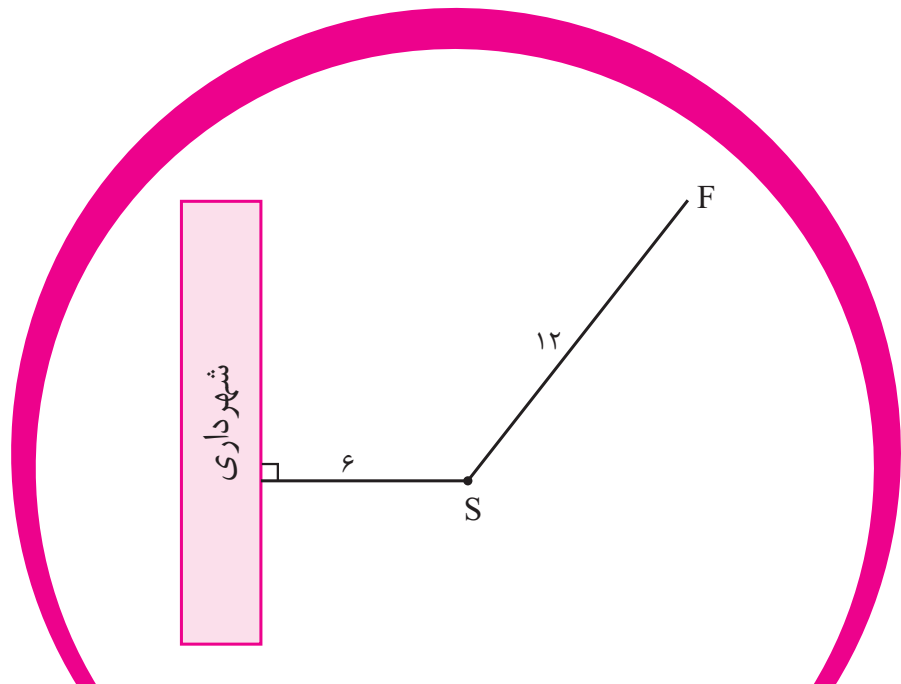


در این فصل خواهیم خواند:

- ← درس اول: ترسیم‌های هندسی
- ← درس دوم: استدلال و قضیه تالس
- ← درس سوم: تشابه مثلث‌ها



نمودار بالا مثل قرار گرفتن ساختمان شهرداری، مجسمه S و فواره F را نشان می‌دهد. می‌فواهیم میله پرپچم را در مثل نصب کنیم که از مجسمه و فواره به یک فاصله باشد و از مقابل ساختمان شهرداری به فاصله ۹ متر باشد. مثل نصب میله پرپچم را تعیین کنید.



## درس اول: ترسیم‌های هندسی

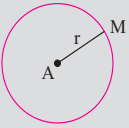
## پرسش و تمرین



## یادآوری



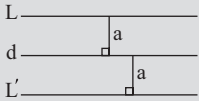
مجموعه نقاطی که از نقطه مشخص A به فاصله معلوم r قرار دارند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع r تشکیل می‌دهند.



## نکته



مجموعه نقاطی که از خط d به فاصله معلوم a قرار دارند، دو خط در طرفین خط d موازی با آن و به فاصله a از آن هستند.



## نکته



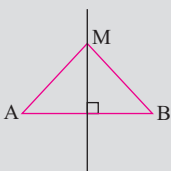
شرط این‌که سه ضلع a, b و c تشکیل یک مثلث دهند عبارت است از:

$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$

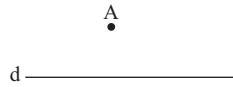
## یادآوری



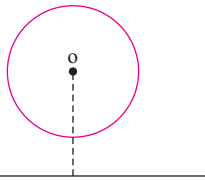
هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است و بالعکس، اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، آن‌گاه روی عمودمنصف پاره‌خط قرار دارد. روی عمودمنصف AB،  $M \leftrightarrow MA = MB$



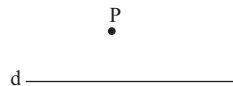
۱. نقطه A به فاصله ۲ cm از خط d مفروض است. نقاطی از خط d را تعیین کنید که از نقطه A به فاصله ۳ cm باشند.



۲. در شکل زیر، فاصله مرکز دایره تا خط d برابر ۵ cm و شعاع دایره ۳ cm می‌باشد. نقاطی روی دایره بیابید که از خط d به فاصله ۴ cm باشند.



۳. نقطه P به فاصله  $3x - 5$  از خط d قرار دارد. اگر هیچ نقطه‌ای روی خط d وجود نداشته باشد که از نقطه P به فاصله ۱۰ باشد، حدود x را بیابید.



۴. دو نقطه A و B به فاصله ۵ cm از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۳ cm و از B به فاصله ۴ cm باشد؟ چرا؟



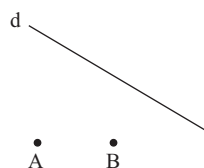
۵. نقاط A و B به فاصله ۱۰ cm از یکدیگر مفروض‌اند. چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۴ cm و از B به فاصله ۶ cm باشد؟ چرا؟

۶. مثلی به اضلاع ۶، ۵ و ۸ سانتی‌متر را رسم کنید (مراحل رسم را توضیح دهید).

۷. اگر اندازه‌های اضلاع مثلی ۲، ۷ و x باشند، حدود x را بیابید.

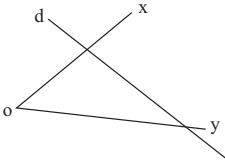


۸. در شکل زیر نقطه‌ای روی خط d بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله باشد.





۹. در شکل مقابل، نقطه‌ای روی خط  $d$  بیابید که از اضلاع زاویه  $\hat{xOy}$  به یک فاصله باشد.



۱۰. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که قطرهاش ۴ و ۸ و یک ضلع آن ۵ باشد.

۱۱. متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول ضلع‌هایش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۷ باشد.

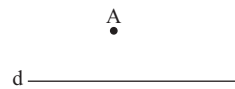
۱۲. مستطیلی رسم کنید که عرض آن ۳ cm و قطر آن ۶ cm باشد.

۱۳. پاره‌خط  $AB$  به طول ۶ cm مفروض است. نقطه یا نقاطی بیابید که از پاره‌خط  $AB$  به فاصله ۲ cm و از نقطه وسط این پاره‌خط به فاصله ۴ cm باشند.

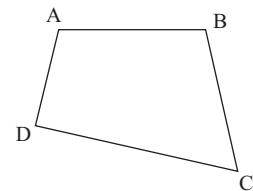


۱۴. مستطیلی رسم کنید که اضلاع آن ۳ و ۵ سانتی‌متر هستند.

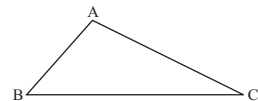
۱۵. نقطه  $A$  به فاصله ۳ cm از خط  $d$  مفروض است. مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که یک رأس آن نقطه  $A$  و یک ضلع آن بر خط  $d$  منطبق باشد و همچنین قاعده این مثلث ۸ cm باشد.



۱۶. در شکل مقابل نقطه‌ای بیابید که از ضلع  $AB$ ،  $AD$  و  $DC$  به یک فاصله باشد.



۱۷. نقطه یا نقاطی را بیابید که از دو ضلع  $AB$  و  $AC$  در مثلث  $ABC$  به یک فاصله و از دو رأس  $B$  و  $C$  هم به یک فاصله باشند.



۱۸. لوزی رسم کنید که اقطار آن ۶ و ۴ سانتی‌متر باشند.

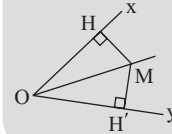
۱۹. لوزی رسم کنید که یک قطر آن ۴ cm و طول ضلع آن ۵ cm باشد.



### یادآوری

هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و بالعکس، اگر نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، آن‌گاه روی نیمساز زاویه قرار دارد.

$$\hat{O} \leftrightarrow M \leftrightarrow MH = MH'$$

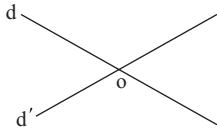




۲۰. سه نقطه A، B و C در صفحه مفروض‌اند. نقطه یا نقاطی را بیابید که از نقطه C به فاصله معلوم r و از نقاط A و B به یک فاصله باشند. (مسئله چند جواب می‌تواند داشته باشد)

• C

• A      • B

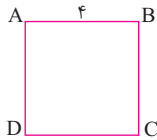


۲۱. دو خط متقاطع d و d' را در نظر بگیرید. نقطه یا نقاطی را بیابید که از دو خط d و d' به یک فاصله بوده و از نقطه o محل برخورد دو خط d و d' به فاصله ۲cm باشند.

۲۲. مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که اضلاع قائمه آن ۳ و ۵ سانتی‌متر باشند.

۲۳. مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۶cm و یک ضلع آن ۳cm باشد.

۲۴. مربع ABCD به ضلع ۴cm مفروض است. نقطه یا نقاطی روی محیط مربع بیابید که از قطر AC به فاصله ۱cm باشند.



## پرسش‌های چهارگزینه‌ای



۱. نقاط A و B به فاصله  $2m + 7$  از یکدیگر قرار دارند. فقط یک نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۳ و از B به فاصله ۵ می‌باشد. مقدار m کدام گزینه است؟

$\frac{1}{4}$  (۱)       ۲ (۳)       ۱ (۲)        $\frac{1}{2}$  (۴)

۲. سه پاره‌خط به طول‌های  $4x - 4$ ،  $x + 7$  و  $6x$  اضلاع مثلث هستند. حدود x کدام گزینه است؟

$\frac{5}{3} < x < 3$  (۱)        $\frac{11}{9} < x < 3$  (۲)

$\frac{11}{9} < x < 4$  (۳)        $2 < x < 3$  (۴)

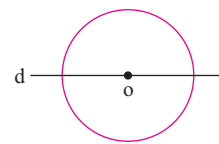
۳. چند نقطه درون مثلث ABC وجود دارد که از ۳ ضلع مثلث به یک فاصله باشد؟

صفر (۱)       حداکثر ۱ (۲)       ۱ (۳)       ۲ (۴)



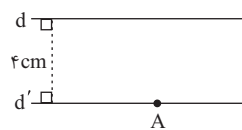
۴. در شکل داده شده مرکز دایره روی خط  $d$  قرار دارد. اگر قطر دایره  $10\text{ cm}$  باشد، چند نقطه روی دایره وجود دارد که از خط  $d$  به فاصله  $6\text{ cm}$  باشد؟

- ۴ (۱)       ۳ (۳)       ۲ (۲)       صفر (۴)



۵. در شکل مقابل  $d$  و  $d'$  دو خط موازی بوده و نقطه  $A$  روی خط  $d'$  قرار دارد. چند نقطه وجود دارد که از دو خط  $d$  و  $d'$  به یک فاصله بوده و از نقطه  $A$  به فاصله  $2\text{ cm}$  باشند؟

- ۴ (۴)       ۲ (۳)       ۱ (۲)       صفر (۱)



## درس دوم: استدلال و قضیه تالس

### پرسش و تمرین

۱. با توجه به خواص تناسب جاهای خالی را کامل کنید.

الف)  $\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = \underline{\hspace{2cm}} = y \times \underline{\hspace{2cm}}$       ب)  $2 \times 6 = 3 \times 4 \rightarrow \frac{2}{\underline{\hspace{2cm}}} = \frac{3}{\underline{\hspace{2cm}}}$

پ)  $5x = 7y \Rightarrow \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{5} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{7}$       ت)  $3(x+y) = 4z \Rightarrow \frac{3}{\underline{\hspace{2cm}}} = \frac{z}{\underline{\hspace{2cm}}}$

ث)  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$       ج)  $\frac{x-2}{y} = \frac{z}{5} \rightarrow \frac{x-2}{z} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

چ)  $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} \Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$       ح)  $\frac{5}{3} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

خ)  $\frac{a+2}{4} = \frac{b-3}{5} \Rightarrow \frac{a+2}{4-a-2} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$       د)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+3b}{b} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

ذ)  $\frac{x-2}{z} = \frac{a}{b+3} \Rightarrow \frac{x-2}{z-3(x-2)} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$       ر)  $\frac{3}{7} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{3}{7+4 \times 3} = \frac{\underline{\hspace{2cm}}}{\underline{\hspace{2cm}}}$

۲. اگر  $\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b}$ ، آن گاه ثابت کنید:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

---



---



---

۳. از تناسب مقابل مقدار  $x$  را بیابید.

$$\frac{4}{x+1} = \frac{2}{3x-2}$$

---



---

۴. از تناسب مقابل مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$\frac{x+y}{8} = \frac{x-y}{4} = \frac{2}{3}$$

---



---

### یادآوری

خواص تناسب  
(طرفین وسطین)

۱)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

(تبدیل ضرب به تناسب)

۲)  $ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

(معکوس کردن)

۳)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

۴)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{d}{b}$  یا  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

(ترکیب در صورت)

۵)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

(ترکیب در مخرج)

۶)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

(تفضیل در صورت)

۷)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

(تفضیل در مخرج)

۸)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

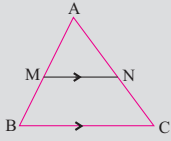


تعریف



قضیه تالس:

در مثلث ABC اگر  $MN \parallel BC$ ، آن گاه:

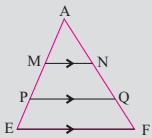


$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC} \text{ و } \frac{MB}{AM} = \frac{NC}{AN}$$

در حالت کلی داریم:



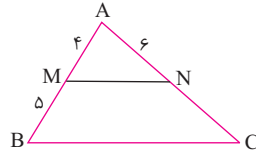
$$\frac{AM}{AN} = \frac{MP}{NQ} = \frac{PE}{QF} = \frac{ME}{NF} = \frac{AE}{AF} = \dots$$

۵. اگر  $\frac{3x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{2z+1}{4}$  و  $3x + y + 2z = 11$ ، آن گاه مقادیر  $x$  و  $y$  و  $z$  را بیابید.

---

---

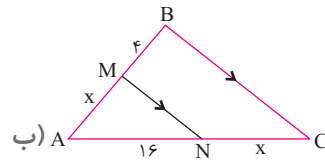
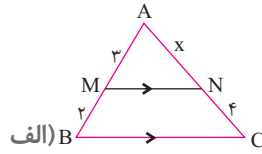
۶. در شکل مقابل  $MN \parallel BC$  می باشد. اندازه  $AC$  و  $NC$  را بیابید.



---

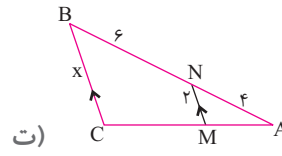
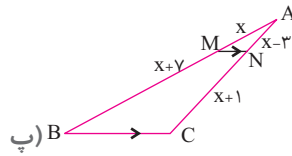
---

۷. در هر کدام از شکل های زیر  $MN \parallel BC$  می باشد. مقدار  $x$  را بیابید.



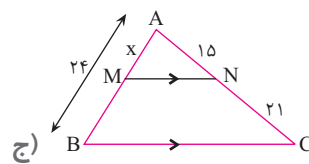
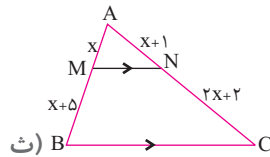
---

---



---

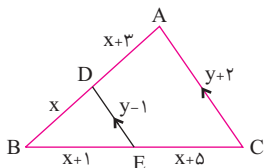
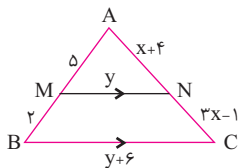
---



---

---

۸. در هر کدام از شکل های داده شده، مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید.



---

---

---

---

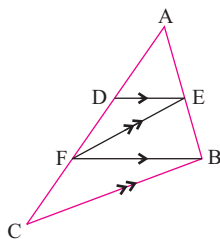
---

---

---

---

۹. در مثلث ABC شکل مقابل،  $DE \parallel FB$  و  $EF \parallel BC$ ، ثابت کنید:  $\frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FC}$ .



---

---

---

---