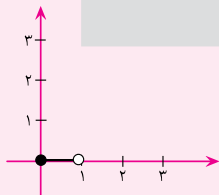


مثال:

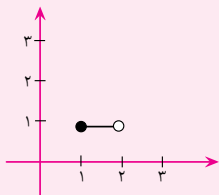
۱. جدول زیر را کامل کنید:

محدوده	جزء صحیح	نمودار	ردیف
$0 \leq x < 1$	$f(x) = [x] = \dots\dots\dots$		۱
	$f(x) = [x] = 1$		۲
			۳

پاسخ: ردیف ۱. در محدوده  $0 \leq x < 1$  مقدار تابع  $f(x) = 0$  است، که یک تابع ثابت است.



ردیف ۲. از  $[x] = 1$  نتیجه می‌شود که  $1 \leq x < 2$  است و نمودار آن در این محدوده به صورت زیر است:



ردیف ۳. با توجه به شکل  $f(x) = [x] = 2$  در محدوده  $2 \leq x < 3$  قرار دارد.

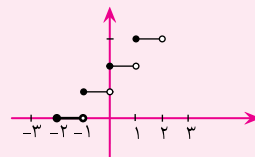
۲. نمودار تابع‌های زیر را در محدوده داده‌شده رسم کنید.

الف.  $f(x) = [x] + 2$  در محدوده  $-2 \leq x < 2$ .

ب.  $f(x) = -2[x]$  در محدوده  $0 < x < 3$ .

پ.  $f(x) = 2[x] - 3$  در محدوده  $1 \leq x \leq 3$ .

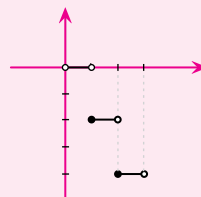
$$\left. \begin{aligned} -2 \leq x < -1 &\Rightarrow [x] = -2 \\ -1 \leq x < 0 &\Rightarrow [x] = -1 \\ 0 \leq x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \\ 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & (-2 \leq x < -1) \\ 1 & (-1 \leq x < 0) \\ 2 & (0 \leq x < 1) \\ 3 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$



پاسخ:

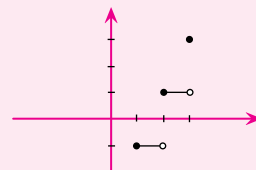
الف.

$$\left\{ \begin{aligned} 0 < x < 1 &\Rightarrow [x] = 0 \\ 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \\ 2 \leq x < 3 &\Rightarrow [x] = 2 \end{aligned} \right. \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < 1) \\ -2 & (1 \leq x < 2) \\ -4 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$$



ب.

$$\left\{ \begin{aligned} 1 \leq x < 2 &\Rightarrow [x] = 1 \\ 2 \leq x < 3 &\Rightarrow [x] = 2 \\ x = 3 &\Rightarrow [x] = 3 \end{aligned} \right. \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -1 & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (2 \leq x < 3) \\ 3 & (x = 3) \end{cases}$$



پ.

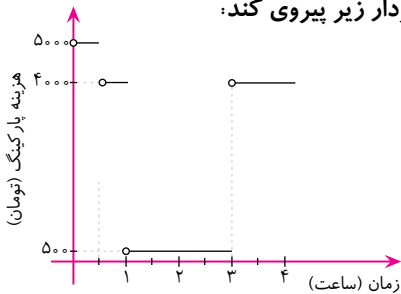
## تمرین‌های امتحانی

۱. الف. توابع پلکانی دارای چه ویژگی خاصی هستند؟

ب. کدام یک از توابع زیر پلکانی است؟



۲. اگر هزینه پارکینگ در روز جمعه براساس مدت زمان سپری شده از بازگشایی فروشگاه از نمودار زیر پیروی کند:



الف. براساس مدل‌سازی ارائه شده نوع تابع را مشخص کنید و ضابطه آن را بنویسید.

ب. هزینه پارکینگ را برای یک، دو و نیم و چهار ساعت توقف محاسبه کنید.

پ. این نوع مدل‌سازی برای دریافت هزینه پارکینگ چه معایب و محاسنی می‌تواند داشته باشد؟

۳. هر کدام از نمودارهای توابع سمت چپ را به تصویری که بیانگر آن مفهوم است مرتبط کنید. (یک مورد اضافی است).

الف. چراغ راهنمایی چشمک‌زن

ب. در چرخ‌وفلکی که با سرعت ثابت در حال چرخش است، قرار گرفتن یک کابین خاص در پایین‌ترین نقطه

پ. کلید سه‌حالتی تایمردار که جریان برق را به یکی از وسایل A، B و C می‌رساند.

۴. با توجه به ضابطه تابع علامت، مقدار عددی عبارات زیر را بیابید.

پ.  $\text{sign}(x^2 + 1)$

ب.  $\text{sign}(1 - \sqrt{3}) - \text{sign}(\sqrt{3} - 1)$

الف.  $2\text{sign}(\pi - 1) + 1$

۵. به کمک تعریف تابع جزء صحیح و با استفاده از محور زیر، حاصل مقادیرهای خواسته شده را به دست آورید.



- الف.  $[-2]$       ب.  $[1/7777\dots]$       پ.  $[-\sqrt{3}]$   
 ت.  $[\frac{5}{3}] + 1$       ث.  $[1/7] + [-1/7]$       ج.  $2[-2/1] + 3[1/2]$

۶. اگر  $f(x) = \frac{[x]+1}{[2x]}$  باشد، مقادیرهای زیر را حساب کنید.

- الف.  $f(1/1) + f(3/1)$       ب.  $f(-1/7) + 2$

۷. جدول زیر را کامل کنید:

محدوده	تابع $f(x) = [x]$	ردیف
$\dots \leq x < \dots$	$f(x) = \dots$	۱
$1 \leq x < 2$	$f(x) = \dots$	۲
$\dots \leq x < \dots$	$f(x) = -1$	۳

۸. اگر  $-1 < x < 3$  باشد، مقادیرهای  $f(x) = 2[x] + 1$  را حساب کنید.

۹. اگر دامنه تابع  $f(x) = 3[x] - 2$  به صورت  $1/2 \leq x < 3/5$  باشد، برد تابع را حساب کنید.

۱۰. برد تابع  $f(x) = [x]$  برابر مجموعه  $R = \{2, 3\}$  است. دامنه تابع را مشخص کنید.

۱۱. نمودار تابع‌های زیر را در محدوده داده شده رسم کنید.

- الف.  $f(x) = 2[x] - 2$  در محدوده  $0 \leq x < 3$       ب.  $f(x) = \frac{[x]}{[x]+2}$  در محدوده  $-1 \leq x \leq 1$

۱۲. در تابع  $f(x) = m[x] - 2mx$  مقدار  $m$  را چنان بیابید که  $f(2/5) = 10$  باشد.

۱۳. در تابع  $f(x) = 3 - [x]$  دامنه برابر  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$  است. برد را حساب کرده، نمودار آن را رسم کنید.

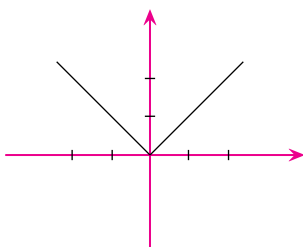
۱۴. مجموع جواب معادله  $[2x+1] = 2$  را به دست آورید.

### درس چهارم: تابع قدر مطلق

قدر مطلق هر عدد نامنفی، خود آن عدد و قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن عدد است.

قدر مطلق عبارتی مانند  $x$ ، یک تابع دوضابطه‌ای به صورت مقابل است.

$$|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$$



نمودار تابع در زیر آمده است. لازم به ذکر است که دامنه و برد چنین تابعی عبارت است از:

$$D = \mathbb{R}$$

$$R = \mathbb{R} - \{x \mid x < 0\}$$