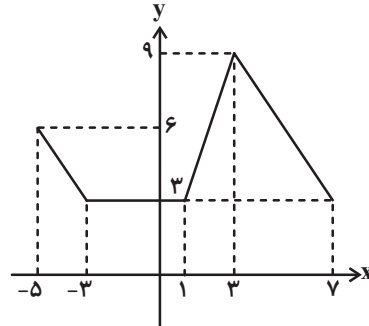
گزینه 2

ابتدا مراحل ساخته شدن $y = \frac{1}{3}f(2x-1)$ از $y = f(x)$ را نوشته و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم. (با توجه به نکته گفته شده)

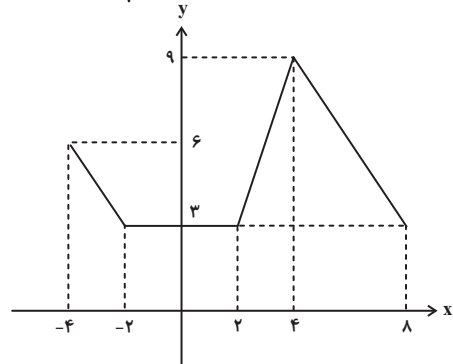
$$f(x) \xrightarrow{\text{ساخته شدن 1}} f(x-1) \xrightarrow{\left(\frac{1}{2}\right) \text{ کشش افقی}} f(2x-1)$$

$$f(2x-1) \xrightarrow{\left(\frac{1}{3}\right) \text{ کشش عمودی}} y = \frac{1}{3}f(2x-1)$$

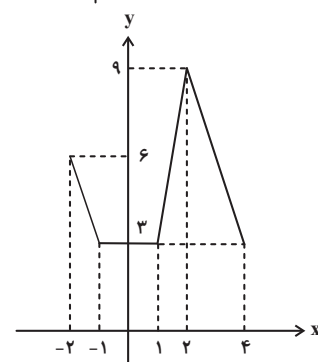
دقت داشته باشید زمانی که طول یعنی x را نصف می‌کنیم، در ضابطه ضریب 2 تنها بر x اعمال می‌شود یعنی داریم: $2(x-1)$ نه $2(x-1)!$ با اعمال مراحل بالا روی نمودار خواهیم داشت:



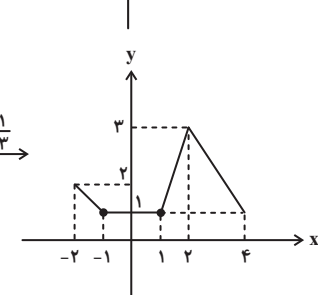
1 واحد به راست



نصف کردن طول نقاط



1/3 برابر کردن عرض نقاط



47% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با توجه به نکته گفته شده ترتیب اعمال تغییرات را به درستی نوشته‌اند و روی نمودار $y = f(x)$ اعمال کرده‌اند تا به نمودار خواسته شده برسند.

گزینه 3

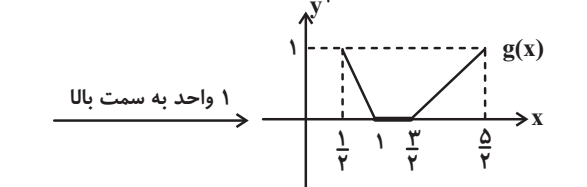
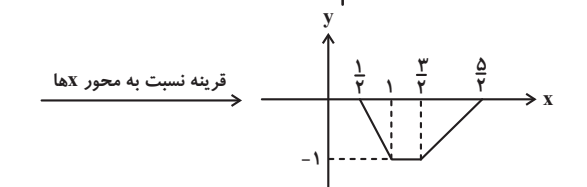
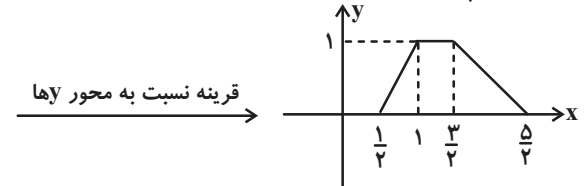
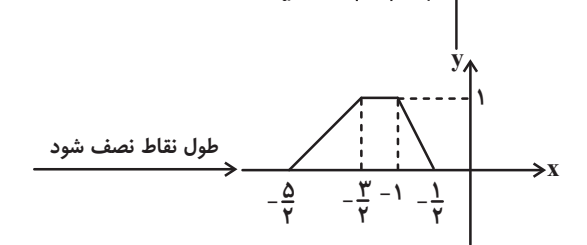
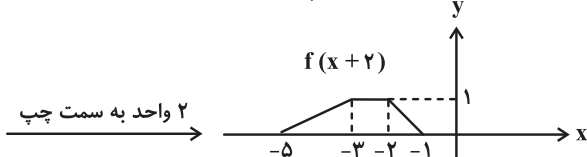
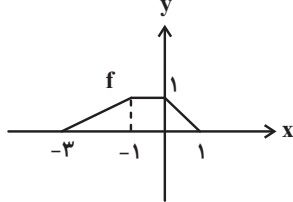
برای رسیدن به تابع $g(x)$ از تابع $f(x)$ مراحل زیر را باید طی کنیم.

$$f(x) \xrightarrow{\text{2 واحد به سمت چپ}} f(x+2) \xrightarrow{\left(\frac{1}{2}\right) \text{ کشش افقی}} f(2x+2)$$

$$f(2x+2) \xrightarrow{\text{انعکاس نسبت به محور y}} -f(-2x+2)$$

$$\xrightarrow{\text{1 واحد به سمت بالا}} g(x) = 1 - f(2-2x)$$

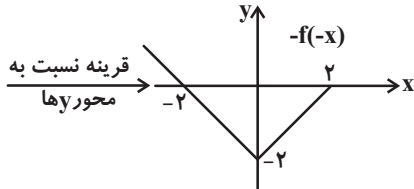
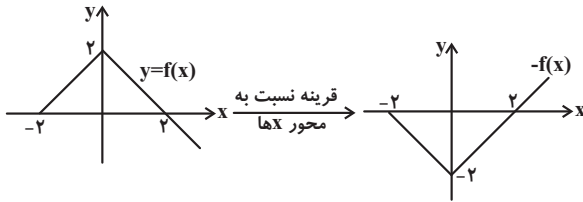
حال این تغییرات را روی نمودار اعمال می‌کنیم:



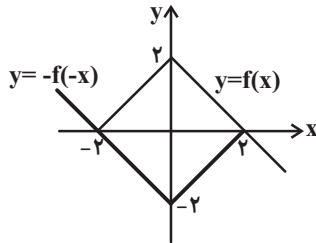
30% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به نکات گفته شده در مورد رعایت ترتیب اعمال تغییرات تسلط داشته و انتقال‌های مربوطه را به دست آورده و روی نمودار اعمال کرده‌اند.

15 گزینه 3

برای رسم نمودار $y = -f(-x)$ باید نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها و y ها قرینه کنیم. بنابراین داریم:



با رسم هر دو نمودار در یک شکل داریم:



سطح محدود بین دو نمودار یک مربع است که از طرفی لوزی هم هست و مساحت آن از رابطه $\frac{4 \times 4}{2} = 8$ به دست می‌آید. در نتیجه داریم:

$$S = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

57% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با تسلط بر قواعد انعکاس، نمودار خواسته شده را رسم کرده‌اند و بعد از آن به راحتی مساحت سطح بین دو نمودار را به دست آورده‌اند.

نکته

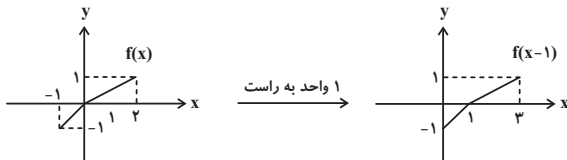
$$y = f(x) \begin{cases} |A \times n| \text{d} \text{f} \text{S} \text{L} \text{V}^* \text{A} \text{o}^* : y = -f(x) \\ |A \text{y} \text{n} \text{d} \text{f} \text{S} \text{L} \text{V}^* \text{A} \text{o}^* : y = f(-x) \end{cases}$$

16 گزینه 2

در ابتدا مراحل رسیدن از تابع $f(x)$ به $g(x)$ را می‌نویسیم و سپس روی نمودار اعمال می‌کنیم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{Swit} \text{h} \text{ } 1} f(x-1) \xrightarrow{\text{f} \text{ } \text{M} \text{U} \text{ } \text{p} \text{h} \text{ } \text{T} \text{I} \text{o} \text{ } \text{C} \text{e} \text{ } \text{O} \text{f} \text{ } \text{n} \text{k} \text{e} \text{ } \text{a}} |f(x-1)| + 1$$

بنابراین داریم:



12 گزینه 2

با توجه به نکته گفته شده، داریم:

$$f(x) \xrightarrow{\text{Oa} \text{ } \text{S} \text{a} \text{w} \text{ } \text{M} \text{u} \text{k} \text{e} \text{l} \text{ } 1} f(x+1) \xrightarrow{\text{I} \text{A} \text{y} \text{ } \text{n} \text{d} \text{f} \text{S} \text{L} \text{V}^* \text{A} \text{o}^*} -f(x+1) \xrightarrow{\text{A} \text{z} \text{ } \text{M} \text{a} \text{ } \text{A} \text{I} \text{T} \text{w} \text{h} \text{ } \text{n} \text{j} \text{ } \frac{1}{4} \text{K} \text{h} \text{o} \text{ } \text{O} \text{h} \text{M} \text{a} \text{l} \text{,} \text{A} \text{z} \text{ } \text{M} \text{a} \text{ } \text{A} \text{E} \text{I} \text{L} \text{E} \text{H}} -\frac{1}{4}f(-x+1)$$

37% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که به ترتیب اعمال تغییرات روی تابع، طبق نکات گفته شده تسلط داشته‌اند و از انتقال و انقباض و انعکاس به درستی استفاده نموده‌اند.

13 گزینه 4

برای پیدا کردن دامنه تابع $g(x)$ باید دامنه تابع $f(x+2)$ و $f(2x)$ را بیابیم و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} x+2 \in [-4, 1] &\Rightarrow -4 \leq x+2 \leq 1 \Rightarrow -6 \leq x \leq -1 \\ 2x \in [-4, 1] &\Rightarrow -4 \leq 2x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{A} \text{o} \text{A} \text{ } \text{A} \text{ } \text{M} \text{a} \text{T} \text{H}} [-2, -1] \Rightarrow D_g = [-2, -1]$$

49% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که عبارات داخل تابع f را در بازه عددی دامنه قرار داده‌اند و مقادیر قابل قبول برای x را به دست آورده‌اند.

نکته

زمانی که دامنه تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و می‌خواهیم دامنه تابع $f(u)$ عبارت u بر حسب x را به دست بیاوریم، باید دقت کنیم که $u \in D_f$ است سپس با توجه به این موضوع مقادیر قابل قبول برای x را به دست می‌آوریم.

14 گزینه 2

دامنه $g(x)$ همان دامنه $f(2x-1)$ است. پس با قرار دادن عبارت $2x-1$ در محدوده دامنه f داریم:

$$D_f = [-2, 3] \Rightarrow 2x-1 \in [-2, 3] \Rightarrow -2 \leq 2x-1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-\frac{1}{2}, 2]$$

31% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده‌اند، چرا که با قرار دادن $2x-1$ در دامنه تابع f و حل نامعادله مربوطه، حدود x یا به عبارتی دامنه g را به دست آورده‌اند.

نکته

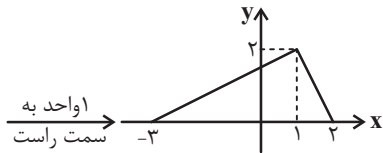
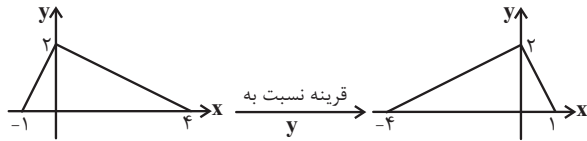
زمانی که دامنه تابع $f(x)$ به ما داده می‌شود و دامنه $f(u)$ عبارت u بر حسب x از ما خواسته می‌شود، باید با توجه به $u \in D_f$ ، حدود x را پیدا کنیم. محدوده به دست آمده همان دامنه مطلوب است دقت کنید در اینجا در تابع $f(u)$ ، عبارت $u(x)$ باید در دامنه f صدق کند نه خود x .

18 گزینه 2

می خواهیم از $f(\frac{1-x}{2})$ به $f(\frac{x}{2})$ برسیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$f\left(\frac{1-x}{2}\right) \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} f\left(\frac{1+x}{2}\right) \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} f\left(\frac{1+(x-1)}{2}\right) = f\left(\frac{x}{2}\right)$$

دقت کنید که تغییرات مربوط به طول تابع تنها روی x اعمال می شوند نه اعدادی که کنار آن جمع یا تفریق شده اند.



51% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند. چرا که با تسلط بر قواعد انتقال توانسته اند مراحل تبدیل تابع را بنویسند و آن را روی نمودار اعمال کنند.

19 گزینه 1

در ابتدا دامنه تابع را می یابیم:

$$x+4 \geq 0, x \neq 0 \rightarrow x \geq -4, x \neq 0 \Rightarrow D_f = [-4, 0) \cup (0, +\infty)$$

حال برای پیدا کردن برد ابتدا تابع را دو ضابطه ای کرده و قدر مطلق را حذف می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{x}\sqrt{x+4} & -4 \leq x < 0 \\ \frac{x}{x}\sqrt{x+4} & x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\sqrt{x+4} & -4 \leq x < 0 \\ \sqrt{x+4} & x > 0 \end{cases}$$

در ادامه از روی دامنه، ضابطه را ساخته و برد را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} -4 \leq x < 0 \Rightarrow 0 \leq x+4 < 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x+4} < 2 \Rightarrow -2 < -\sqrt{x+4} \leq 0 \\ x > 0 \Rightarrow x+4 > 4 \Rightarrow \sqrt{x+4} > 2 \end{cases}$$

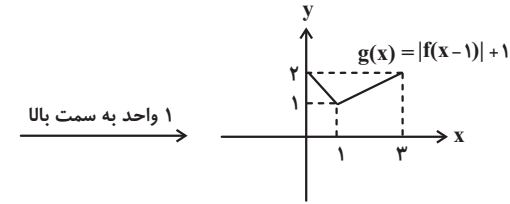
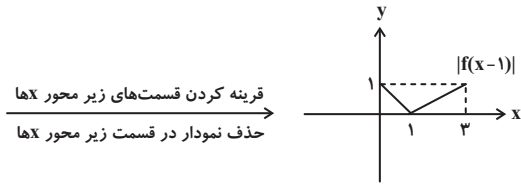
بین جوابها اجتماع می گیریم:

$$R_f = (-2, 0) \cup (2, +\infty)$$

32% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند. چرا که ابتدا با توجه به دامنه تابع رادیکال، محدوده دامنه را پیدا کرده اند و سپس با دو ضابطه ای کردن، تابع قدر مطلق را ساده کرده و در نهایت از روی دامنه تابع ضابطه ها را ساخته و حدود y یعنی برد تابع را به دست آورده اند.

نکته

برای پیدا کردن برد تابع، در ابتدا باید دامنه را به دست آوریم و سپس از روی دامنه ضابطه تابع را بسازیم تا بتوانیم حدود y یعنی همان برد را پیدا کنیم. توجه کنید که برای حذف قدر مطلق باید ضابطه تابع را بر اساس عبارت درون قدر مطلق باز بندی و ساده کنیم.



50% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند، چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و نحوه رسم $|f(x)|$ توانسته اند نمودار مورد نظر را رسم کنند.

نکته

برای رسم نمودار تابع $y = |f(x)|$ قسمت هایی از نمودار $f(x)$ که زیر محور x ها هستند را نسبت به این محور قرینه می کنیم. سپس قسمت های اولیه که زیر محور x ها بوده اند را حذف می کنیم. قسمت های بالای محور x نیز همان طور باقی می ماند.

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases}$$

برای رسم $y = f(|x|)$ قسمت هایی که در سمت چپ محور y ها است را حذف و قسمت های سمت راست محور y ها را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم.

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x) & x \geq 0 \\ f(-x) & x < 0 \end{cases}$$

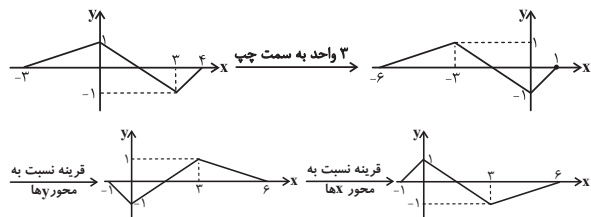
17 گزینه 1

برای این که از تابع $-f(x-2)$ به $f(1-x)$ برسیم، باید مراحل زیر را به ترتیب بر روی تابع f اعمال کنیم:

$$-f(x-2) \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} -f(x+3-2) = -f(x+1)$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} -f(-x+1) \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} f(1-x)$$

حال با اعمال این تغییرات روی نمودار داریم:



56% دانش آموزان به این سؤال پاسخ صحیح داده اند. چرا که با تسلط بر قواعد انتقال و انعکاس توانسته اند تابع خواسته شده را از تابع داده شده به دست آورند و سپس همان مراحل را روی نمودار اعمال کردند.