



گاج

فُرمول پیسٹ

ریاضی ششم

مؤلف

امیر حق نظر

گاج

+

%

فارسول

ایستاد

۹۰۰

پرسش
تشریحی

۱۱۰

صفحه
درسنامه

۴

نمونه
امتحانی



۲۶ ساعت

فیلم آموزشی
خط به خط
کتاب درسی

+ ۸:۳۰

فیلم
آموزشی
ویژه
شب
امتحان



9 786220 308874

تهران، میدان انقلاب
تیش بازار چه کتاب

www.gajmarket.com

پیشگفتار

به نام آن که بی‌منت جهان را آفرید

سلامی گرم به شما دانش‌آموزان عزیز، اولیای محترم و معلمان ارجمند سرزمین عزیزمان ایران. با مجموعه‌ای جدید از کتاب‌ها با عنوان «فرمول بیست» مهمان خانه‌های شما هستیم. حالا چرا «فرمول بیست»؟ چون دانش‌آموز با مطالعه دقیق و برنامه‌ریزی شده این کتاب‌ها می‌تواند به آسانی و با سرعت فرمول رسیدن به نمره بیست را در امتحانات استاندارد مدارس کشور پیدا کند.

در این مجموعه از کتاب‌ها سعی کرده‌ایم با ارائه درسنامه‌های جامع همراه با مثال‌های فراوان، مفاهیم و نکات آموزشی کتاب درسی را به‌طور کامل، با زبانی ساده و قابل فهم، به دانش‌آموزان عزیز انتقال دهیم.

برای تثبیت مطالب آموزش داده شده، بعد از هر درسنامه، تمرین‌هایی در چهار قالب رایج و استاندارد درست - نادرست، جای خالی، چهارگزینه‌ای و تشریحی ارائه شده است. ویژگی تمرین‌های درست - نادرست و جای خالی این است که اغلب دربرگیرنده پرسش‌های تعریفی و مفهومی‌اند و کمتر سؤالات محاسباتی یا حل کردنی را شامل می‌شوند. در مقابل، در پرسش‌های چهارگزینه‌ای و تشریحی، انواع تمرین‌ها، اعم از تمرین‌های کتاب درسی و سؤالات استاندارد مدارس برتر، به‌طور کامل بررسی شده است.

در انتهای هر فصل، یک آزمون جمع‌بندی آورده شده است که به مرور مهم‌ترین مطالب درس‌های آن فصل می‌پردازد. در بخش آزمون‌های پایان نوبت نیز دو نمونه آزمون پایان نوبت اول و دو نمونه آزمون پایان نوبت دوم مطابق با بودجه‌بندی آموزش و پرورش ارائه شده است تا دانش‌آموز را برای شب امتحان آماده سازد و همچنین میزان تسلط او را به مباحث کتاب درسی مورد سنجش قرار دهد.

از دیگر ویژگی‌های این دسته از کتاب‌ها پاسخ‌نامه تشریحی است که پاسخ تمامی تمرین‌ها و آزمون‌ها به‌طور مفصل در آن گنجانده شده است و مرجعی کامل برای یادگیری دقیق و درست مطالب کتاب درسی به‌شمار می‌رود.

همچنین کتاب حاضر، در دو سطح متفاوت، ویدئوهای آموزشی ریاضی ششم را در اختیار دانش‌آموزان عزیز قرار می‌دهد:

اول: ویدئوهای آموزشی مخ (معلم خصوصی) که به بررسی و توضیح سطر به سطر کتاب درسی و حل تک‌تک تمرین‌های آن می‌پردازد.
دوم: ویدئوهای ویژه شب امتحان، برای دو امتحان پایان نوبت اول و دوم، که به جمع‌بندی مطالب طول ترم و حل تعدادی نمونه سؤال مهم و پرتکرار می‌پردازد.

شایان ذکر است که مدرسان این ویدئوها، از معلمان مجرب و برجسته هستند. از این رو به دانش‌آموزان توصیه می‌کنیم، آن‌ها را با دقت مشاهده کنند. برای استفاده از این ویدئوها، کافی است رمزینۀ (QR-Code) مربوط به ویدئوی موردنظر را از جدول صفحه هشت با تلفن همراه خود اسکن کنند.

دوستان عزیز، معترفیم کتابی که پیش روی شماست عاری از خطا و اشتباه نیست. از این رو امیدواریم با نگاه‌های پرمهرتان ایرادهای احتمالی را از طریق تماس با شماره ۰۲۱-۶۴۲۰ یا صندوق پستی ۳۷۷-۱۳۱۴۵ به ما انتقال دهید تا در چاپ‌های بعدی آن‌ها را اصلاح کنیم.

فهرست مطالب

فصل اول: عدد و الگوهای عددی

معرفی اعداد صحیح ۳۰ ۴

آزمون جمع‌بندی فصل ۳۵ *

پاسخ‌های تشریحی فصل اول ۲۰۰ ✓

الگوهای عددی ۱۰ ۱

یادآوری عددنویسی ۱۹ ۲

بخش‌پذیری ۲۶ ۳

فصل دوم: کسر

محاسبات با کسر ۵۶ ۴

آزمون جمع‌بندی فصل ۶۲ *

پاسخ‌های تشریحی فصل دوم ۲۱۶ ✓

جمع و تفریق کسرها ۳۷ ۱

ضرب کسرها ۴۸ ۲

تقسیم کسرها ۵۳ ۳

فصل سوم: اعداد اعشاری

تقسیم یک عدد بر عدد اعشاری ۸۶ ۴

آزمون جمع‌بندی فصل ۹۴ *

پاسخ‌های تشریحی فصل سوم ۲۳۲ ✓

یادآوری ۶۴ ۱

یادآوری ضرب و تقسیم ۷۳ ۲

تقسیم عدد اعشاری بر عدد طبیعی ۸۱ ۳

فصل چهارم: تقارن و مختصات

تقارن و مختصات ۱۱۲ ۴

آزمون جمع‌بندی فصل ۱۱۷ *

پاسخ‌های تشریحی فصل چهارم ۲۴۸ ✓

مرکز تقارن و تقارن مرکزی ۹۶ ۱

دوران ۱۰۱ ۲

محورهای مختصات ۱۰۶ ۳

فصل پنجم: اندازه‌گیری

۱	طول و سطح	۱۲۰
۲	حجم و جرم	۱۲۹
۳	مساحت دایره	۱۴۱
۴	خط و زاویه	۱۴۸
*	آزمون جمع‌بندی فصل	۱۵۶
✓	پاسخ‌های تشریحی فصل پنجم	۲۵۷

فصل ششم: تناسب و درصد

۱	کسر، نسبت و تناسب	۱۵۸
۲	درصد	۱۶۴
۳	کاربرد درصد در محاسبات مالی	۱۷۱
۴	کاربرد درصد در آمار و احتمال	۱۷۶
*	آزمون جمع‌بندی فصل	۱۸۳
✓	پاسخ‌های تشریحی فصل ششم	۲۷۲

فصل هفتم: تقریب

۱	تقریب	۱۸۵
۲	اندازه‌گیری و محاسبات تقریبی	۱۹۱
*	آزمون جمع‌بندی فصل	۱۹۷
✓	پاسخ‌های تشریحی فصل هفتم	۲۸۳

*	آزمون‌های پایان نوبت	۲۹۰
✓	پاسخ‌های تشریحی آزمون‌های پایان نوبت	۲۹۸

بخش اول

درستامه و پرسش‌ها

www.gajmarket.com

فصل سوم:
اعداد اعشاری

۶۴

فصل دوم:
کسر

۳۷

فصل اول:
عدد و الگوهای عددی

۱۰

فصل ششم:
تناسب و درصد

۱۵۸

فصل پنجم:
اندازه‌گیری

۱۲۰

فصل چهارم:
تقارن و مختصات

۹۶

فصل هفتم:
تقریب

۱۸۵

فصل اول

عدد و الگوهای عددی

درس اول: الگوهای عددی



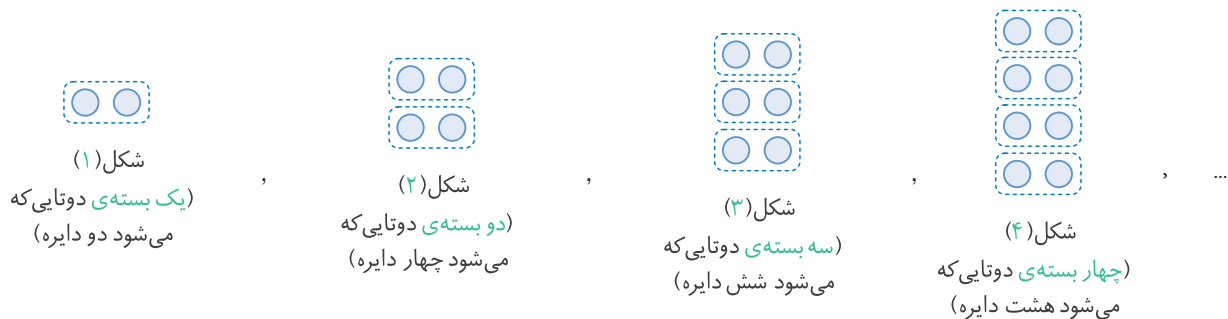
● **الگوی مضرب‌های عدد ۲:** اگر عددهای طبیعی (یعنی عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ...) را در ۲ ضرب کنیم و عددهای به دست آمده را پشت سر هم بنویسیم، یک الگوی عددی ساخته می‌شود که به آن الگوی مضرب‌های عدد ۲ می‌گوییم:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \times 2 = 2 \text{ (اولین مضرب ۲)} \\ 2 \times 2 = 4 \text{ (دومین مضرب ۲)} \\ 3 \times 2 = 6 \text{ (سومین مضرب ۲)} \\ 4 \times 2 = 8 \text{ (چهارمین مضرب ۲)} \\ \vdots \end{array} \right\} \Rightarrow \text{الگوی مضرب‌های عدد ۲: } 2, 4, 6, 8, \dots$$

سومین عدد الگو \uparrow \uparrow اولین عدد الگو
 \downarrow دومین عدد الگو \downarrow چهارمین عدد الگو

توجه همان‌طور که می‌بینید، در الگوی مضرب‌های عدد ۲، عددها دوتا دوتا زیاد می‌شوند.

ما همیشه می‌توانیم یک الگوی عددی را با یک الگوی شکلی نشان دهیم؛ به طوری که تعداد اجزای اولین شکل، برابر با اولین عدد الگو، تعداد اجزای دومین شکل، برابر با دومین عدد الگو و ... باشد. مثلاً الگوی شکلی مربوط به مضارب عدد ۲ را می‌توانیم به صورت زیر نشان دهیم:



از مطالب بالا نتیجه می‌گیریم که در الگوی مضرب‌های عدد ۲، هر عدد الگو (یا تعداد اجزای هر یک از شکل‌های الگو) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\text{شماره‌ی آن عدد در الگو (شماره‌ی آن شکل در الگو)} = \text{عدد الگو (تعداد اجزای هر شکل الگو)} \times 2$$

مثلاً \rightarrow $5 \times 2 = 10$ (تعداد اجزای پنجمین شکل الگو) = $3 \times 2 = 6$ (تعداد اجزای سومین شکل الگو)

به رابطه‌هایی (مثل رابطه‌ی بالا) که هر عدد الگو را با توجه به شماره‌ی آن عدد در الگو مشخص می‌کند، **رابطه‌ی الگو** می‌گوییم.

از این به بعد رابطه‌های الگوهایی که بررسی می‌کنیم، به جای «هر عدد الگو» از نماد \square و به جای «شماره‌ی آن عدد در الگو» از نماد \bigcirc استفاده می‌کنیم تا بتوانیم رابطه را به صورت خلاصه‌تر بنویسیم. مثلاً همین رابطه‌ی الگوی مضرب‌های عدد ۲ را می‌توانیم به صورت زیر، بازنویسی کنیم:

$$\begin{array}{c} \text{هر عدد الگو} \\ \uparrow \\ \square = \bigcirc \times 2 \\ \downarrow \\ \text{شماره‌ی آن عدد در الگو} \end{array}$$

■ **عددهای زوج:** مضرب‌های عدد ۲، یعنی عددهای ۲، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ... به عبارتی عددهای زوج عددی هستند که از ضرب یک عدد طبیعی در عدد ۲ به دست می‌آیند. هم چنین می‌توانیم بگوییم عددهای زوج عددی هستند که بر ۲ بخش پذیرند.

نکته الف اگر یک عدد طبیعی را به ما بدهند و از ما بپرسند که آیا این عدد زوج است یا خیر، کافی است به رقم یکان آن نگاه کنیم (رقم‌های دیگر

ارتباطی به زوج بودن یا نبودن ندارند): اگر رقم یکان، یکی از رقم‌های «۰، ۲، ۴، ۶، ۸» باشد، آن عدد زوج است. مثلاً:

عدد ۱۷ زوج نیست. \Rightarrow رقم یکان، ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ یا ۱۰ نیست. \Rightarrow آیا عدد ۱۷ زوج است؟

عدد ۱۹۰ زوج است. \Rightarrow رقم یکان صفر است. \Rightarrow آیا عدد ۱۹۰ زوج است؟

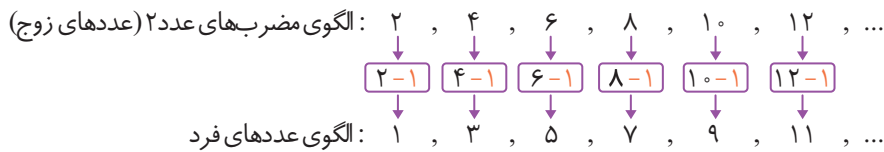
ب اگر یک عدد را به ما بدهند و از ما بپرسند که این عدد، چندمین عدد زوج است (یا بپرسند این عدد، چندمین مضرب عدد ۲ است)، کافی است عدد داده شده را بر ۲ تقسیم کنیم؛ مثلاً:

عدد ۱۲، ششمین عدد زوج است. $\Rightarrow 12 \div 2 = 6$ \Rightarrow عدد ۱۲ چندمین عدد زوج است؟

عدد ۳۸، نوزدهمین عدد زوج است. $\Rightarrow 38 \div 2 = 19$ \Rightarrow عدد ۳۸ چندمین عدد زوج است؟

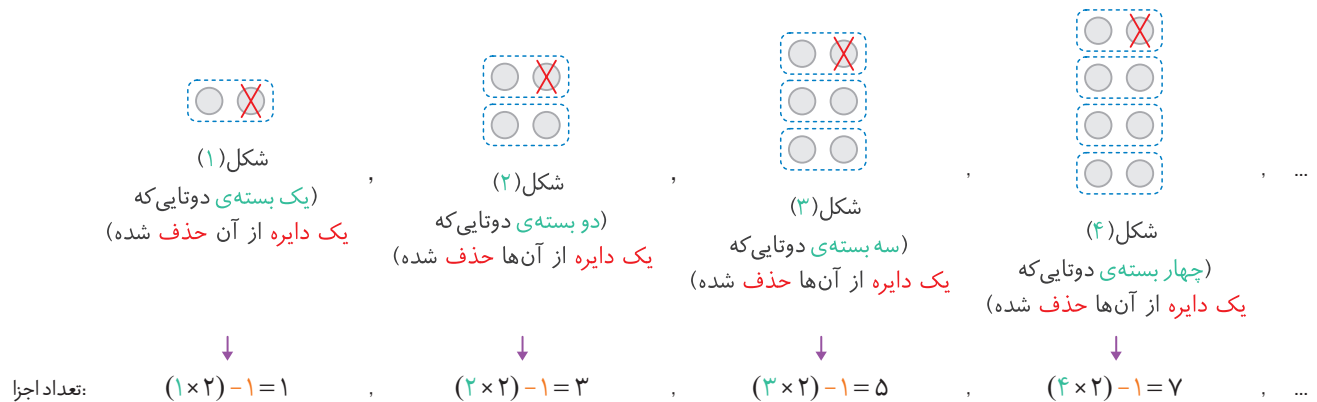
پ عدد صفر، یک عدد صحیح زوج است.

■ **عددهای فرد:** اگر در الگوی مضرب‌های عدد ۲، از هر عدد، یکی کم کنیم، یک الگوی جدید ساخته می‌شود که الگوی فردی نامیده می‌شود:



توجه همان‌طور که می‌بینید، در الگوی عددهای فرد هم، مانند الگوی عددهای زوج، عددها دو تا دو تا زیاد می‌شوند.

حالا با روشی مشابه، می‌توانیم الگوی هندسی (شکلی) عددهای فرد را هم به کمک الگوی هندسی عددهای زوج به دست آوریم؛ به این صورت که الگوی هندسی عددهای زوج را در نظر بگیریم و در هر شکلی یکی از اجزای شکل را حذف کنیم:



از مطالب بالا می‌توانیم نتیجه بگیریم که رابطه‌ی الگوی عددهای فرد هم، با کم کردن عدد یک، از رابطه‌ی الگوی عددهای زوج به دست می‌آید. یعنی:

رابطه‌ی الگوی عددهای فرد: $\square = (\bigcirc \times 2) - 1$

مثلاً \rightarrow $39 = (20 \times 2) - 1 = 39$ بیستمین عدد فرد ، $9 = (5 \times 2) - 1 = 9$ پنجمین عدد فرد ، $1 = (1 \times 2) - 1 = 1$ اولین عدد فرد \rightarrow

نکته الف اگر یک عدد را به ما بدهند و از ما بپرسند که آیا این عدد فرد است یا خیر، کافی است به رقم یکان عدد داده شده نگاه کنیم (رقم‌های

دیگر، ارتباطی به زوج یا فرد بودن عدد ندارند): اگر رقم یکان، یکی از رقم‌های «۱، ۳، ۵، ۷، ۹» باشد، آن عدد فرد است. مثلاً:

عدد ۲۷ فرد است. \Rightarrow رقم یکان ۷ است. \Rightarrow آیا عدد ۲۷ فرد است؟

عدد ۱۲۶ فرد نیست. \Rightarrow رقم یکان، ۰، ۲، ۴، ۶، ۸ یا ۱۰ نیست. \Rightarrow آیا عدد ۱۲۶ فرد است؟

پرسش‌های درس اول



درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۱ حاصل جمع دو عدد فرد همیشه عددی فرد است.

(نهایی اهواز - ۱۴۰۲)

۲ سومین مضرب عدد ۹ عدد ۲۷ است.

(نهایی بهارستان - ۱۴۰۲)

۳ عدد ۴۰، هشتمین مضرب عدد ۵ است.

(نهایی تهران - ۱۴۰۲)

۴ نهمین مضرب عددی ۴۵ است. مضرب هفتم آن عدد ۲۵ است.

(نهایی تهران - ۱۴۰۲)

۵ در الگوی مضرب‌های عدد ۳، عددها نه تا نه تا زیاد می‌شوند.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

(نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)

۶ حاصل جمع یک عدد زوج و یک فرد همواره عددی است.

(نهایی دیلم - ۱۴۰۲)

۷ به مضرب‌های عدد ۲، اعداد می‌گویند.

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۸ پنجمین مضرب ۱۲، عدد است.

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۹ جمله‌ی دهم در الگوی $1, 3, 5, 7, \dots$ عدد است.

(نهایی شیراز - ۱۴۰۲)

۱۰ اگر حسین در صف مدرسه نفر وسط و ششمین نفر باشد تعداد افراد حاضر در صف است.

گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

(نهایی بوکان - ۱۴۰۱)

۱۱ کدام یک از عددهای زیر زوج است؟

۲۴۶۸۳

۵۵۷۳۲

۳۰۰۰۱

۴۲۴۶۷

(نهایی اصفهان - ۱۴۰۲)

۱۲ اختلاف چهارمین مضرب ۹ و پنجمین مضرب ۵ کدام است؟

۹

۶۱

۱۷

۱۱

(نهایی اهواز - ۱۴۰۲)

۱۳ در الگوی $2, 4, 6, 8, \dots$ جمله‌ی ۴۰ام کدام است؟

۹۰

۸۰

۷۰

۶۰

(نهایی مشهد - ۱۴۰۱)

۱۴ در الگوی مقابل عدد دهم کدام است؟ $2, 5, 8, 11, \dots$

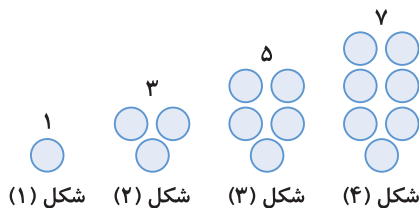
۳۰

۲۸

۲۹

۳۱

۱۵ الگوی عددی شکل زیر کدام گزینه است؟



۱ $2 + (2 \times \text{شماره‌ی شکل}) =$ تعداد دایره‌های شکل

۲ $1 - (2 \times \text{شماره‌ی شکل}) =$ تعداد دایره‌های شکل

۳ $2 - (2 \times \text{شماره‌ی شکل}) =$ تعداد دایره‌های شکل

۴ $1 + (2 \times \text{شماره‌ی شکل}) =$ تعداد دایره‌های شکل

وصل کنید.

۱۶ هر یک از عددهای ستون سمت چپ را به مضرب یا مضرب‌هایش در ستون سمت راست وصل کنید.

۷

۴۹

۹

۴۵

۶

۹۰۰

۵

۶

۱۰

۲۱

درس دوم: یادآوری عددنویسی



• روش‌های نمایش یک عدد: می‌دانیم هر عدد را می‌توانیم به چهار حالت مختلف نمایش دهیم که عبارت‌اند از:

- ۱ به شکل جدول ارزشی مکانی ۲ با رقم ۳ با حروف ۴ به شکل گسترده
مثلاً در جدول ارزش مکانی زیر، یک عدد را نمایش می‌دهیم:

میلیارد			میلیون			هزار					
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان
	۱	۴	۹	۸	۷	۵	۰	۶	۱	۴	۳

این عدد با رقم به صورت «۱۴۹۸۷۵۰۶۱۴۳» و با حروف به صورت «چهارده میلیارد و نهصد و هشتاد و هفت میلیون و پانصد و شش هزار و صد و چهل و سه» نوشته می‌شود. همچنین گسترده‌ی این عدد برابر است با:

$$۱۴,۹۸۷,۵۰۶,۱۴۳ = ۱۰,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۴,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۹۰۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۸۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۷,۰۰۰,۰۰۰ + ۵۰۰,۰۰۰ + ۶,۰۰۰ + ۱۰۰ + ۴۰ + ۳$$

مثال عدد ۴۶۹۹۸۰۱۲۰/۲۵ را در جدول ارزش مکانی نمایش دهید و سپس به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف این عدد را به حروف بنویسید.

ب گسترده‌ی عدد را بنویسید.

پ چه رقمی دارای ارزش مکانی صدگان هزار است؟

ت چه رقمی دارای ارزش مکانی دهگان میلیون است؟

پاسخ

میلیون			هزار								
صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	صدگان	دهگان	یکان	دهم	صدم	هزارم
۴	۶	۹	۹	۸	۰	۱	۲	۰	۲	۵	

الف چهارصد و شصت و نه میلیون و نهصد و هشتاد هزار و صد و بیست عدد صحیح و بیست و پنج صدم

ب $۴۰۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۶۰,۰۰۰,۰۰۰ + ۹,۰۰۰,۰۰۰ + ۹۰۰,۰۰۰ + ۸۰,۰۰۰ + ۱۰۰ + ۲۰ + ۰/۲ + ۰/۵$

ت رقم ۶

پ رقم ۹

نکته فرض کنید می‌خواهیم یک عدد اعشاری را با حروف بنویسیم. برای این کار باید ارزش مکانی رقم‌ها را بدانیم. پس می‌توانیم از جدول ارزش

مکانی استفاده کنیم. اما روش سریع‌تر و راحت‌تر به این صورت است:

برای قسمت صحیح، ابتدا از ممیز شروع و به سمت چپ حرکت می‌کنیم و سه تا سه تا رقم‌ها را جدا می‌کنیم تا طبقه‌های یکی، هزار، میلیون، میلیارد و... تعیین شوند. هم‌چنین برای قسمت اعشاری، از ممیز شروع و به سمت راست حرکت می‌کنیم و یکی یکی ارزش مکانی‌ها را با دهم، صدم، هزارم و... مشخص می‌کنیم تا به ارزش مکانی آخرین رقم برسیم.

مثال هر یک از عددهای زیر را با حروف بنویسید.

الف $۱۰۲۵۰۰۰۰۰۰/۰۲$

ب $۷۰۰۰۰/۰۰۶$

پاسخ

الف $۱۰,۲۵,۰۰۰,۰۰۰/۰۲$ ⇒ یک میلیارد و بیست و پنج میلیون و دو صدم
 اعشاری یکی هزار میلیون میلیارد
 صدم دهم یکان

ب $۷۰,۰۰۰/۰۰۶$ ⇒ هفتاد هزار و شش هزارم
 اعشاری یکی هزار
 هزارم صدم دهم ی د

نکته برای نوشتن یک عدد اعشاری به صورت عدد مخلوط، در مخرج قسمت کسری، عدد ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ یا ... قرار می‌دهیم به طوری که تعداد صفرهای آن برابر با تعداد رقم‌های اعشاری عدد اولیه باشد. مثلاً:

$$23/0.07 \Rightarrow 23 \frac{7}{1000}$$

سه رقم اعشار سه صفر

$$3720/75 \Rightarrow 3720 \frac{75}{100}$$

دو رقم اعشار دو صفر

● **مقایسه اعداد با هم:** برای مقایسه‌ی دو عدد با هم، ابتدا رقم‌های غیراعشاری آنها را نگاه می‌کنیم (رقم‌های سمت چپ ممیز). عددی که تعداد رقم‌های غیراعشاری آن بیشتر باشد، بزرگ‌تر است. مثلاً:

$$150.0670.06 > 923.512/2856$$

۸ رقم غیراعشاری ۷ رقم غیراعشاری

اگر تعداد رقم‌های غیراعشاری دو عدد، مساوی بودند، از چپ به راست، تک‌تک ارقام را مقایسه می‌کنیم، تا به اولین رقم غیرمساوی برسیم. مثلاً:

$$5940.81/23 < 5940.87/01$$

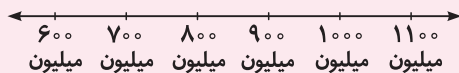
مساوی

$$128/2564 > 128/2539$$

مساوی

● **تقریب با در نظر گرفتن نزدیکی اعداد به هم:** فرض کنید می‌خواهیم مقدار تقریبی عدد ۵۸۲۹۷۶ را با تقریب ۱۰ هزار، به روش در نظر گرفتن نزدیکی اعداد بنویسیم. برای این کار، به سراغ دهگان هزار (یعنی رقم ۸) می‌رویم و از این رقم به بعد را در نظر می‌گیریم (که می‌شود ۸۲۹۷۶). حالا از خودمان می‌پرسیم ۸۲۹۷۶ به ۸۰۰۰۰ نزدیک‌تر است یا به ۹۰۰۰۰؟ واضح است که به ۸۰۰۰۰ نزدیک‌تر است؛ پس مقدار تقریبی عدد ۵۸۲,۹۷۶ با تقریب ۱۰ هزار، به روش در نظر گرفتن نزدیکی اعداد، برابر با ۵۸۰,۰۰۰ می‌شود.

مثال مقدار تقریبی عدد ۹۳۴۵۸۷۲۰۰ را با تقریب ۱ میلیون، به روش در نظر گرفتن نزدیکی اعداد به دست آورید؛ سپس آن را به طور تقریبی روی محور زیر نمایش دهید.



پاسخ به سراغ رقم یکان میلیون و رقم‌های سمت راست آن (یعنی ۴,۵۸۷,۲۰۰) می‌رویم. باید بررسی کنیم که عدد ۴,۵۸۷,۲۰۰ به عدد ۴,۰۰۰,۰۰۰ نزدیک‌تر است یا به عدد ۵,۰۰۰,۰۰۰؟ مشخص است که به ۵,۰۰۰,۰۰۰ نزدیک‌تر است؛ پس مقدار تقریبی ۹۳۴,۵۸۷,۲۰۰ با تقریب ۱ میلیون با در نظر گرفتن نزدیکی اعداد، برابر با ۹۳۵,۰۰۰,۰۰۰ می‌شود. هم‌چنین نمایش تقریبی این عدد روی محور داده شده به صورت زیر است:



● **تقریب با حذف رقم‌ها:** فرض کنید می‌خواهیم عدد ۵۸۷,۹۷۶ را با تقریب ۱۰ هزار به روش حذف رقم‌ها به دست آوریم. برای این کار همه‌ی رقم‌های بعد از رقم دهگان هزار را صفر می‌کنیم و در نتیجه عددمان تبدیل به ۵۸۰,۰۰۰ می‌شود.

مثال عدد ۳۸۹۵۳۲۷۰۰۲ با تقریب ۱۰۰ میلیون به روش حذف رقم‌ها، تبدیل به چه عددی می‌شود؟

پاسخ به سراغ رقم صدگان میلیون می‌رویم و همه‌ی رقم‌های سمت راست آن را صفر می‌کنیم، یعنی:

$$3,800,000,000$$

صدگان میلیون

● **ساختن اعداد با شرایط خاص:** گاهی تعدادی رقم به ما می‌دهند و از ما می‌خواهند که با استفاده از آنها، یک عدد بسازیم. برای این کار باید به موارد زیر توجه کنیم:

- ۱ باید توجه کنیم که آیا تکرار ارقام مجاز است یا نه (مثلاً می‌توانیم از یک رقم، دو بار استفاده کنیم یا نه). توجه کنید که وقتی رقم‌ها روی کارت نوشته شده باشند، تکرار ارقام مجاز نیست.
- ۲ وقتی تکرار ارقام مجاز نباشد، باید یکی یکی (معمولاً از چپ به راست) رقم‌ها را در جایشان قرار دهیم.
- ۳ اگر بخواهیم کوچک‌ترین عدد ممکن را بسازیم، باید رقم‌ها را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ قرار دهیم (یعنی باید رقم‌های کوچک‌تر را در ارزش مکانی‌های بالاتر قرار بدهیم).

مثال با استفاده از رقم‌های ۰ تا ۹، هر یک از عددهای زیر را بسازید.

- | | |
|---|--|
| الف بزرگ‌ترین عدد پنج‌رقمی | ب بزرگ‌ترین عدد پنج‌رقمی زوج |
| پ بزرگ‌ترین عدد پنج‌رقمی، بدون تکرار ارقام | ت کوچک‌ترین عدد پنج‌رقمی |
| ث کوچک‌ترین عدد پنج‌رقمی فرد | ج کوچک‌ترین عدد پنج‌رقمی بدون تکرار ارقام |

پاسخ الف چون می‌خواهیم بزرگ‌ترین عدد را بسازیم و محدودیتی برای تکرار ارقام هم نداریم، می‌توانیم همه‌ی ارقام را ۹ بگذاریم. پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۹۹۹۹۹$$

ب به جز یکان که باید زوج باشد، همه‌ی رقم‌های دیگر را ۹ می‌گذاریم. برای یکان هم بزرگ‌ترین رقم زوج ممکن را می‌گذاریم که رقم ۸ است. پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۹۹۹۹۸$$

پ چون در این مورد تکرار ارقام مجاز نیست، از سمت چپ شروع می‌کنیم و یکی یکی بزرگ‌ترین رقم‌های ممکن را قرار می‌دهیم. پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۹۸۷۶۵$$

(در این مورد، اگر می‌خواستیم عدد، زوج هم باشد، باید در یکان به جای ۵، رقم ۴ را می‌گذاشتیم.)

ت چون کوچک‌ترین عدد را می‌خواهیم، همه‌ی رقم‌ها را صفر می‌گذاریم، به جز اولین رقم سمت چپ که نمی‌تواند صفر باشد. پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۱۰۰۰۰$$

↑
کوچک‌ترین رقم ممکن

ث یکان باید فرد باشد که کوچک‌ترین رقم فرد، ۱ است، پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۱۰۰۰۰۱$$

ج چون تکرار ارقام مجاز نیست، از سمت چپ شروع می‌کنیم و یکی یکی کوچک‌ترین رقم‌های ممکن را در جایگاه‌ها قرار می‌دهیم. پس:

$$\text{عدد مورد نظر} = ۱۰۲۳۴$$

دقت کنید صفر را نمی‌توانستیم در رقم اول سمت چپ بگذاریم، چون صفر قبل از عدد خوانده نمی‌شود و در این حالت عدد چهار رقمی به دست می‌آمد.

(در این مورد، اگر می‌خواستیم عدد، فرد هم باشد، باید در یکان به جای ۴، رقم ۵ را می‌گذاشتیم.)

پرسش‌های درس دوم



درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- | | | |
|------------------------|--|-----------|
| (نهایی تهران - ۱۴۰۱) | <input type="radio"/> عدد ۳/۰۰ خوانده می‌شود سه عدد صحیح و سه هزارم. | ۳۷ |
| (نهایی عجب‌شیر - ۱۴۰۱) | <input type="radio"/> عدد «چهل و سه میلیون و بیست و سه هزار و هشتاد و سه» به صورت ۴۳۲۳۰۸۳۰ نوشته می‌شود. | ۳۸ |
| (نهایی تهران - ۱۴۰۱) | <input type="radio"/> در عدد «نه میلیارد و سی و هشت هزار و چهل» بین رقم‌های ۳ و ۹ چهار تا صفر وجود دارد. | ۳۹ |
| (نهایی اصفهان - ۱۴۰۲) | <input type="radio"/> بزرگ‌ترین عدد زوج ۸ رقمی با طبقه‌ی میلیون ۸۳ (بدون تکرار رقم) عدد ۸۳۹۷۶۴۲۰ است. | ۴۰ |
| | <input type="radio"/> عدد ۶۹۸۷۴ بزرگ‌ترین عدد زوج کوچک‌تر از هفتاد هزار (بدون تکرار رقم‌ها) است. | ۴۱ |

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- | | | |
|-------------------------|--|-----------|
| | عدد چهل و هفت میلیون و بیست، با رقم به صورت نوشته می‌شود. | ۴۲ |
| (نهایی جلفا - ۱۴۰۱) | در عدد ۴۳۵۱۰۹۳۸۱۲ ارزش مکانی رقم ۹ است. | ۴۳ |
| | عدد ۲۸۳۷۳۰۹۵۸ با تقریب میلیون (نزدیک‌ترین عدد) برابر با است. | ۴۴ |
| (نهایی تهران - ۱۴۰۱) | بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی مضرب ۲ که رقم‌های آن تکراری نباشند، عدد است. | ۴۵ |
| (نهایی بهارستان - ۱۴۰۲) | بزرگ‌ترین عدد فرد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام است. | ۴۶ |
| (هماهنگ کشوری - ۱۴۰۳) | کوچک‌ترین عدد ۵ رقمی زوج که یکان هزار آن ۵ باشد، است. (بدون تکرار ارقام) | ۴۷ |

گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

(نهایی ده‌لرآن - ۱۴۰۲)

۴۸ کدام رقم در عدد $۱/۴۵۳$ کم‌ترین ارزش مکانی را دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۳

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۴۹ ارزش مکانی بزرگ‌ترین رقم در عدد ۶۸۴۲۹۵۰۱۲۳۷۱ کدام مورد زیر است؟

- ۱) یکان میلیون ۲) دهگان میلیون ۳) یکان میلیارد ۴) دهگان میلیارد

(نهایی شبستر - ۱۴۰۱)

۵۰ عدد «هفتاد میلیارد و یازده هزار و چهارده» چند صفر دارد؟

- ۱) ۴ تا ۲) ۵ تا ۳) ۶ تا ۴) ۸ تا

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۵۱ کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی زوج که با ارقام ۳، ۸، ۰ و ۵ می‌توان نوشت، کدام است؟

- ۱) ۳۵۵ ۲) ۳۰۸ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۰۵

۵۲ با کارت‌های ۰، ۶، ۳ و ۸ کوچک‌ترین عدد چهاررقمی فرد ممکن را ساخته‌ایم. سپس این عدد را با ۲۰ جمع کرده‌ایم. حاصل کدام است؟

- ۱) ۶۱۰۳ ۲) ۶۰۸۳ ۳) ۶۸۰۳ ۴) ۶۸۲۳

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۵۳ در هر مورد، عدد داده شده را ابتدا در جدول ارزش مکانی وارد کنید، سپس آن را به حروف و در نهایت به صورت گسترده بنویسید.

الف) $۲۳۰۵۰۰/۱۲۵$

ب) $۱۵۲۰۰۰۰/۰۷۵$

پ) ۲۷۰۰۲۵۰۰۰۰

ت) ۱۰۱۴۰۶۵۰۰۰۰

میلیارد			میلیون			هزار						هزارم		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	دهم	صدم	هزارم

(نهایی دیلم - ۱۴۰۲)

۵۴ عدد ۶۰۴۲۱۷۰۰۵۳۰ را در نظر بگیرید.

الف) این عدد را به حروف بنویسید.

ب) ارزش مکانی رقم ۴ را بنویسید.

۵۵ عدد ۱۲۰۹۵۷۸۶۵۹۳۴ را در نظر بگیرید.

الف) این عدد را به حروف بنویسید.

ب) کدام رقم دارای ارزش مکانی یکان میلیارد است؟

پ) این عدد زوج است یا فرد؟ چرا؟

(نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)

۵۶ عدد ۳۱۷۰۰۰۲۰۵ را در نظر بگیرید.

الف) این عدد را به حروف بنویسید.

ب) دهگان میلیون این عدد، کدام رقم است؟

پ) اگر عدد را در ۱۰۰ ضرب کنیم، ارزش مکانی ۷ چه تغییری می‌کند؟

درس سوم: بخش پذیری



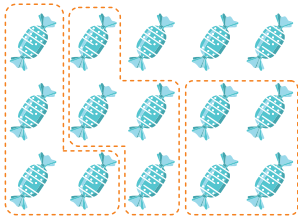
● مفهوم بخش پذیر بودن یک عدد بر عدد دیگر: اگر باقی مانده‌ی تقسیم یک عدد (مقسوم) بر عددی دیگر (مقسوم علیه) برابر با صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است. مثلاً عدد ۲۸ بر عدد ۳ بخش پذیر نیست ولی عدد ۲۴ بر عدد ۳ بخش پذیر است، زیرا:

$$\begin{array}{r} 28 \quad 3 \\ - 27 \quad 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

باقی مانده صفر نیست → ۱

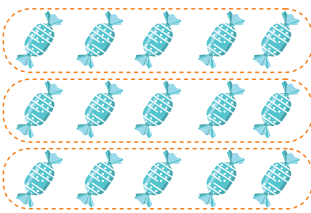
$$\begin{array}{r} 24 \quad 3 \\ - 24 \quad 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

باقی مانده صفر است → ۰



حالا مفهوم بخش پذیری را به کمک شکل بررسی می‌کنیم. فرض کنید ۱۵ شکلات داریم و می‌خواهیم آنها را به دسته‌های ۴ تایی تقسیم کنیم:

⇒ ۳ دسته‌ی کامل و ۳ تا شکلات تکی



بنابراین چون نمی‌توان تمام ۱۵ عدد شکلات را به دسته‌های ۴ تایی تقسیم کرد، می‌گوییم ۱۵ بر ۴ بخش پذیر نیست. حالا اگر بخواهیم ۱۵ عدد شکلات را به دسته‌های ۵ تایی تقسیم کنیم، داریم:

⇒ ۳ دسته‌ی کامل

با توجه به اینکه هیچ شکلات تکی‌ای باقی نمی‌ماند، می‌گوییم عدد ۱۵ بر ۵ بخش پذیر است.

نکته تمام مضرب‌های یک عدد، بر خود آن عدد بخش پذیرند. مثلاً تمام مضرب‌های ۷ بر ۷ بخش پذیرند.

دیدیم که برای بررسی بخش پذیر بودن یک عدد بر عددی دیگر، می‌توانیم از روش تقسیم کردن استفاده کنیم. حالا می‌خواهیم از روش دیگری برای این کار استفاده کنیم که زودتر و راحت‌تر ما را به نتیجه می‌رساند؛ مخصوصاً برای عددهای بزرگ. در این روش، بخش پذیری را با استفاده از قاعده‌های زیر بررسی می‌کنیم که به قواعد بخش پذیری معروف‌اند.

قاعده‌ی بخش پذیری بر ۲: عددی بر ۲ بخش پذیر است که زوج باشد. به عبارت دیگر، عددی بر ۲ بخش پذیر است که یکان آن یکی از رقم‌های ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد. مثلاً:

عدد ۳۷۶۰ بر ۲ بخش پذیر است. ⇒ یکان صفر است. ⇒ ۳۷۶۰

عدد ۲۸۶۷ بر ۲ بخش پذیر نیست. ⇒ یکان زوج نیست. ⇒ ۲۸۶۷

■ قاعده‌ی بخش پذیری بر ۳: عددی بر ۳ بخش پذیر است که جمع رقم‌هایش بر ۳ بخش پذیر باشد. مثلاً:

عدد ۳۲۷ بر ۳ بخش پذیر است. ⇒ عدد ۱۲ بر ۳ بخش پذیر است ⇒ جمع رقم‌ها = ۳ + ۲ + ۷ = ۱۲ ⇒ ۳۲۷

عدد ۲۸۳۹ بر ۳ بخش پذیر نیست. ⇒ عدد ۲۲ بر ۳ بخش پذیر نیست ⇒ جمع رقم‌ها = ۲ + ۸ + ۳ + ۹ = ۲۲ ⇒ ۲۸۳۹

■ قاعده‌ی بخش پذیری بر ۵: عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر یا ۵ باشد. مثلاً:

عدد ۲۷۸۲۰ بر ۵ بخش پذیر است. ⇒ رقم یکان صفر است. ⇒ ۲۷۸۲۰

عدد ۳۵۲۸۱ بر ۵ بخش پذیر نیست. ⇒ رقم یکان صفر یا پنج نیست. ⇒ ۳۵۲۸۱

■ قاعده‌ی بخش پذیری بر ۶: عددی بر ۶ بخش پذیر است که هم زوج باشد و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. مثلاً:

عدد ۲۳۰۷۴۲ زوج است. ⇒ رقم یکان = ۲ ⇒ ۲۳۰۷۴۲
 عدد ۲۳۰۷۴۲ بر ۳ بخش پذیر است. ⇒ جمع رقم‌ها = ۲ + ۳ + ۰ + ۷ + ۴ + ۲ = ۱۸ ⇒ ۲۳۰۷۴۲

عدد ۱۸ بر ۳ بخش پذیر است.

بنابراین عدد ۲۳۰۷۴۲ بر ۶ بخش پذیر است.

■ **قاعده‌ی بخش پذیری بر ۹:** عددی بر ۹ بخش پذیر است که جمع همه‌ی رقم‌هایش بر ۹ بخش پذیر باشد. مثلاً:

عدد ۳۲۷۶ بر ۹ بخش پذیر است. \rightarrow عدد ۱۸ بر ۹ بخش پذیر است $\rightarrow 18 = 3 + 2 + 7 + 6 = 18$ جمع رقم‌ها $\Rightarrow 3276$

عدد ۵۳۸۴۰ بر ۹ بخش پذیر نیست. \rightarrow عدد ۲۰ بر ۹ بخش پذیر نیست $\rightarrow 20 = 5 + 3 + 8 + 4 + 0 = 20$ جمع رقم‌ها $\Rightarrow 53840$

■ **قاعده‌ی بخش پذیری بر ۱۰:** عددی بر ۱۰ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر باشد. مثلاً:

بر ۱۰ بخش پذیر است. \Rightarrow یکان صفر است. $\Rightarrow 17823080$ بر ۱۰ بخش پذیر نیست. \Rightarrow یکان صفر نیست. $\Rightarrow 27465$

همچنین قاعده‌ی بخش پذیری بر ۱۰ به این صورت هم بیان می‌شود که «عددی بر ۱۰ بخش پذیر است که هم زوج باشد و هم بر ۵ بخش پذیر باشد.» عملاً این دو شرط در صورتی هم‌زمان می‌توانند برقرار باشند که یکان صفر باشد.

■ **قاعده‌ی بخش پذیری بر ۱۵:** عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۳ بخش پذیر باشد، هم بر ۵؛ یعنی باید یکان آن صفر یا ۵ باشد و مجموع رقم‌های آن هم بر ۳ بخش پذیر باشد. مثلاً:

عدد ۳۷۵ بر ۳ بخش پذیر است. $\Rightarrow 3 + 7 + 5 = 15$ جمع رقم‌ها $\Rightarrow 375$ عدد ۳۷۵ بر ۵ بخش پذیر است. \Rightarrow رقم یکان = ۵ $\Rightarrow 375$
بنابراین عدد ۳۷۵ بر ۱۵ بخش پذیر است.

نکته برای عددهای دیگر، مثل ۴، ۷، ۸ و ... هم قواعد بخش پذیری داریم؛ اما فعلاً نیازی به آنها نداریم و در سال‌های آینده آنها را یاد می‌گیریم. پس اگر مثلاً در سؤالی از ما پرسیدند که آیا فلان عدد بر ۸ بخش پذیر است یا نه، بخش پذیر بودن یا نبودن را با انجام عمل تقسیم بررسی می‌کنیم.

مثال الف می‌دانیم عدد ۱۲ هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر است. آیا عدد ۱۲ بر $2 \times 3 = 6$ هم بخش پذیر است؟

پ می‌دانیم عدد ۱۲ هم بر ۲ و هم بر ۴ بخش پذیر است. آیا عدد ۱۲ بر $2 \times 4 = 8$ هم بخش پذیر است؟

پ فرض کنید \triangle و \square دو عدد مختلف باشند. اگر یک عدد هم بر \triangle و هم بر \square بخش پذیر باشد، آیا می‌توانیم نتیجه بگیریم که حتماً بر $\triangle \times \square$ هم بخش پذیر است؟

پاسخ الف بله، عدد ۱۲ بر ۶ بخش پذیر است. **پ** خیر، عدد ۱۲ بر ۸ بخش پذیر نیست.

پ خیر، ممکن است بخش پذیر باشد یا نباشد.

مثال با استفاده از قواعد بخش پذیری، مانند نمونه، جدول زیر را کامل کنید.

عدد	بخش پذیر بر ۲	بخش پذیر بر ۳	بخش پذیر بر ۵	بخش پذیر بر ۶	بخش پذیر بر ۹	بخش پذیر بر ۱۰	بخش پذیر بر ۱۵
۲۴	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗
۶۳							
۷۵							
۹۰							
۱۶۰							

پاسخ

عدد	بخش پذیر بر ۲	بخش پذیر بر ۳	بخش پذیر بر ۵	بخش پذیر بر ۶	بخش پذیر بر ۹	بخش پذیر بر ۱۰	بخش پذیر بر ۱۵
۲۴	✓	✓	✗	✓	✗	✗	✗
۶۳	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✗
۷۵	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✓
۹۰	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
۱۶۰	✓	✗	✓	✗	✗	✓	✗

گاهی یک موضوع درست است، اما برعکس آن درست نیست. مثلاً می‌توانیم بگوییم «هر تویی گرد است.» اما نمی‌توانیم بگوییم «هر چیزی که گرد است، توپ است.» چون وقتی چیزی گرد است، ممکن است توپ باشد یا نباشد. حالا به نکته‌ی زیر توجه کنید:

نکته اگر به ما بگویند عددی بر ۹ بخش پذیر است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که آن عدد بر ۳ هم بخش پذیر است. اما اگر به ما بگویند عددی بر ۳ بخش پذیر است، نمی‌توانیم نتیجه بگیریم که آن عدد بر ۹ هم بخش پذیر است. (ممکن است بر ۹ بخش پذیر باشد یا نباشد.)

نکته الف عدد صفر بر تمام اعداد (به جز خودش) بخش پذیر است.

ب هر عددی، بر عدد یک بخش پذیر است.

پرسش‌های درس سوم



درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

- ۷۲ اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که یکان آنها پنج باشد.
- ۷۳ عدد ۵۲۶ بر ۳ بخش پذیر است چون رقم یکان آن بر ۳ بخش پذیر است.
- ۷۴ عدد ۶۴۵ هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر است.
- ۷۵ عددی که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد، بر ۱۵ هم بخش پذیر است.
- ۷۶ عدد ۴۵۰ بر اعداد ۹، ۷، ۵، ۳ و ۲ بخش پذیر است.
- ۷۷ عددی که بر ۳ بخش پذیر باشد، حتماً بر ۹ نیز بخش پذیر است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پُر کنید.

- ۷۸ کوچک‌ترین عددی که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد عدد، است.
- ۷۹ عدد ۲۷ بر عددهای ۱، ۲۷، و بخش پذیر است.
- ۸۰ بزرگ‌ترین عدد دورقمی بخش پذیر بر ۹ عدد است.
- ۸۱ از بین عددهای ۱۰۰ تا ۱۱۰، عددهای و بر ۳ بخش پذیرند.
- ۸۲ از بین عددهای ۱۰۰ تا ۱۱۰، عددهای و بر ۳ بخش پذیر هستند، ولی بر ۹ بخش پذیر نیستند.
- ۸۳ کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی بخش پذیر بر ۱۵، عدد است.

گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

- ۸۴ کدام یک از گزینه‌های زیر بر ۹ بخش پذیر نیست؟
- ۱) ۹ ۲) ۳۶ ۳) ۲۱ ۴) ۶۳
- ۸۵ رقم یکان اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشند است.
- ۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۲ و ۵ ۴) صفر
- ۸۶ بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی کوچک‌تر از ۷۰۰ که هم بر دو و هم بر ۹ بخش پذیر است، کدام گزینه می‌باشد؟
- ۱) ۶۸۴ ۲) ۶۹۹ ۳) ۶۹۲ ۴) ۶۹۸
- ۸۷ در جای خالی چه رقمی قرار دهیم تا عدد حاصل بر ۶ بخش پذیر باشد؟
- ۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۷ ۴) ۶
- ۸۸ کدام یک از اعداد زیر بر ۲ و ۵ و ۹ بخش پذیر هستند؟
- ۱) ۹۹۰ ۲) ۹۹۵ ۳) ۶۶۲ ۴) ۹۵۶
- ۸۹ کدام یک از اعداد زیر بر هیچ‌کدام از اعداد ۲، ۳، ۵ و ۹ بخش پذیر نیست؟
- ۱) ۱۰۰۹ ۲) ۳۰۵۰ ۳) ۷۸۰۳ ۴) ۶۲۱

(نهایی دیلم - ۱۴۰۲)

۱۰۰ بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵ را بنویسید.

۱۰۱ در هر مورد، عدد خواسته‌شده را پیدا کنید (بدون تکرار ارقام).

الف) بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۲

ب) کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۵

پ) بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۱۰

۱۰۲ اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عددهای ۵رقمی بخش‌پذیر بر ۳ (بدون تکرار ارقام) را به دست آورید.

۱۰۳ هرکدام از عددهای زیر را به دست آورید (بدون تکرار ارقام).

الف) بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۹

ب) بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۶

(نهایی تهران - ۱۴۰۱)

۱۰۴ با کارت‌های ۸، ۰، ۴ و ۵ بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی را بنویسید که بر ۵ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۲ بخش‌پذیر نباشد.

۱۰۵ با کارت‌های ۴، ۵ و ۹ چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که به ۶ بخش‌پذیر باشد؟

۱۰۶ با کارت‌های ۲، ۴، ۵ و ۷ عددهای زیر را بسازید.

الف) بزرگ‌ترین عدد ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۳

ب) کوچک‌ترین عدد ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۶

پ) بزرگ‌ترین عدد ۴رقمی بخش‌پذیر بر ۱۵

درس چهارم: معرفی اعداد صحیح



● **اعداد صحیح:** اگر بخواهیم تعداد گل‌های زده و خورده‌ی تیم فوتبال کلاس‌مان را فقط با یک عدد علامت‌دار نشان دهیم، می‌توانیم از علامت‌های مثبت (+) و منفی (-) به صورت زیر استفاده کنیم:

 $+2 \Rightarrow$ دو گل زده

 $-3 \Rightarrow$ سه گل خورده

 $0 \Rightarrow$ بدون گل

هم‌چنین اگر تیم، نه گلی زده باشد و نه گلی خورده باشد، داریم:

به‌طور مشابه اگر بخواهیم دمای هوا را فقط با یک عدد علامت‌دار نشان دهیم، می‌توانیم از علامت‌های مثبت (+) یا منفی (-) استفاده کنیم:

 $+18 \Rightarrow$ هجده درجه بالای صفر

 $-5 \Rightarrow$ پنج درجه زیر صفر

هم‌چنین اگر دمای هوا، نه بالای صفر باشد و نه پایین صفر، به‌سادگی آن را با صفر نشان می‌دهیم.

عددهایی که در بالا از آنها استفاده کردیم، عددهای صحیح نامیده می‌شوند. به‌طور کلی عددهای صحیح عبارت‌اند از:

 $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots$

عددهای صحیح مثبت

عددهای صحیح منفی

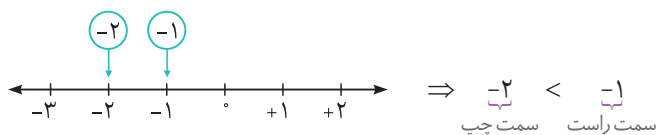
عدد صفر (نه مثبت، نه منفی)

اگر بخواهیم عددهای صحیح را روی محور نشان دهیم، طبق قرارداد، عددهای مثبت را در سمت راست صفر و عددهای منفی را در سمت چپ صفر قرار می‌دهیم. به همین دلیل به جهت راست محور، جهت مثبت و به جهت چپ محور، جهت منفی می‌گوییم:

جهت مثبت \leftarrow \rightarrow جهت منفی

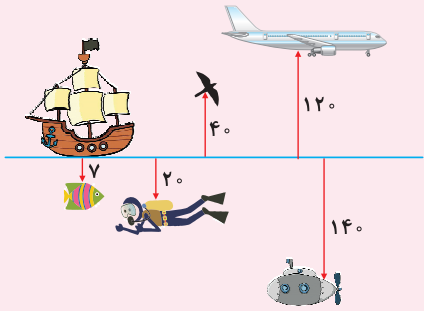
توجه کنید که می‌توانیم برای عددهای مثبت، علامت مثبت را ننویسیم. یعنی ۳ همان ۳ و ۱۰ همان ۱۰ و ... است.

روی محور اعداد صحیح، هر چه در جهت مثبت (به سمت راست) حرکت کنیم، عددها بزرگ‌تر می‌شوند و هر چه در جهت منفی (به سمت چپ) حرکت کنیم، عددها کوچک‌تر می‌شوند. به همین دلیل اگر دو عدد صحیح را روی محور در نظر بگیریم، عدد سمت راست، بزرگ‌تر و عدد سمت چپ، کوچک‌تر است. مثلاً برای مقایسه‌ی دو عدد -۱ و -۲ داریم:



نکته با دقت به محور عددهای صحیح متوجه می‌شویم که هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک‌تر و هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ‌تر است؛ یعنی: هر عدد صحیح مثبت < صفر < هر عدد صحیح منفی
در سمت راست صفر قرار دارد. در سمت چپ صفر قرار دارد.
هم چنین واضح است که هر عدد صحیح منفی، از هر عدد صحیح مثبت کوچک‌تر است.

نکته در مسائلی که حرکت به بالا یا پایین مطرح است، معمولاً حرکت به بالا را با مثبت و حرکت به پایین را با منفی نشان می‌دهیم.

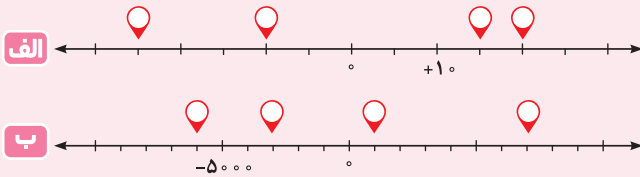


مثال اگر سطح آب دریا را به عنوان مبدأ در نظر بگیریم و ارتفاع‌های بالاتر از آن را با عددهای مثبت و عمق‌های پایین‌تر از آن را با عددهای منفی نمایش دهیم، ارتفاع یا عمق هر یک از موارد زیر را با یک عدد صحیح نشان دهید.

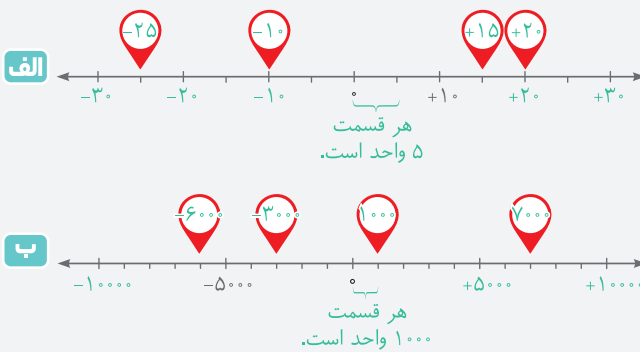
هوایما: ۱۲۰
زیردریایی: ۱۴۰-
پرنده: ۴۰+
ماهی: ۷-
کشتی: ۰
غواص: ۲۰-

پاسخ هوایما: ۱۲۰+
زیردریایی: ۱۴۰-
پرنده: ۴۰+
ماهی: ۷-
کشتی: ۰
غواص: ۲۰-

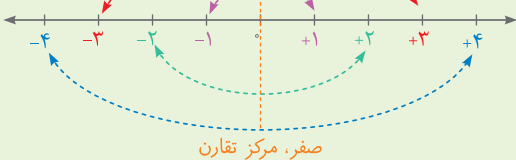
مثال هر یک از نقاط مشخص شده روی محورهای زیر را با یک عدد صحیح مشخص کنید.



پاسخ در هر مورد، با توجه به صفر و عدد داده‌شده‌ی محور، عددگذاری محور را کامل می‌کنیم.



نکته عددهای صحیح غیرصفر، به صورت دو به دو نسبت به صفر قرینه‌ی یکدیگرند. به شکل مقابل توجه کنید:



نکته عددهای صحیح مثبت، همان عددهای طبیعی و عددهای صحیح منفی، قرینه‌ی عددهای طبیعی هستند.

پرسش‌های درس چهارم



درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱۰۷ روی محور اعداد صحیح وقتی به سمت راست حرکت می‌کنیم، عددها کوچک‌تر می‌شوند.
- ۱۰۸ هر عدد صحیح از صفر بزرگ‌تر است.
- ۱۰۹ همه‌ی عددهای صحیح مثبت، از قرینه خود بزرگ‌تر هستند.
- ۱۱۰ عدد ۱- کوچک‌ترین عدد صحیح منفی است.
- ۱۱۱ عدد ۱۰- از عدد ۲۰- بزرگ‌تر است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پُر کنید.

- ۱۱۲ همه‌ی اعداد صحیح از صفر بزرگ‌ترند.
- ۱۱۳ همه‌ی اعداد صحیح از اعداد صحیح کوچک‌تر هستند.
- ۱۱۴ در محور اعداد صحیح، هر چه به سمت چپ حرکت کنیم، اعداد می‌شوند.
- ۱۱۵ کوچک‌ترین عدد صحیح دورقمی مثبت، است.
- ۱۱۶ کوچک‌ترین عدد صحیح یک‌رقمی منفی، است.

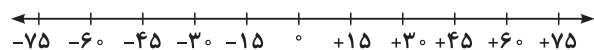
گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

- ۱۱۷ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی کدام است؟
- ۱) ۱۱- ۲) ۹۹- ۳) ۱۰- ۴) ۹۰-
- ۱۱۸ کوچک‌ترین عدد کدام است؟
- ۱) ۱۰۰+ ۲) ۱۰۰- ۳) ۱۰- ۴) ۰
- ۱۱۹ اگر قرینه‌ی یک عدد صحیح، عددی مثبت و یک‌رقمی باشد، کدام گزینه در مورد خود آن عدد صحیح درست است؟
- ۱) عددی بین ۱۰- و صفر است. ۲) عددی بین ۱۰۰- و ۱۰- است.
- ۳) عددی بین صفر و ۱۰+ است. ۴) عددی بین ۱۰+ و ۱۰۰+ است.
- ۱۲۰ کدام گزینه به ترتیب، بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی و کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت است؟
- ۱) ۱۰۰- و ۱+ ۲) ۱- و ۱+ ۳) ۹۹۹- و ۱۰۰۰+ ۴) ۱- و ۹+
- ۱۲۱ پروانه‌ای روی محور اعداد روی عدد ۵- نشسته است. این پروانه ابتدا ۸ واحد به سمت راست و سپس ۴ واحد به سمت چپ حرکت می‌کند. پروانه روی چه عددی قرار می‌گیرد؟
- ۱) ۳+ ۲) ۵- ۳) ۱- ۴) ۷+

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

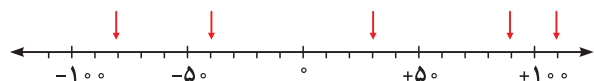
- ۱۲۲ هر یک از اعداد زیر را به صورت تقریبی روی محور نشان دهید.

+۳۴، -۳، -۱۵، +۴۱، -۵۵



- ۱۲۳ با توجه به محور زیر ابتدا عددی را که هر پیکان نشان می‌دهد بنویسید، سپس عددهای داده‌شده را به صورت تقریبی روی محور نشان دهید.

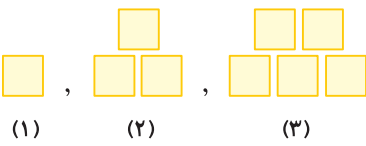
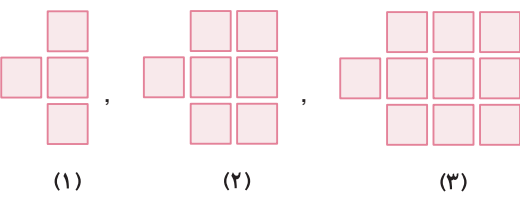
-۴۵، -۶۷، +۷۸، +۲۵، -۹۵





آزمون جمع‌بندی ۱

مدت زمان: ۷۵ دقیقه	عدد و الگوهای عددی	آزمون فصل ۱	ردیف
		درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.	
(نهایی بهبهان - ۱۴۰۲)		مجموع دو عدد فرد همیشه عددی زوج است. <input type="radio"/>	۱۳۵
		رقم یکان میلیون و رقم دهگان عدد «بیست میلیون و بیست» به ترتیب دو و صفر هستند. <input type="radio"/>	۱۳۶
(نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)		عددی که بر ۲ و ۳ بخش پذیر هست بر ۶ هم بخش پذیر است. <input type="radio"/>	۱۳۷
(نهایی تهران - ۱۴۰۲)		اگر عددی بر ۹ بخش پذیر باشد حتماً بر ۳ نیز بخش پذیر است. <input type="radio"/>	۱۳۸
(نهایی بوکان - ۱۴۰۱)		عدد ۲- از صفر بزرگ‌تر است. <input type="radio"/>	۱۳۹
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		قرینه‌ی قرینه‌ی عدد ۷- برابر ۷- است. <input type="radio"/>	۱۴۰
		جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		هشتمین مضرب عدد ۵، است.	۱۴۱
		اگر شما در صف نفر وسط باشید و ۱۲ نفر بعد از شما در صف باشند؛ نفر در صف هستند. اگر دو نفر از جلوی صف خارج شوند شما نفر در صف هستید.	۱۴۲
(نهایی اصفهان - ۱۴۰۲)		بزرگ‌ترین عدد زوج ۵ رقمی بدون تکرار ارقام عدد است.	۱۴۳
(نهایی مشهد - ۱۴۰۱)		یک عدد پنج‌رقمی بر ۳ بخش پذیر است. اگر این عدد را در ۱۰ ضرب کنیم، عدد حاصل دارای رقم خواهد بود و بر ۳ بخش پذیر است.	۱۴۴
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		در روی محور اعداد صحیح هر چه به سمت پیش برویم، اعداد بزرگ‌تر می‌شود.	۱۴۵
		بین کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت و کوچک‌ترین عدد صحیح یک‌رقمی منفی، عدد صحیح وجود دارد.	۱۴۶
		گزینه‌ی درست را مشخص کنید.	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		عدد هشتم در الگوی مقابل کدام است؟ ۵, ۹, ۱۳, ...	۱۴۷
		<input type="radio"/> ۳۳ <input type="radio"/> ۳۱ <input type="radio"/> ۳۳ <input type="radio"/> ۲۵	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		امیرعلی در یک صف ۲۰ نفره ایستاده است. اگر او از ابتدای صف نفر هفتم باشد، از انتهای صف نفر چندم است؟	۱۴۸
		<input type="radio"/> سیزدهم <input type="radio"/> چهاردهم <input type="radio"/> هشتم <input type="radio"/> نوزدهم	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		در عدد ۱۳۵۶۰۱۱۸ یکان میلیون، کدام است؟	۱۴۹
		<input type="radio"/> ۶ <input type="radio"/> ۵ <input type="radio"/> ۳ <input type="radio"/> ۸	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		بزرگ‌ترین عدد شش‌رقمی زوج که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر است، در کدام گزینه آمده است؟	۱۵۰
		<input type="radio"/> ۹۸۷۶۴۵ <input type="radio"/> ۹۹۹۹۵۰ <input type="radio"/> ۹۹۹۹۹۳ <input type="radio"/> ۹۹۹۹۹۰	

۱۵۱	در <input type="checkbox"/> چه عددی بنویسیم که حاصل بر ۳ بخش پذیر باشد؟ ۶ <input type="checkbox"/> ۵ <input type="checkbox"/> ۷ <input type="checkbox"/> ۲۱ <input type="checkbox"/>	(نهایی اهواز - ۱۴۰۲)	
۱۵۲	بزرگ‌ترین عدد زوج دورقمی منفی کوچک‌تر از -۲۰ بدون تکرار ارقام کدام است؟ -۲۲ <input type="checkbox"/> -۲۴ <input type="checkbox"/> -۱۸ <input type="checkbox"/> -۲۰ <input type="checkbox"/>		
۱۵۳	به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. با توجه به الگوی مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید. $۷, ۱۴, ۲۱, \dots$ الف) اعداد این الگو، مضرب‌های چه عددی هستند؟ ب) پنجاهمین عدد این الگو را مشخص کنید. پ) عدد ۸۴، چندمین عدد این الگو است؟	(نهایی شهر قدس - ۱۴۰۱)	
۱۵۴	الگوی عددی مقابل را ادامه دهید و تا عدد ششم آن را بنویسید. $\dots, \dots, \dots, ۱, -۱, -۱۵, -۱۹$	(نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)	
۱۵۵	با توجه به الگوی مقابل، به سؤالات پاسخ دهید. الف) شکل پنجم الگو را رسم کنید. ب) رابطه‌ی بین تعداد مربع‌های هر شکل و شماره‌ی آن شکل را به دست آورید. پ) شکل چندم با ۴۱ مربع ساخته می‌شود؟		
۱۵۶	شکل بعدی الگوی زیر را رسم کنید. شکل بیست و چهارم این الگو، از چند مربع کوچک ساخته شده است؟		(نهایی فریدون‌کنار - ۱۴۰۲)
۱۵۷	عددهای زیر را بسازید. الف) بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی فرد (بدون تکرار ارقام) ب) دو عدد دو رقمی که بر ۳ بخش پذیر باشند. پ) اگر عدد ۱۴۰۰ را بر ۱۰ تقسیم کنیم، ارزش مکانی رقم ۴ چه تغییری می‌کند؟	(نهایی پاکدشت - ۱۴۰۲)	
۱۵۸	با استفاده از کارت‌های ۸، ۱، ۷، ۰، ۳ و ۴ اعداد خواسته شده را بنویسید. الف) کوچک‌ترین عدد شش رقمی ب) بزرگ‌ترین عدد پنج رقمی با یکان هزار ۳ که بر ۲ و ۵ بخش پذیر باشد.	(نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)	
۱۵۹	دور اعدادی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیرند، خط بکشید. همچنین زیر اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند، خط بکشید. $۲۷۷۲۲۷۷۲, ۳۳۳۳۵, ۴۵۸۰۵, ۹۸۹۸۵۰, ۲۲۲۰, ۸۷۶۵۵۵۰, ۵۶۷۶۵۴, ۴۵۶۷۸$	(نهایی تهران - ۱۴۰۱)	
۱۶۰	در هر مورد، دو عدد را با هم مقایسه کنید. الف) ۷۳۵۱۱۷۴۹۳۱۱۱ <input type="checkbox"/> ۷۸۲۳۹۱۷۵۳۴۶ (نهایی تهران - ۱۴۰۱) ب) ۴۰۰ <input type="checkbox"/> ۴۰۰ (نهایی تهران - ۱۴۰۱) پ) ۲۳ <input type="checkbox"/> -۳۸ (نهایی دیلم - ۱۴۰۱) ت) ۳ <input type="checkbox"/> -۲۴ (نهایی مشهد - ۱۴۰۱)		
۱۶۱	محمد در یک صف نفر دهم است. اگر نفر اول صف، جای خود را عوض کند و به انتهای صف برود، محمد نفر وسط صف خواهد شد. تعداد کل افراد این صف چند نفر است؟		

فصل ششم

تناسب و درصد

۶

درس اول: کسر، نسبت و تناسب



● **مفهوم نسبت:** فرض کنید در دستور پخت نوعی کیک، نسبت آرد به شکر ۲ به ۳ است. این یعنی به ازای هر ۲ پیمانه آرد، باید ۳ پیمانه شکر مصرف کنیم؛ در نتیجه اگر مقدار آرد مصرفی را مثلاً دو برابر کنیم و ۴ پیمانه آرد مصرف کنیم، باید مقدار شکر را هم دو برابر کنیم و ۶ پیمانه شکر مصرف کنیم تا نسبت آرد به شکر را به درستی رعایت کرده باشیم.

نسبت‌ها را می‌توانیم به صورت کسری یا اعشاری هم نشان دهیم. مثلاً اگر نسبتی ۳ به ۱۰ باشد، می‌توانیم آن را به صورت $\frac{۳}{۱۰}$ یا $۰/۳$ هم نشان دهیم.

در نشان دادن نسبت‌ها به صورت کسری، در صورت امکان می‌توانیم کسر را ساده کنیم. مثلاً اگر نسبتی ۶ به ۱۰ باشد، می‌توانیم آن را به صورت $\frac{۳}{۵}$ بنویسیم. هم چنین اگر عددها به صورت کسری باشند، می‌توانیم با استفاده از روش‌های تقسیم کسرها، نسبت را ساده کنیم. مثلاً برای ساده کردن نسبت ۲ به $\frac{۱}{۴}$ داریم:

$$۴ = \text{نسبت } ۲ \text{ به } \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۴ = \frac{۲}{۱} \times \frac{۴}{۱} = \frac{۲}{۱} \div \frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۱} \times \frac{۴}{۱} = ۸$$

هم چنین برای ساده کردن نسبت $\frac{۳}{۴}$ به $\frac{۵}{۲}$ داریم:

$$۰/۳ = \text{نسبت } \frac{۳}{۴} \text{ به } \frac{۵}{۲} \Rightarrow ۰/۳ = \frac{۳}{۴} \div \frac{۵}{۲} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۱۰} = ۰/۳$$

● **تناسب:** وقتی نسبت مقدار یک چیز به چیزی دیگر، همواره ثابت باشد، می‌گوییم آن دو چیز با هم متناسب هستند. در این صورت اگر مقدار یکی از آن چیزها تغییر کند، مقدار دیگری هم به همان نسبت تغییر می‌کند. مثلاً در هر مربع، همیشه نسبت طول یک ضلع به محیط برابر با ۱ به ۴ است. بنابراین می‌گوییم

طول ضلع مربع، با محیط آن متناسب است و اگر طول ضلع تغییر کند، محیط هم تغییر می‌کند، به طوری که همیشه در هر مربع $\frac{\text{طول ضلع}}{\text{محیط}} = \frac{۱}{۴}$ است.

نکته

وقتی مقدار دو چیز با هم متناسب باشد، مقدار هر کدام از آن چیزها، با مجموع یا تفاضلشان هم متناسب است. مثلاً وقتی برای درست کردن

شربت، نسبت شهد به آب برابر با ۳ به ۱۰ باشد، آنگاه نسبت شهد به کل شربت برابر است با:

$$\frac{\text{شهد}}{\text{آب}} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow \frac{\text{شهد}}{\text{شهد} + \text{آب}} = \frac{۳}{۱۰ + ۳} = \frac{۳}{۱۳} \Rightarrow \text{نسبت شهد به کل شربت } ۳ \text{ به } ۱۳ \text{ است.}$$

■ **جدول تناسب:** جدول تناسب جدولی است که در آن نسبت‌های برابر نمایش داده می‌شوند. مثلاً در جدول تناسب زیر، نشان داده می‌شود که طول ضلع

مربع را در هر عددی که ضرب کنیم، محیط مربع هم در همان عدد ضرب می‌شود، به طوری که همواره نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن، $\frac{۱}{۴}$ است:

طول ضلع مربع	۱	۲	۴	۰/۵	۱/۵	۵	۱۰
محیط مربع	۴	۸	۱۶	۲	۶	۲۰	۴۰
نسبت طول ضلع مربع به محیط آن :	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۴}{۱۶} = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۰/۵}{۲} = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۱/۵}{۶} = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۵}{۲۰} = \frac{۱}{۴}$	$\frac{۱۰}{۴۰} = \frac{۱}{۴}$

۲	۶
۳	۹

ضرب در ۲ می‌شود.

۳	۶
۴	۱۰

ضرب در ۲ نمی‌شود.

جدول تناسب نیست! ⇒

نکته جدول تناسب ساده به صورت

 است. مثلاً:

اما هر جدولی که به صورت

 باشد، الزاماً جدول تناسب نیست. مثلاً:

مثال در هر مورد، مقدارهای دو چیز در جدول داده شده‌اند. برای هر کدام مشخص کنید که آیا مقادارها با هم متناسب‌اند یا خیر.

الف نسبت طول ضلع مربع به مساحت آن برای چند مربع مختلف

طول ضلع مربع	۱	۲	۵	۱۰
مساحت	۱	۴	۲۵	۱۰۰

ب نسبت جرم آب به حجم آن در چند ظرف مختلف

جرم (گرم)	۱۰۰۰	۲۰۰۰	۵۰۰۰	۱۰۰۰۰
حجم (لیتر)	۱	۲	۵	۱۰

پ نسبت تعداد خانه‌ها به جمعیت روستا در چند روستای مختلف

تعداد خانه	۲۰	۲۵	۳۰	۴۰
جمعیت روستا	۷۰	۱۱۰	۱۲۸	۱۶۰

ت نسبت تعداد پاهای حیوانات به تعداد سرها در چند دامداری مختلف

تعداد پاها	۸۰	۱۲۰	۱۶۰	۲۰۰
تعداد سرها	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰

الف پاسخ نسبت‌های ستون‌های مختلف جدول با هم برابر نیست. پس نتیجه می‌گیریم طول ضلع مربع با مساحت آن متناسب نیست.

ب نسبت جرم به حجم در همه‌ی ستون‌ها یکسان و برابر با ۱۰۰۰ است. پس نتیجه می‌گیریم جرم آن با حجم آن متناسب است.

پ نسبت‌های ستون‌های مختلف با هم برابر نیست. پس نتیجه می‌گیریم تعداد خانه‌های این روستاها، با جمعیت این روستاها متناسب نیست. (در صورتی تناسب برقرار بود که در هر خانه، دقیقاً تعداد مشخصی آدم‌ها، مثلاً ۴ نفر، زندگی می‌کردند. اما در واقعیت چنین چیزی وجود ندارد.)

ت نسبت تعداد پاها به تعداد سرها در همه‌ی ستون‌ها یکسان و برابر با ۴ است. پس نتیجه می‌گیریم که تعداد سرها با تعداد پاها متناسب است. (چون هر دام، یک سر و چهار پا دارد.)

■ **حل جدول تناسب:** گاهی جدول تناسبی به ما می‌دهند که یکی از خانه‌های آن خالی است و ما باید آن را پر کنیم. در حالت کلی برای این کار، باید با توجه به عددهای دیگر، نسبت را پیدا کنیم و سپس با استفاده از نسبت، عدد خواسته شده را به دست آوریم. وقتی این کار را می‌کنیم، در نهایت عددی که به دست می‌آید، برابر است با حاصل ضرب دو عدد قطری، تقسیم بر عدد دیگر. مثلاً:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 14 & ? \\ \hline 8 & 20 \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{14 \times 20}{8} = \frac{14 \times 5}{1} = 35$$

دو عدد قطری

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 30 & 18 \\ \hline 25 & ? \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{25 \times 18}{30} = \frac{5 \times 18}{1} = 15$$

دو عدد قطری

$$\begin{array}{|c|c|} \hline ? & 12 \\ \hline 20 & 15 \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{20 \times 12}{15} = \frac{4 \times 12}{1} = 16$$

دو عدد قطری

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 24 & 15 \\ \hline ? & 10 \\ \hline \end{array} \Rightarrow ? = \frac{24 \times 10}{15} = \frac{24 \times 2}{1} = 16$$

دو عدد قطری

درس دوم: درصد



● **درصد:** برای بیان کسرهایی با مخرج ۱۰۰، می‌توانیم از کلمه‌ی «درصد» استفاده کنیم. مثلاً $\frac{۲۵}{۱۰۰}$ برابر است با ۲۵ درصد. اگر هم مخرج کسری ۱۰۰ نباشد و بخواهیم آن را با درصد بیان کنیم، ابتدا صورت و مخرجش را در عدد مناسبی ضرب می‌کنیم تا مخرجش ۱۰۰ شود، مثلاً:

$$\frac{۷}{۲۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۳۵ \text{ درصد}$$

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۷۵}{۱۰۰} = ۷۵ \text{ درصد}$$

$$\frac{۶۵}{۱۰۰} = ۶۵ \text{ درصد}$$

نماد درصد در ریاضی به صورت % است، مثلاً ۲۵ درصد را به صورت ۲۵% و شصت درصد را به صورت ۶۰% می‌نویسیم.

نکته برای نوشتن یک کسر به صورت درصدی، گاهی به سادگی نمی‌توانیم با ضرب صورت و مخرج در یک عدد، مخرج کسر را ۱۰۰ کنیم. در این موارد می‌توانیم صورت را بر مخرج تقسیم کنیم تا به یک عدد اعشاری برسیم. سپس به راحتی عدد اعشاری را به صورت کسری با مخرج ۱۰۰ بنویسیم. مثلاً برای نوشتن $\frac{۵}{۸}$ به صورت درصد، داریم:

$$\frac{۵}{۸} = ?\% \Rightarrow \frac{۵}{۸} = \frac{۵}{۸} \times \frac{۱۰۰}{۱۰۰} = \frac{۵۰۰}{۸} = ۶۲\frac{۵}{۸} = ۶۲\frac{۵}{۸}\%$$

مثال هریک از کسره‌های زیر را به صورت درصد بنویسید.

الف $\frac{۱۳}{۲۰} = ?$

ب $\frac{۳}{۵} = ?$

پ $\frac{۳}{۸} = ?$

ت $\frac{۹}{۱۶} = ?$

پاسخ

الف $\frac{۱۳}{۲۰} = \frac{۶۵}{۱۰۰} = ۶۵\%$

ب $\frac{۳}{۵} = \frac{۶۰}{۱۰۰} = ۶۰\%$

پ $\frac{۳}{۸} = ? \Rightarrow \frac{۳}{۸} = \frac{۳}{۸} \times \frac{۱۰۰}{۱۰۰} = \frac{۳۰۰}{۸} = ۳۷\frac{۵}{۸} = ۳۷\frac{۵}{۸}\%$

ت $\frac{۹}{۱۶} = ? \Rightarrow \frac{۹}{۱۶} = \frac{۹}{۱۶} \times \frac{۱۰۰}{۱۰۰} = \frac{۹۰۰}{۱۶} = ۵۶\frac{۲۵}{۱۶} = ۵۶\frac{۲۵}{۱۶}\%$

■ استفاده از درصد برای بیان نسبت‌ها: از درصد معمولاً برای بیان نسبت‌ها استفاده می‌شود. برای این کار کفایت نسبت مورد نظر را به کسری با مخرج ۱۰۰ تبدیل کنیم. مثلاً:

$$\text{نسبت ۴ به ۵} = \frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$$

$$\text{نسبت ۵/۵} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

وقتی نسبت‌ها را به صورت درصد بیان می‌کنیم، خوبی‌اش این است که بهتر می‌توانیم آن نسبت را در ذهنمان تصور کنیم. همچنین اگر بخواهیم نسبت‌ها را با هم مقایسه کنیم، با تبدیل آنها به درصد کارمان خیلی راحت‌تر می‌شود. مثلاً برای مقایسه‌ی $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{8}$ داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{5}{8} &= 0.625 = \frac{625}{1000} = 62.5\% \\ \frac{3}{4} &= \frac{75}{100} = 75\% \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 75 > 62.5 &\rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{8} \end{aligned}$$

مثال

هریک از جملات زیر را با درصد بیان کنید.

- الف** نسبت حجم آب داخل منبع به گنجایش منبع، ۳ به ۵ است.
- ب** نسبت مساحت اتاق من به مساحت کل خانه‌مان ۳ به ۲۰ است.
- پ** نسبت زمان خواب من به زمان کل یک شبانه‌روز، ۹ به ۲۴ است.
- ت** نسبت تعداد دانش‌آموزان کلاس ما به تعداد دانش‌آموزان کل مدرسه‌مان ۳ به ۴۰ است.

پاسخ

الف نسبت حجم آب داخل منبع به گنجایش منبع، ۳ به ۵ است. $\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$

ب نسبت مساحت اتاق من به کل خانه‌ی ما، ۳ به ۲۰ است. $\Rightarrow \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\%$

پ نسبت زمان خواب من به زمان کل یک شبانه‌روز، ۹ به ۲۴ است. $\Rightarrow \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0.375 = \frac{375}{1000} = \frac{37.5}{100} = 37.5\%$

ت نسبت تعداد دانش‌آموزان کلاس ما به تعداد دانش‌آموزان کل مدرسه، ۳ به ۴۰ است. $\Rightarrow \frac{3}{40} = 0.075 = \frac{7.5}{100} = 7.5\%$

مثال

در هر مورد، با تقسیم‌بندی مناسب نوار، درصد داده‌شده را با رنگ‌آمیزی روی نوار نشان دهید، سپس بنویسید چند درصد از شکل رنگ نشده است.

- الف** ۲۵%
- ب** ۵۰%
- پ** ۴۰%
- ت** ۷۰%

پاسخ

- الف** ۲۵% \Rightarrow ۷۵% قسمت رنگ نشده
- ب** ۵۰% \Rightarrow ۵۰% قسمت رنگ نشده
- پ** ۴۰% \Rightarrow ۶۰% قسمت رنگ نشده
- ت** ۷۰% \Rightarrow ۳۰% قسمت رنگ نشده

درس سوم: کاربرد درصد در محاسبات مالی



در محاسبات مالی، از قبیل محاسبه‌ی سود یا زیان، محاسبه‌ی تخفیف یا محاسبه‌ی مالیات و... همواره از مفهوم درصد استفاده می‌شود؛ مثلاً ۲۰ درصد سود، ۹ درصد مالیات بر ارزش افزوده، ۳۰ درصد تخفیف و... در این درس به خاطر اهمیت استفاده از درصد در محاسبات مالی و در زندگی روزمره، مثال‌های مختلفی از این محاسبات را حل می‌کنیم.

برای حل این مسائل، توجه داشته باشید که هر مسئله (یا هر قسمت از مسئله) یک مبلغ اولیه و یک مبلغ نهایی دارد، به طوری که:

الف گاهی در صورت مسئله مبلغ اولیه را به ما می‌دهند و ما باید مبلغ نهایی را حساب کنیم.

ب گاهی در صورت مسئله مبلغ نهایی را به ما می‌دهند و ما باید مبلغ اولیه را حساب کنیم.

در هر صورت باید مبلغ اولیه را به عنوان ۱۰۰ درصد در نظر بگیریم و سپس درصد افزایش یا کاهش را با توجه به آن حساب کنیم. به مثال‌های زیر توجه کنید:

مثال یک کتاب را با قیمت ۲۰۰۰۰ تومان خریده‌ایم و می‌خواهیم آن را ۲۰ درصد سود بفروشیم. برای این منظور باید کتاب را با چه قیمتی بفروشیم و سود ما از این فروش چند هزار تومان خواهد بود؟

پاسخ در این مسئله، مبلغ اولیه، قیمت خرید کتاب و مبلغ نهایی، قیمت فروش آن است. پس باید قیمت خرید (۲۰۰۰۰ تومان) را به عنوان ۱۰۰٪ در نظر بگیریم و با توجه به آن مسئله را حل کنیم.

روش اول (جدول تناسب): با توجه به $۱۰۰\% + ۲۰\% = ۱۲۰\%$ جدول تناسب را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:

	درصد	مبلغ
قیمت خرید	۱۰۰	۲۰۰۰۰
سود	۲۰	?
قیمت فروش	۱۲۰	?

با توجه به ردیف اول، نتیجه می‌گیریم در این جدول، هر عدد سمت چپ، در ۲۰۰ ضرب می‌شود تا عدد سمت راست آن به دست بیاید. پس:

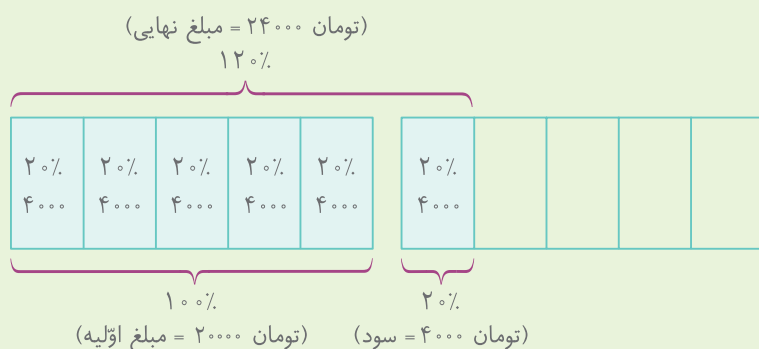
$$\text{تومان} = ۲۴۰۰۰ = ۱۲۰ \times ۲۰۰ = \text{قیمت فروش} \quad \text{تومان} = ۴۰۰۰ = ۲۰ \times ۲۰۰ = \text{سود}$$

روش دوم (تبدیل درصد به عدد اعشاری): می‌دانیم $۱۰۰\% = \frac{۱۰۰}{۱۰۰} = ۱$ و $۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۰.۲$ است. حالا با توجه به اینکه $۱ + ۰.۲ = ۱.۲$ می‌شود،

باید قیمت خرید (مبلغ اولیه) را ضرب در ۱.۲ کنیم تا قیمت فروش (مبلغ نهایی) به دست بیاید. یعنی:

$$\text{تومان} = ۴۰۰۰ = \underbrace{۲۴۰۰۰}_{\text{قیمت خرید}} - \underbrace{۲۰۰۰۰}_{\text{قیمت فروش}} = \text{سود} \Rightarrow \text{تومان} = ۲۴۰۰۰ = ۲۰۰۰۰ \times ۱.۲ = \text{قیمت فروش}$$

نکته محاسبات مالی را با رسم شکل، می‌توانیم خیلی بهتر درک کنیم. مثلاً در شکل زیر، قیمت خرید، قیمت فروش و سود نمایش داده می‌شود. با توجه به اینکه $۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵}$ است، مبلغ اولیه (قیمت خرید) را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کردیم:



مثال یک مغازه‌دار کالایی را با قیمت ۶۰۰۰۰ تومان خریده و روی آن برچسب قیمت فروش ۷۲۰۰۰ تومان چسبانده است.

الف اگر او کالا را ۷۲۰۰۰ تومان بفروشد، در این معامله چند تومان سود می‌کند و سود او نسبت به قیمت خرید چند درصد می‌شود؟

ب اگر او بخواهد این کالا را با ۲۰ درصد تخفیف نسبت به قیمت فروشی که روی آن خریده بفروشد، باید آن را به چه قیمتی بفروشد و در این معامله چند تومان سود یا ضرر می‌کند؟

پاسخ الف در این قسمت، مبلغ اولیه، قیمت خرید کالا و مبلغ نهایی قیمت فروش آن است. پس قیمت خرید (۶۰۰۰۰ تومان) را به عنوان ۱۰۰٪ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\text{تومان} = 72000 - 60000 = 12000$$

	مبلغ	درصد
قیمت خرید	۶۰۰۰۰	۱۰۰
سود	۱۲۰۰۰	?

$$\Rightarrow ? = \frac{12000 \times 100}{60000} = \frac{1200}{6000} = \frac{120}{600} = 20\%$$

بنابراین درصد سود او از این معامله، ۲۰٪ نسبت به قیمت خرید است.

ب در این قسمت، قیمت اولیه، قیمت فروش بدون تخفیف و قیمت نهایی، قیمت فروش با تخفیف است. پس باید قیمت فروش بدون تخفیف (۷۲۰۰۰ تومان) را به عنوان ۱۰۰٪ در نظر بگیریم و داریم:

	مبلغ	درصد
قیمت فروش	۷۲۰۰۰	۱۰۰
تخفیف	?	۲۰
قیمت نهایی	?	۸۰

$$\Rightarrow \text{تومان} = 72000 \times 80\% = 57600$$

$$\Rightarrow \text{تومان} = 80 \times 720 = 57600$$

مشاهده می‌شود که قیمت فروش نهایی (با ۲۰٪ تخفیف نسبت به ۷۲۰۰۰ تومان) کمتر از قیمت خرید اولیه (یعنی ۶۰۰۰۰ تومان) می‌شود. این یعنی در نهایت مغازه‌دار ضرر می‌کند و مبلغ ضرر او برابر است با: $60000 - 57600 = 2400$ تومان

نکته همان‌طور که در مثال بالا مشاهده کردید، در خرید و فروش یک کالا، ۲۰٪ سود با ۲۰٪ تخفیف برابر نیست. زیرا برای محاسبه‌ی سود، قیمت خرید کالا را به عنوان ۱۰۰٪ در نظر می‌گیریم؛ ولی برای محاسبه‌ی تخفیف، قیمت فروش کالا را به عنوان ۱۰۰٪ در نظر می‌گیریم.

پرسش‌های درس سوم



درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.

- ۷۷۸ اگر برای خرید کالایی ۲۵ درصد تخفیف بگیریم، در واقع باید ۷۵ درصد از قیمت آن را بپردازیم. (نهایی بابل - ۱۴۰۱)
- ۷۷۹ اگر قیمت کالایی ۵۰ هزار تومان باشد، قیمت آن با ۲۰ درصد تخفیف ۳۰ هزار تومان می‌شود. (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۷۸۰ اگر فروشنده‌ای یک کالا را ۵۰۰ هزار تومان بخرد و یک میلیون تومان بفروشد، نسبت به قیمت خرید ۵۰ درصد سود کرده است. (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۷۸۱ قیمت یک کتاب ۷۰ هزار تومانی، در نمایشگاه کتاب با ۲۰ درصد تخفیف، ۵۶ هزار تومان می‌شود. (نهایی تهران - ۱۴۰۱)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

- ۷۸۲ وقتی قیمت کالایی، نسبت به قیمت اولیه‌اش دو برابر می‌شود، میزان افزایش قیمت آن ----- درصد است. (نهایی بهارستان - ۱۴۰۲)
- ۷۸۳ قیمت کالایی ۳۰۰۰۰ ریال است. برای خرید این کالا با احتساب ۲۰ درصد مالیات بر ارزش افزوده باید ----- ریال پرداخت. (نهایی بابل - ۱۴۰۱)
- ۷۸۴ برای خرید کالایی با ۹ درصد مالیات بر ارزش افزوده باید ۴۳۶ هزار تومان بپردازیم. قیمت این کالا بدون احتساب مالیات ----- تومان است. (نهایی بوکان - ۱۴۰۱)
- ۷۸۵ قیمت یک جفت کفش بچگانه ۸۰۰۰۰ تومان است. قیمت این کفش با ۲۰ درصد تخفیف ----- تومان می‌شود. (نهایی بوکان - ۱۴۰۱)

گزینه‌ی درست را مشخص کنید.

- ۷۸۶ اگر قیمت کالایی از ۳۰۰ تومان به ۱۲۰۰ تومان برسد، این کالا چند درصد افزایش قیمت داشته است؟
 ۱) ۴۰۰ درصد ۲) ۳۰۰ درصد ۳) ۱۰۰ درصد ۴) ۱۲۰ درصد
 (نهایی مهریز - ۱۴۰۲)
- ۷۸۷ بهرام کتابی را با ۲۵ درصد تخفیف به قیمت ۳۰۰۰۰ تومان خریده است. قیمت کتاب قبل از تخفیف چقدر بوده است؟
 ۱) ۵۰۰۰۰۰ تومان ۲) ۴۵۰۰۰۰۰ تومان ۳) ۴۰۰۰۰۰۰ تومان ۴) ۳۶۰۰۰۰ تومان
 (نهایی اهواز - ۱۴۰۲)
- ۷۸۸ قیمت یک تیشرت ۱۴۰۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده بخواهد ۴۰ درصد تخفیف بدهد، قیمت جدید چند تومان می‌شود؟
 ۱) ۱۰۰۰۰۰۰ تومان ۲) ۹۰۰۰۰۰ تومان ۳) ۸۴۰۰۰۰ تومان ۴) ۷۸۰۰۰۰ تومان
 (نهایی خواف - ۱۴۰۱)
- ۷۸۹ یک کالا را می‌خریم و قیمت فروش آن را با در نظر گرفتن ۵۰٪ سود نسبت به قیمت خرید تعیین می‌کنیم. سپس در پایان سال، قیمت این کالا در حراج را با در نظر گرفتن ۵۰٪ تخفیف نسبت به قیمت فروش تعیین می‌کنیم. کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟
 ۱) قیمت در حراج برابر با قیمت خرید کالا می‌شود. ۲) قیمت در حراج بیشتر از قیمت خرید کالا می‌شود.
 ۳) قیمت در حراج کمتر از قیمت خرید کالا می‌شود. ۴) با این اطلاعات نمی‌توانیم قیمت در حراج را با قیمت خرید مقایسه کنیم.

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

- ۷۹۰ قیمت یک ساندویچ ۷۰۰۰۰ تومان است. اگر به قیمت آن ۹ درصد مالیات بر ارزش افزوده اضافه شود، برای خرید آن چه مبلغی باید پرداخت کنیم؟
 (نهایی تهران - ۱۴۰۲)
- ۷۹۱ برای خرید نوعی لباس، مبلغ ۹۶۰ هزار تومان پرداخت کردیم که این مبلغ، شامل قیمت خود لباس و ۲۰ درصد مالیاتی است که به قیمت لباس اضافه می‌شود. قیمت اولیه‌ی لباس و مبلغ مالیات آن را به دست آورید.
- ۷۹۲ قیمت یک کتاب ۲۴۰۰۰ تومان است. اگر فروشنده بخواهد آن را با ۱۰ درصد تخفیف بفروشد، باید چند تومان تخفیف بدهد و قیمت نهایی کتاب چقدر خواهد شد؟
 (نهایی بهارستان - ۱۴۰۲)
- ۷۹۳ یک کتاب پس از ۲۰ درصد تخفیف، با قیمت ۴۸۰۰۰ تومان به فروش می‌رسد. قیمت اولیه‌ی کتاب و مقدار تخفیف را محاسبه کنید. (نهایی بندرلنگه - ۱۴۰۲)
- ۷۹۴ قیمت روی جلد کتابی ۳۰۰۰۰۰ تومان است. اگر برای خرید کتاب ۲۶۴۰۰۰ تومان پرداخت کرده باشیم، چند درصد تخفیف گرفته‌ایم؟ (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۷۹۵ فروشگاه‌ی اجناس خود را با ۲۰ درصد تخفیف به فروش می‌رساند. اگر شما ۲۰۰۰۰۰ تومان پول داشته باشید، کدام یک از اجناس زیر را می‌توانید بخرید و چقدر برایتان باقی خواهد ماند؟



کت

۲۵۰,۰۰۰ تومان



کیف

۵۰۰,۰۰۰ تومان



توپ

۳۰۰,۰۰۰ تومان

- ۷۹۶ فروشنده‌ای کالایی را ۳۶۰۰۰ تومان خریده و می‌خواهد آن را با ۹ درصد سود بفروشد. این فروشنده باید کالا را به چه قیمتی بفروشد؟ (نهایی بهشهر - ۱۴۰۲)
- ۷۹۷ کتابی را با ۲۰ درصد سود نسبت به قیمت خرید آن فروخته‌ایم. قیمت فروش ۴۸۰۰۰ تومان شده است. (الف) قیمت خرید چند تومان بوده است؟ (ب) مقدار سود چند تومان است؟
 (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۷۹۸ شغل آقای احمدی خرید و فروش فرش است. او فرشی را ۲ میلیون تومان خرید و با ۵ درصد سود فروخت. فرش دیگری را ۵۰۰ هزار تومان خرید و با ۱۰ درصد سود فروخت. مقدار سود او در کدام معامله بیشتر بوده است؟ (نهایی جلفا - ۱۴۰۱)
- ۷۹۹ یک کتاب فروش، کتابی را به قیمت ۳۰۰۰۰ تومان خرید و به قیمت ۳۰۹۰۰ تومان فروخت. درصد سود او از این خرید و فروش چقدر است؟ (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۸۰۰ قیمت کالایی در سال گذشته ۸۰۰۰۰ تومان بوده و امسال ۱۰۴۰۰۰ تومان شده است. قیمت این کالا چند درصد افزایش یافته است؟ (نهایی تهران - ۱۴۰۱)
- ۸۰۱ (الف) فروشنده‌ای یک دوچرخه را که قیمت خرید آن ۲ میلیون تومان بود، با ۲۰ درصد سود برای فروش گذاشت. قیمت فروش را محاسبه کنید. (نهایی شبستر - ۱۴۰۱)
 (ب) در پایان سال، به دلیل نبود مشتری، دوچرخه را با ۲۰ درصد تخفیف نسبت به قیمت فروش، به حراج گذاشت و فروخت. قیمت فروش نهایی را به دست آورید.
 (پ) فروشنده در خرید و فروش این دوچرخه، سود کرده یا ضرر؟ چقدر؟

درس چهارم: کاربرد درصد در آمار و احتمال



● **محاسبه‌ی درصد:** فرض کنید تعداد توپ‌های رنگی در یک فروشگاه اسباب‌بازی، به صورت زیر است:

رنگ	آبی	سبز	صورتی	زرد
تعداد	۴	۵	۴	۷

برای اینکه ببینیم توپ‌های هر رنگ، چند درصد از کل توپ‌ها را تشکیل می‌دهند، می‌توانیم نسبت تعداد توپ‌های آن رنگ به تعداد کل توپ‌ها را به دست آوریم و سپس آن را تبدیل به درصد کنیم؛ یعنی:

$$\text{تعداد کل توپ‌ها} = ۴ + ۵ + ۴ + ۷ = ۲۰$$

$$\text{سبز: } \frac{\text{تعداد توپ‌های سبز}}{\text{تعداد کل توپ‌ها}} = \frac{۵}{۲۰} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ۲۵\% \Rightarrow \text{۲۵\% از توپ‌ها سبز هستند.}$$

$$\text{آبی: } \frac{\text{تعداد توپ‌های آبی}}{\text{تعداد کل توپ‌ها}} = \frac{۴}{۲۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰\% \Rightarrow \text{۲۰\% از توپ‌ها آبی هستند.}$$

$$\text{صورتی: } \frac{\text{تعداد توپ‌های صورتی}}{\text{تعداد کل توپ‌ها}} = \frac{۴}{۲۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰\% \Rightarrow \text{۲۰\% از توپ‌ها صورتی هستند.}$$

$$\text{زرد: } \frac{\text{تعداد توپ‌های زرد}}{\text{تعداد کل توپ‌ها}} = \frac{۷}{۲۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۳۵\% \Rightarrow \text{۳۵\% از توپ‌ها زرد هستند.}$$

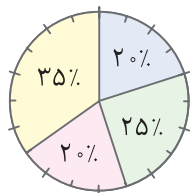
نکته همواره برای تبدیل هر نسبتی به درصد، کافی است آن نسبت را ضرب در ۱۰۰ کنیم؛ مثلاً:

$$\frac{۳}{۲۰} \xrightarrow{\frac{۳}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۱۵} \frac{۳}{۲۰} = ۱۵\% \text{ ، } \frac{۰/۷}{۱} \xrightarrow{\frac{۰/۷}{۱} \times ۱۰۰ = ۷۰} \frac{۰/۷}{۱} = ۷۰\%$$

$$\frac{۱/۲}{۱} \xrightarrow{\frac{۱/۲ \times ۱۰۰ = ۵۰}{۱}} \frac{۱/۲} = ۵۰\% \text{ ، } \frac{۲}{۱} \xrightarrow{\frac{۲ \times ۱۰۰ = ۲۰۰}{۱}} ۲ = ۲۰۰\%$$

● نمودار دایره‌ای

می‌خواهیم برای نمونه‌ی بالا، سهم مربوط به رنگ‌های مختلف از توپ‌ها را در یک نمودار دایره‌ای نشان دهیم. برای این کار، با توجه به اینکه سهم‌ها را به صورت درصد به دست آوردیم، می‌توانیم یک دایره رسم کنیم و آن را به صد قسمت مساوی تقسیم کنیم.



برای تقسیم دایره به صد قسمت مساوی، ابتدا محیط دایره را به ده قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (که هر قسمت نشان‌دهنده‌ی ۱۰ درصد می‌شود). سپس هر قسمت ده درصدی را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم (که هر کدام می‌شود ۵ درصد). در نهایت در صورت نیاز، هر قسمت پنج درصدی را به پنج قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم که هر کدام نشان‌دهنده‌ی یک درصد خواهد بود.

همچنین برای رسم نمودار دایره‌ای، می‌توانیم نسبت‌ها را به زاویه تبدیل کنیم؛ یعنی **نسبت، معادل چند درجه از ۳۶۰ درجه** است. مثلاً برای آبی و سبز در نمونه‌ی بالا داریم:

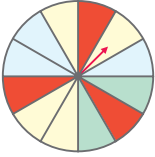
$$\text{آبی: } \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{?}{۳۶۰} \Rightarrow ? = \frac{۲۰ \times ۳۶۰}{۱۰۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۳۶۰ = ۷۲^\circ$$

$$\text{سبز: } \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{?}{۳۶۰} \Rightarrow ? = \frac{۲۵ \times ۳۶۰}{۱۰۰} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰ = ۹۰^\circ$$

۸۱۱ احتمال اینکه در پرتاب یک تاس عدد ۵ بیاید، احتمال اینکه در پرتاب یک سکه «رو» بیاید.

- ۱ بیشتر است از
۲ کمتر است از
۳ برابر است با
۴ قابل مقایسه نیست با

۸۱۲ چرخنده‌ی زیر را می‌چرخانیم. احتمال ایستادن چرخنده روی کدام رنگ بیشتر از بقیه است؟ (چرخنده به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است.)



- ۱ سبز
۲ قرمز
۳ زرد
۴ آبی

۸۱۳ اگر یک تاس را ۳۰۰۰ بار بیندازیم، انتظار داریم هر کدام از عددها تقریباً چند بار رو شوند؟

- ۱ ۵۰۰
۲ ۶۰۰
۳ ۱۰۰۰
۴ ۱۲۰۰

۸۱۴ کدام یک از گزینه‌های زیر بیانگر مفهوم احتمال «کمتر از نصف» می‌باشد؟

- ۱ احتمال زوج شدن مجموع دو عدد زوج
۲ احتمال رو آمدن در پرتاب یک سکه
۳ احتمال زوج شدن مجموع دو عدد فرد
۴ احتمال آمدن عدد کمتر از ۳ در پرتاب یک تاس

به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۸۱۵ در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی قرمز وجود دارد. به صورت اتفاقی و بدون نگاه کردن یک مهره را از کیسه بیرون می‌آوریم. چند درصد احتمال دارد این مهره قرمز باشد؟

(نهایی بهارستان - ۱۴۰۲)

۸۱۶ تعداد خواهر و برادرهای هر یک از دانش‌آموزان کلاس ششم یک مدرسه را پرسیدیم و اطلاعات به‌دست آمده را در جدول زیر ثبت کردیم.

تعداد	بدون برادر یا خواهر	با یک برادر یا خواهر	با دو برادر یا خواهر	با بیش از دو برادر یا خواهر
۱۲	۲۸	۲۴	۱۶	
درصد		۳۰٪		

الف) ردیف مربوط به درصد را کامل کنید.

ب) با توجه به ردیف مربوط به درصد، یک نمودار دایره‌ای رسم کنید که نشان‌دهنده‌ی اطلاعات جدول باشد.

پ) آیا می‌توان با توجه به ردیف مربوط به تعداد هم نمودار دایره‌ای را رسم کرد؟ توضیح دهید.

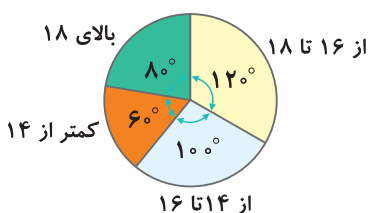
۸۱۷ نمودار مقابل، جرم سه نوع میوه را نشان می‌دهد که برای یک مراسم عروسی تهیه شده است.



الف) مشخص کنید جرم هر نوع میوه چه نسبتی از کل میوه‌ها است؟

ب) نسبت‌ها را به درجه تبدیل کنید و به کمک آنها نمودار دایره‌ای را رسم کنید.

۸۱۸ نمودار زیر مربوط به نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس پایه‌ی هفتم است. تعداد کل دانش‌آموزان این کلاس ۳۶ نفر است.



الف) چند نفر نمره‌ی بالای ۱۸ گرفتند؟

ب) چند نفر نمره‌ی بالای ۱۶ گرفتند؟

پ) چند نفر نمره‌ی بالای ۱۴ نگرفتند؟



مدت زمان: ۷۵ دقیقه	تناسب و درصد	آزمون فصل ۶	ردیف
		درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		نسبت ۷ به ۵ مانند نسبت ۴۹ به ۲۵ است. <input type="radio"/>	۸۲۴
(نهایی فریدون‌کنار - ۱۴۰۲)		مساحت مربع با طول ضلع آن متناسب است. <input type="radio"/>	۸۲۵
		۳۰ درصد از یک دایره می‌شود 90° . <input type="radio"/>	۸۲۶
		وقتی یک کالای ۲ میلیون تومانی با ۴۰ درصد تخفیف به حراج گذاشته می‌شود، برای خرید آن کافی است ۱۲۰۰۰۰۰ تومان بدهیم. <input type="radio"/>	۸۲۷
(نهایی شبستر - ۱۴۰۱)		احتمال آمدن عددی زوج در پرتاب تاس، کمتر از ۵۰ درصد است. <input type="radio"/>	۸۲۸
		جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.	
		نسبت $\frac{3}{5}$ به $\frac{2}{7}$ برابر با نسبت ----- به ۱۰ است.	۸۲۹
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		$\frac{3}{4}$ هر عددی ----- درصد از آن عدد است.	۸۳۰
(نهایی شیراز - ۱۴۰۲)		۲۰ درصد یک ساعت ----- دقیقه است.	۸۳۱
		اگر نسبت مبلغ پرداختی به قیمت یک کالا $\frac{1}{2}$ باشد، یعنی ----- درصد مالیات بر ارزش افزوده پرداخت شده است.	۸۳۲
(نهایی تهران - ۱۴۰۲)		وقتی سگه‌ای را می‌اندازیم، احتمال اینکه رو بیاید ----- درصد است.	۸۳۳
		گزینه‌ی درست را مشخص کنید.	
(نهایی شبستر - ۱۴۰۱)		نسبت دو زاویه‌ی متمم ۴ به ۵ است. زاویه‌ی بزرگ‌تر چند درجه است؟	۸۳۴
		۱۰۰ درجه <input type="radio"/> ۱ ۴۰ درجه <input type="radio"/> ۲ ۸۰ درجه <input type="radio"/> ۳ ۵۰ درجه <input type="radio"/> ۴	
		از ۳۵ دانش‌آموز یک کلاس، ۱۱ نفر در یک مسابقه‌ی ریاضی شرکت کرده‌اند. حدوداً چند درصد از دانش‌آموزان این کلاس، در مسابقه‌ی ریاضی شرکت کرده‌اند؟	۸۳۵
		۱۰ درصد <input type="radio"/> ۱ ۲۰ درصد <input type="radio"/> ۲ ۳۰ درصد <input type="radio"/> ۳ ۴۰ درصد <input type="radio"/> ۴	
		کالایی را با ۱۵ درصد تخفیف به مبلغ ۱۷۰۰۰۰ تومان خریده‌ایم. قیمت اولیه‌ی کالا بدون تخفیف کدام بوده است؟	۸۳۶
		۲۱۰۰۰۰ تومان <input type="radio"/> ۱ ۲۰۰۰۰۰ تومان <input type="radio"/> ۲ ۱۹۰۰۰۰ تومان <input type="radio"/> ۳ ۱۸۵۰۰۰ تومان <input type="radio"/> ۴	
(نهایی تهران - ۱۴۰۱)		در پرتاب یک سگه، احتمال «رو» آمدن به اندازه‌ی کدام یک از کسرهای زیر است؟	۸۳۷
		$\frac{2}{6}$ <input type="radio"/> ۱ $\frac{3}{6}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{1}{4}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{3}{4}$ <input type="radio"/> ۴	
(نهایی مهریز - ۱۴۰۲)		در پرتاب تاس، احتمال اینکه عدد زوج بیاید کدام است؟	۸۳۸
		$\frac{1}{3}$ <input type="radio"/> ۱ $\frac{5}{6}$ <input type="radio"/> ۲ $\frac{1}{6}$ <input type="radio"/> ۳ $\frac{1}{2}$ <input type="radio"/> ۴	

۲

بخش دوم

پاسخ‌نامه‌ی تشریحی

www.gajmarket.com

فصل سوم:
اعداد اعشاری

۲۳۲

فصل دوم:
کسر

۲۱۶

فصل اول:
عدد و الگوهای عددی

۲۰۰

فصل ششم:
تناسب و درصد

۲۷۲

فصل پنجم:
اندازه‌گیری

۲۵۷

فصل چهارم:
تقارن و مختصات

۲۴۸

فصل هفتم:
تقریب

۲۸۳

درس اول: الگوهای عددی

فصل اول



۱ ✗

وقتی دو عدد، هر دو فرد باشند، حاصل جمعشان زوج می‌شوند.

۲ ✓

$$3 \times 9 = 27$$

۳ ✓

عدد ۴۰ هشتمین مضرب ۵ است. $40 \div 5 = 8 \Rightarrow$

۴ ✓

$$\text{عدد مورد نظر} = 45 \div 9 = 5$$

$$5 \times 7 = 35 = \text{هفتمین مضرب } 5$$

۵ ✗

در الگوی مضرب‌های عدد ۳، عددها سه‌تا سه‌تا زیاد می‌شوند و در الگوی مضرب‌های عدد ۹، عددها نه‌تا نه‌تا زیاد می‌شوند. به‌طور کلی در الگوی مضرب‌های هر عددی، عددها به اندازه‌ی همان عدد زیاد می‌شوند.

۶

فرد

۷

زوج

۸

$$5 \times 12 = 60$$

۶۰

۹

۱۹؛ الگوی داده شده مربوط به عددهای فرد است که رابطه‌ی آن به صورت $1 - (\text{شماره} \times 2) = \square$ است. برای به‌دست آوردن دهمین عدد این الگو (دهمین عدد فرد) به جای \square عدد ۱۰ را قرار می‌دهیم.

$$19 = 1 - (10 \times 2) = 1 - 20$$

۱۰

۱۱؛ نفر وسط صف، ششمین نفر است، پس:

$$11 = 1 - (6 \times 2) = 1 - 12$$

۱۱

عدد زوج است که رقم یکان آن زوج باشد (یکان باید ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد) و از میان عددهای داده شده، فقط عدد ۵۵۷۳۲ دارای یکان زوج است.

۱۲

$$\left. \begin{aligned} 4 \times 9 = 36 &= \text{چهارمین مضرب } 9 \\ 5 \times 5 = 25 &= \text{پنجمین مضرب } 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 36 - 25 = 11$$

۱۳

الگوی داده شده مربوط به مضرب‌های عدد ۲ (یعنی عددهای زوج) است و ما باید چهلمین مضرب عدد ۲ را به‌دست بیاوریم:

$$40 \times 2 = 80 = \text{چهلمین مضرب } 2$$

۱۴ ۲

روش اول: در الگوی داده شده، عددها سه‌تا سه‌تا زیاد می‌شوند، یعنی:

$$2, 5, 8, 11$$

پس می‌توانیم به همین صورت ادامه دهیم تا به عدد دهم برسیم:

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, \dots$$

عدد دهم نهم هشتم هفتم ششم پنجم چهارم سوم دوم یکم

روش دوم: در الگوی داده شده، عددها سه‌تا سه‌تا زیاد می‌شوند؛ پس می‌توانیم از الگوی مضرب‌های عدد ۳ کمک بگیریم و رابطه‌ی این الگو را به‌دست آوریم:

$$\square = \text{شماره} \times 3 \quad \text{رابطه‌ی الگو} \Rightarrow \dots, 9, 6, 3: \text{الگوی مضرب‌های } 3$$

$$1 - (\text{شماره} \times 3) = \square \quad \text{رابطه‌ی الگو} \Rightarrow \dots, 8, 5, 2: \text{الگوی مورد نظر ما}$$

پس رابطه‌ی الگو به صورت $1 - (\text{شماره} \times 3) = \square$ است. در نتیجه:

$$29 = 1 - (10 \times 3) = 1 - 30$$

۱۵ ۲

الگوی تعداد دایره‌های شکل‌ها، همان الگوی عددهای فرد است؛ یعنی:

الگوی تعداد دایره‌های شکل‌ها: ۱، ۳، ۵، ۷، ...

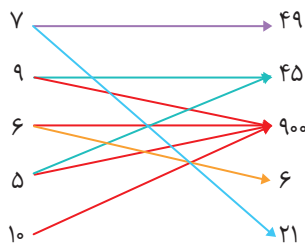
بنابراین رابطه‌ی الگو هم همان رابطه‌ی الگوی عددهای فرد است. می‌دانیم رابطه‌ی الگوی عددهای فرد به صورت زیر است:

$$1 - (\text{شماره‌ی آن عدد در الگو} \times 2) = \text{مقدار هر عدد فرد}$$

بنابراین در الگوی داده شده داریم:

$$1 - (\text{شماره‌ی آن شکل} \times 2) = \text{تعداد دایره‌های هر شکل}$$

۱۶



۱۷

با توجه به توضیحات درسنامه، می‌دانیم وقتی عددها مثلاً سه‌تا سه‌تا زیاد می‌شوند، در رابطه‌ی الگو $\square \times 3$ داریم و اگر ۵ تا ۵ تا زیاد شوند، $\square \times 5$ داریم و ... با توجه به این نکته، به سادگی می‌توانیم هر الگو را به رابطه‌اش وصل کنیم؛ اگر هم الگوهایی داشتیم که فاصله‌ی عددهای متوالی آن‌ها یکسان بود، آن وقت کافی است یک یا دو عدد اول الگو را امتحان کنیم:

$$12, 17, 22, 27, \dots \rightarrow \square = (\text{شماره} \times 5) + 7$$

$$7, 11, 15, 19, \dots \rightarrow \square = (\text{شماره} \times 20) + 10$$

$$20, 40, 60, 80, \dots \rightarrow \square = (\text{شماره} \times 7) - 2$$

$$30, 50, 70, 90, \dots \rightarrow \square = (\text{شماره} \times 20)$$

$$5, 12, 19, 26, \dots \rightarrow \square = (\text{شماره} \times 4) + 3$$

۳۵

محسن نفر هفتم است. اگر محسن نفر وسط باشد، آن گاه:

$$13 = (2 \times 7) - 1 = 13$$

تعداد کل افراد

وقتی ۱۳ نفر در صف باشند، پشت سر صدرا که نفر یازدهم صف است، دو نفر قرار دارند (نفر دوازدهم و نفر سیزدهم).

۳۶

الف

$$8, 12, 16$$

در این الگو اعداد چهارتا چهارتا زیاد می شوند پس برای به دست آوردن رابطه ی الگو، از الگوی مضارب ۴ کمک می گیریم.

$$4, 8, 12, 16, \dots \Rightarrow \square = \bigcirc \times 4$$

$$\begin{matrix} +4 & +4 & +4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 4 & 8 & 12 \end{matrix}$$

$$8, 12, 16, \dots \Rightarrow \square = (\bigcirc \times 4) + 4$$

 پس رابطه ی الگو برابر است با: $(4 \times \text{شماره ی شکل}) + 4 =$ هر عدد الگو

 ب) باید عددی را به دست آوریم که اگر در رابطه ی $\square = (\bigcirc \times 4) + 4$ به جای \bigcirc قرار دهیم حاصل برابر ۸۴ شود.

$$84 = (\bigcirc \times 4) + 4 \Rightarrow \bigcirc \times 4 = 80 \Rightarrow \bigcirc = 20$$

درس دوم: یادآوری عددنویسی

فصل اول
۳۷

۳۸

 عدد چهل و سه میلیون و بیست و سه هزار و هشتاد و سه به صورت $43,023,083$ نوشته می شود.

۳۹


$$9,000,038,040$$

۴ صفر

۴۰

 بزرگ ترین عدد زوج ۸ رقمی با طبقه ی میلیون ۸۳ (بدون تکرار رقم) عدد $83,976,542$ است.

۴۱

۴۲

$$47,000,020$$

۴۳

دهگان هزار

$$4,351,93,812$$

هزار
↑
دهگان هزار

۴۴

 در عدد $283,730,958$ اگر جایگاه میلیون به بعد را در نظر بگیریم، عدد $3,730,958$ به دست می آید که بین ۳ میلیون و ۴ میلیون قرار دارد و به ۴ میلیون نزدیک تر است. پس:

$$3,730,958 \xrightarrow[\text{بدر نظر گرفتن نزدیکی اعداد}]{\text{مقدار تقریبی}} 4,000,000$$

$$283,730,958 \xrightarrow[\text{مقدار تقریبی}]{\text{مقدار تقریبی}} 284,000,000$$

بنابراین:

۴۵

۹۸۶؛ برای نوشتن بزرگ ترین عدد سه رقمی مضرب ۲ که رقم های آن تکراری نباشد، از سمت چپ شروع می کنیم و از بزرگ به کوچک ارقام را می نویسیم و به رقم یکان که رسیدیم بزرگ ترین رقم زوج که تکراری نباشد را قرار می دهیم. یعنی:

$$\begin{matrix} \boxed{9} & \boxed{8} & \boxed{6} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{صدگان} \end{matrix}$$

۴۶

$$98765$$

۴۷

۱۵۰۲۴؛ ابتدا رقم ۵ را در جایگاه یکان هزار قرار می دهیم و بعد از چپ به راست و از کوچک به بزرگ بقیه ی ارقام را قرار می دهیم. دقت کنید که صفر را نمی توانیم در اولین جایگاه سمت چپ قرار دهیم و برای یکان هم باید کوچک ترین عدد زوج باقیمانده یعنی ۴ را قرار دهیم.

۴۸

۴

همواره رقم سمت راست عدد، کم ترین ارزش مکانی را دارد.

۴۹

۲

بزرگ ترین رقم ۹ است که در جایگاه دهگان میلیون قرار گرفته است:

$$684,295,012,371$$

میلیون
↑
دهگان میلیون

۵۰

۳

 شش صفر $7,000,011,014$
۵۱

۳

عدد مورد نظر ۳۰۰ است، زیرا کوچک ترین رقم ممکن برای صدگان رقم ۳ است (صفر نمی تواند در سمت چپ قرار بگیرد) و کوچک ترین رقم ممکن برای دهگان و یکان صفر است. (تکرار رقم ها مجاز است).

۵۲

۱

از میان رقم های داده شده، تنها رقم فرد ۳ است. پس ۳ را در جایگاه یکان قرار می دهیم:

$$\boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{3}$$

حالا از میان سه رقم ۰، ۶ و ۸ کوچک ترین رقمی که می تواند در جایگاه هزارگان قرار بگیرد، ۶ است (صفر نمی تواند در سمت چپ قرار بگیرد).

$$\boxed{6} \boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{3}$$

در نهایت دو رقم ۰ و ۸ باقی می ماند که از کوچک به بزرگ و از چپ به راست در دو جایگاه باقی مانده قرار می دهیم:

$$\boxed{6} \boxed{0} \boxed{8} \boxed{3} \Rightarrow 6083 \Rightarrow 6083 + 20 = 6103$$

پ) باز هم بزرگ‌ترین رقمی که در جایگاه صدگان قرار دهیم، رقم ۳ است. از طرفی فقط یک رقم فرد دیگر داریم (رقم ۷) که باید در یکان قرار دهیم. یعنی:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 7 & \\ \hline \end{array}$$

حالا بزرگ‌ترین رقمی که می‌توانیم در جایگاه دهگان قرار دهیم (از میان کارت‌های باقی‌مانده) رقم ۶ است:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 6 & 7 & \\ \hline \end{array} \Rightarrow 367$$

۷۱

توجه کنید که در این سؤال، دو کارت ۰ داریم، پس عددهایی که می‌سازیم، می‌توانند دو تا صفر داشته باشند.

الف) باید از سمت چپ رقم‌ها را از کوچک به بزرگ بچینیم. اما می‌دانیم رقم صفر نمی‌تواند در جایگاه سمت چپ قرار بگیرد. پس ابتدا رقم ۳ (کوچک‌ترین رقم ممکن) را در اولین جایگاه سمت چپ قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & & & \\ \hline \end{array}$$

حالا باید بقیه‌ی کارت‌ها را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ در سه جایگاه باقی‌مانده قرار دهیم به طوری که در جایگاه یکان هم یک رقم زوج قرار بگیرد. پس:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 0 & 0 & 4 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 3004$$

ب) باید از هر پنج کارت استفاده کنیم. در جایگاه یکان می‌توانیم ۳ یا ۵ را قرار دهیم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & 3 & \\ \hline \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & 5 \\ \hline \end{array}$$

حالا در هر دو حالت، بقیه‌ی کارت‌ها را از بزرگ به کوچک و از چپ به راست در جایگاه‌ها قرار می‌دهیم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 0 & 0 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow 54003 = \text{بزرگ‌ترین عدد ۵ رقمی فرد}$$

پ) بزرگ‌ترین رقمی که می‌توانیم در جایگاه صدگان قرار دهیم، رقم ۴ است:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & \\ \hline \end{array}$$

حالا در جایگاه بعدی، بزرگ‌ترین رقمی که می‌تواند قرار بگیرد ۵ است و در یکان هم، بزرگ‌ترین رقم ممکن صفر است (چون باید زوج باشد و ۳ نمی‌تواند در یکان قرار بگیرد). پس:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 450$$

درس سوم: بخش پذیری
فصل اول

۷۲

اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که یکان آنها صفر باشد.

۷۳

اعدادی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع رقم‌های آن بر ۳ بخش پذیر باشد. مجموع رقم‌های عدد ۵۲۶ برابر با ۱۳ است که بر ۳ بخش پذیر نیست. پس ۵۲۶ بر ۳ بخش پذیر نیست.

۷۴

عدد ۶۴۵ بر ۳ بخش پذیر است، چون مجموع رقم‌های آن ۱۵ است که بر ۳ بخش پذیر است. هم چنین عدد ۶۴۵ بر ۵ بخش پذیر است. چون یکان آن ۵ است.

۷۵

همان طور که در درسنامه توضیح دادیم، عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد.

۷۶

عدد ۴۵۰ بر ۹ بخش پذیر است، چون مجموع ارقام آن ۹ می‌شود که بر ۹ بخش پذیر است. در نتیجه این عدد بر ۳ هم بخش پذیر است.

از طرفی یکان این عدد صفر است، پس بر ۲ و ۵ هم بخش پذیر است.

اما این عدد بر ۷ بخش پذیر نیست، زیرا:

$$\begin{array}{r} 450 : 7 = 64 \text{ باقی‌مانده } 2 \\ \underline{-42} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 2 \end{array}$$

باقی‌مانده صفر نیست \rightarrow

۷۷

هر عددی که بر ۹ بخش پذیر باشد، حتماً بر ۳ هم بخش پذیر است؛ اما عکس این عبارت برقرار نیست. یعنی اگر عددی بر ۳ بخش پذیر باشد، ممکن است بر ۹ بخش پذیر باشد یا نباشد مثلاً عدد ۱۵ بر ۳ بخش پذیر است ولی بر ۹ بخش پذیر نیست.

۷۸

۱۰؛ عددی که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد، بر ۱۰ بخش پذیر است. بنابراین باید کوچک‌ترین عدد بخش پذیر بر ۱۰ را بنویسیم که خود ۱۰ است.

۷۹

۹، ۳

۸۰

۹۹

۸۱

۱۰۸، ۱۰۵، ۱۰۲

۸۲

۱۰۵، ۱۰۲

۸۳

۱۰۵

۸۴

مجموع ارقام عدد ۲۱ برابر ۳ است ولی بر ۹ بخش پذیر نیست.

۸۵
۸۶

عدد مورد نظر هم باید زوج باشد و هم باید مجموع ارقام آن بر ۹ بخش پذیر باشد. پس باید از ۷۰۰ رو به پایین حرکت کنیم و یکی یکی عددهای ۶۹۸، ۶۹۶، ۶۹۴، ۶۹۲ و ... را بررسی کنیم. اگر این کار را کنیم مشاهده می‌کنیم که عدد ۶۸۴ بزرگ‌ترین عددی است که این شرایط را دارد.

۸۷

عدد سه رقمی حاصل هم باید زوج باشد و هم باید مجموع ارقام آن بر ۳ بخش پذیر باشد. مجموع دو رقم ۷ و ۴ برابر با ۱۱ می‌شود. حالا اگر در یکان رقم ۴ را قرار دهیم، داریم:

$$7 + 4 + 4 = 15 \rightarrow 3 \text{ بخش پذیر بر } 3 \quad \checkmark$$

۱۰۶

الف) جمع رقم‌های ۴ کارت برابر است با: $7 + 5 + 4 + 2 = 18$

عدد ۱۸ بر ۳ بخش پذیر است، پس هر عدد ۴ رقمی که با این کارت‌ها ساخته شود، بر ۳ بخش پذیر خواهد بود. بنابراین کافی است بزرگ‌ترین عدد ۴ رقمی ممکن با این کارت‌ها را بسازیم:

$$\boxed{7} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{2} \Rightarrow 7542$$

از بزرگ به کوچک
از چپ به راست

یعنی بزرگ‌ترین عدد ۴ رقمی بخش پذیر بر ۳ که می‌توانیم با این کارت‌ها بسازیم، عدد ۷۵۴۲ است.

ب) می‌دانیم برای اینکه عددی بر ۶ بخش پذیر باشد، باید بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد. از طرفی با توجه به پاسخ قسمت قبل، می‌دانیم هر عددی که با این ۴ رقم بسازیم، بر ۳ بخش پذیر خواهد بود. پس برای پاسخ به این سؤال کافی است کوچک‌ترین عدد بخش پذیر بر ۲ (یعنی زوج) با این ۴ رقم را بسازیم. برای اینکه عدد زوج باشد، باید یکان آن زوج باشد. پس:

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{2} \text{ یا } \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{4}$$

حالا در هر کدام از این دو حالت، بقیه‌ی کارت‌ها را از چپ به راست و از کوچک به بزرگ کنار هم قرار می‌دهیم:

$$\boxed{4} \boxed{5} \boxed{7} \boxed{2} \times \text{ یا } \boxed{2} \boxed{5} \boxed{7} \boxed{4} \checkmark$$

یعنی دو عدد ۲۵۷۴ و ۴۵۷۲ هر دو بر شش بخش پذیرند که کوچک‌ترین آنها ۲۵۷۴ است.

پ) می‌دانیم عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد. از طرفی از قسمت (الف) می‌دانیم هر عددی که با این چهار رقم بسازیم، بر ۳ بخش پذیر است. پس برای پاسخ به این سؤال، کافی است بزرگ‌ترین عدد بخش پذیر بر ۵ با این کارت‌ها را بسازیم.

برای اینکه عدد بر ۵ بخش پذیر باشد، کارت ۵ را در سمت راست قرار می‌دهیم:

$$\boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{5}$$

حالا باید بقیه‌ی کارت‌ها را از بزرگ به کوچک و از چپ به راست در سه جایگاه باقی‌مانده قرار دهیم:

$$\boxed{7} \boxed{4} \boxed{2} \boxed{5} \Rightarrow 7425$$

یعنی عدد ۷۴۲۵ بزرگ‌ترین عدد چهاررقمی بخش پذیر بر ۱۵ است که با این کارت‌ها می‌توان ساخت.

درس چهارم: معرفی اعداد صحیح

فصل اول

۱۰۷

روی محور اعداد صحیح هرچه به سمت راست حرکت می‌کنیم، عددها بزرگ‌تر می‌شوند و هرچه به سمت چپ حرکت می‌کنیم، عددها کوچک‌تر می‌شوند.

۱۰۸

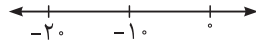
عددهای صحیح مثبت از صفر بزرگ‌تر هستند و عددهای صحیح منفی از صفر کوچک‌تر هستند. خود صفر هم نه مثبت است و نه منفی.

۱۰۹

۱۱۰

عدد -۱ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی است.

۱۱۱



۱- در سمت راست -۲۰ قرار دارد، پس بزرگ‌تر از آن است.

۱۱۲

مثبت

۱۱۳

منفی، مثبت

۱۱۴

کوچک‌تر

۱۱۵

+۱۰

۱۱۶

-۹

۱۱۷

-۱۰

بزرگ‌ترین عدد صحیح دورقمی منفی

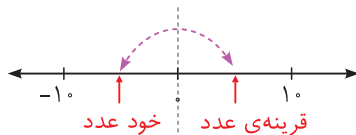


کوچک‌ترین عدد صحیح دورقمی منفی



۱۱۸

۱



۲

۳

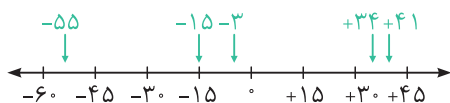
۸ واحد به سمت راست

۵ واحد به سمت چپ

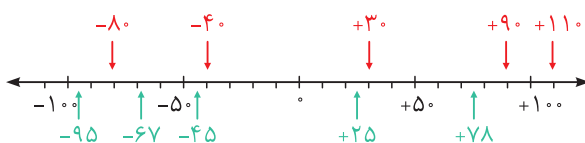


در نهایت روی -۱ قرار می‌گیرد.

۱۲۲



۱۲۳



۱۳۰

عددهای منفی ۵- و ۸۵- هستند که $-۸۵ < -۵$ است.

همچنین عددهای مثبت ۱۲+ و ۸۵+ هستند که $۱۲ < ۸۵$ است.

حالا با توجه به اینکه همه‌ی عددهای منفی، از صفر کوچک‌تر و همه‌ی عددهای

مثبت از صفر بزرگ‌تر هستند، داریم:

$$\underbrace{-۸۵ < -۵}_{\text{عددهای منفی}} < \underbrace{۰}_{\text{صفر}} < \underbrace{+۱۲ < +۸۵}_{\text{عددهای مثبت}}$$

۱۳۱

الف) عددهای منفی ۷۵-، ۶۳- و ۲۰- هستند که: $-۷۵ < -۶۳ < -۲۰$

همچنین عددهای مثبت، ۳۵+، ۸۶+ و ۱+ هستند که: $+۱ < +۳۵ < +۸۶$

از طرفی همواره، همه‌ی عددهای منفی از همه‌ی عددهای مثبت کوچک‌تر

هستند، پس: $-۷۵ < -۶۳ < -۲۰ < +۱ < +۳۵ < +۸۶$

ب) سه عدد ۲۸۳-، ۹۹- و ۱۵- منفی هستند که: $-۲۸۳ < -۹۹ < -۱۵$

از طرفی همه‌ی عددهای منفی از همه‌ی عددهای مثبت کوچک‌ترند، پس:

$-۲۸۳ < -۹۹ < -۱۵ < +۵$

۱۳۲

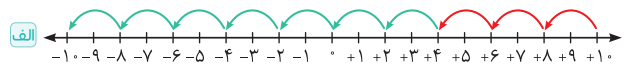
الف) ۵- ب) ۴+

۱۳۳

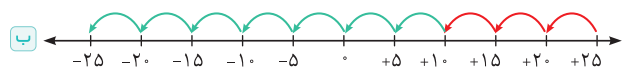
الف) سه ساعت بعد از ظهر ب) چهار ساعت قبل از ظهر

پ) ساعت ۱۲ ظهر (مبدأ زمان) ت) هشت ساعت قبل از ظهر

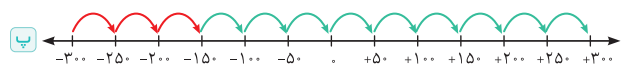
۱۳۴



الگو: $+۱, +۸, +۶, +۴, +۲, -۲, -۴, -۶, -۸, -۱۰$



الگو: $+۲۵, +۲۰, +۱۵, +۱۰, +۵, -۵, -۱۰, -۱۵, -۲۰, -۲۵$



الگو: $-۳۰۰, -۲۵۰, -۲۰۰, -۱۵۰, -۱۰۰, -۵۰, +۵۰, +۱۰۰, +۱۵۰, +۲۰۰, +۲۵۰, +۳۰۰$

$+۲۰۰, +۲۵۰, +۳۰۰$

آزمون جمع‌بندی

فصل اول



۱۳۵

۱۳۶

$۲۰۰, ۰۰۰, ۰۰۰$
 دهگان (دو) یکان میلیون (صفر)

۱۳۷

۱۳۸

۱۳۹

هر عدد منفی، از صفر کوچک‌تر است.

۱۴۰

قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد، برابر با خودش می‌شود. مثلاً:

$$+۷ = \text{قرینه‌ی } (-۷) = \text{قرینه‌ی (عدد اولیه)} \Rightarrow -۷ = \text{عدد اولیه}$$

$$-۷ = \text{قرینه‌ی } (+۷) = \text{قرینه‌ی (قرینه‌ی عدد اولیه)} \Rightarrow +۷ = \text{عدد اولیه}$$

۱۴۱

$۴۰ = ۸ \times ۵ =$ هشتمین مضرب ۵

۱۴۲

۲۵، یازدهم

وقتی ۱۲ نفر بعد از نفر وسط هستند، ۱۲ نفر هم قبل از نفر وسط هستند و در نتیجه:

$۲۵ = ۱۲ + ۱ + ۱۲ =$ تعداد کل افراد

نفر وسط

از طرفی وقتی ۱۲ نفر جلوی نفر وسط هستند، خود نفر وسط، سیزدهمین نفر

است. اگر یک نفر از جلوی صف خارج شود، او نفر دوازدهم می‌شود و اگر یک

نفر دیگر هم خارج شود، او نفر یازدهم می‌شود.

۱۴۳



۱۴۴

۶، است

وقتی عددی در ۱۰ ضرب می‌شود، یک صفر جلوی آن قرار می‌گیرد. پس به

تعداد ارقامش یکی اضافه می‌شود. همچنین چون رقم جدید، صفر است،

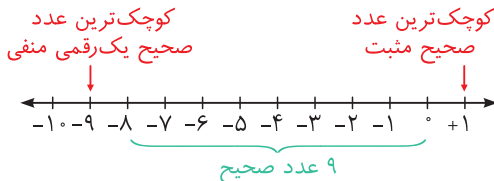
مجموع ارقام تغییر نمی‌کند و در نتیجه عددی که بر ۳ بخش پذیر بوده است،

همچنان بر ۳ بخش پذیر می‌ماند.

۱۴۵

راست

۱۴۶



۱۴۷

روش اول: می‌توانیم الگورا ادامه بدهیم تا به هشتمین عدد برسیم. در این الگو،

مشاهده می‌شود که عددها ۴ تا ۴ تا زیاد می‌شوند. پس:



هشتمین عدد این الگو، ۳۳ است.

۳

بخش سوم

آزمون‌های پایان نوبت

www.gajmarket.com

آزمون پایان نوبت دوم:
خرداد ماه (۳)

۲۹۶

پاسخ‌نامه آزمون پایان
نوبت دوم: خرداد ماه (۳)

۳۰۳

آزمون پایان نوبت دوم:
خرداد ماه (۱)

۲۹۴

پاسخ‌نامه آزمون پایان
نوبت دوم: خرداد ماه (۱)

۳۰۱

آزمون پایان نوبت اول:
دی ماه (۳)

۲۹۲

پاسخ‌نامه آزمون پایان
نوبت اول: دی ماه (۳)

۲۹۹

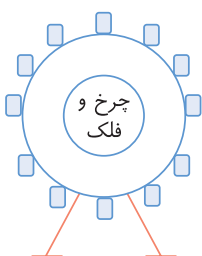
آزمون پایان نوبت اول:
دی ماه (۱)

۲۹۰

پاسخ‌نامه آزمون پایان
نوبت اول: دی ماه (۱)

۲۹۸

ردیف	آزمون پایان نوبت دوم	خرداد ماه (۲) - هماهنگ کشوری ۱۴۰۳	مدت زمان: ۹۰ دقیقه
	ایستگاه تشخیص		
۱	عدد ۴۷۴ بر ۳ بخش پذیر است.		
۲	یک هکتار برابر است با مربعی به ضلع ۱۰۰ متر.		
۳	عدد شصت و سه صدم برابر است با $\frac{۳}{۶۰}$.		
۴	در تقریب به روش قطع کردن، پاسخ به مقدار واقعی نزدیک تر است.		
	ایستگاه سنجش		
۵	دماى هوای رشت، ۱۲ درجه بالای صفر است. اگر تبریز ۵ درجه سردتر باشد، دمای آن چند درجه است؟	۱۷ (۱) ۷ (۲) -۵ (۳) -۱۵ (۴)	
۶	با کارت های ۳ ۸ ۵ ۰ ۲ بزرگترین عدد فرد ۵ رقمی که می توان ساخت عبارت است از:	۸۵۰۲۳ (۱) ۸۵۳۲۰ (۲) ۸۵۲۰۳ (۳) ۸۵۵۲۳ (۴)	
۷	اگر یک تاس را پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد بزرگ تر از ۲ بیاید، کدام گزینه است؟	۱) احتمال بیشتر از نصف ۲) احتمال برابر ۳) احتمال کمتر از نصف ۴) هیچ کدام	
۸	گنجایش آکواریومی به ابعاد ۴، ۳ و ۲ متر، چند لیتر است؟	۲۴ (۱) ۹ (۲) ۹۰۰۰ (۳) ۲۴۰۰۰ (۴)	
	ایستگاه اکتشاف		
۹	۶/۷ دسی متر برابر است با متر.		
۱۰	نسبت $\frac{۲}{۷}$ به $\frac{۳}{۵}$ برابر است با نسبت ۱۰ به		
۱۱	متمم زاویه درجه برابر است با ۳۵ درجه.		
۱۲	وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه ۱۸۰ درجه یا کمتر بچرخانیم و شکل روی خودش قرار گیرد، می گوییم شکل، تقارن دارد.		
	ایستگاه تحلیل		
	دانش آموز پژوهشگر! با تحلیل متن زیر، برای حل سؤالات ۱۳ تا ۱۵ به مریم کمک کن.		
	مریم پس از دریافت کارنامه‌ی پایان سال تحصیلی، به همراه خانواده خود برای تفریح به شهر بازی رفت. ابتدا از نگهبانی، نشانی باجه‌ی بلیط فروشی را پرسید. نگهبان پاسخ داد: «باید از محل نگهبانی، ۶ متر به سمت شرق و سپس ۳ متر به سمت شمال بروی تا به باجه‌ی بلیط فروشی برسی.» مریم باجه‌ی بلیط فروشی را پیدا کرد و یک بلیط ۵۰ هزار تومانی چرخ و فلک را با ۱۵ درصد تخفیف تهیه کرد و در صف انتظار ایستاد. او متوجه شد که چرخ و فلک، ۱۲ کابین با فاصله‌ی یکسان دارد. مریم پس از گذراندن یک روز خوب با خانواده، در راه بازگشت به خانه، سؤالات زیر در ذهنش ایجاد شد...		
۱۳	اگر مختصات نگهبانی $\left[\begin{matrix} ۴ \\ ۶ \end{matrix} \right]$ باشد، مختصات باجه‌ی بلیط فروشی چند می شود؟		
۱۴	برای تهیه‌ی بلیط چرخ و فلک، چند تومان تخفیف گرفتم؟		
۱۵	اگر محیط چرخ و فلک، $۱۸/۸۴$ متر باشد، طول میله‌ی آهنی خمیده‌ای که دو کابین پشت سر هم را به هم وصل کرده است، چند متر می شود؟		



۷ ۱

عددهای بزرگتر از ۲ در تاس برابر ۳ و ۴ و ۵ و ۶ هستند که تعداد آن‌ها از نصف اعدادی که می‌توانند در یک تاس رو شوند (یعنی ۳) بیشتر است. پس احتمال اینکه در پرتاب تاس عدد بزرگتر از ۲ بیاید بیشتر از نصف است.

۸ ۴

متر مکعب $24 = 4 \times 3 \times 2 =$ گنجایش آکواریوم

هر متر مکعب برابر ۱۰۰۰ لیتر است پس

لیتر $24000 = 24 \times 1000 =$ متر مکعب ۲۴

۹

۱ دسی‌متر = ۰/۱ متر

متر $0/67 = 6/7 \times 0/1 = 6/7$ دسی‌متر $6/7$

۱۰ ۲۱

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \times 5}{7 \times 5} = \frac{10}{35}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{9}{21}$$

۱۱

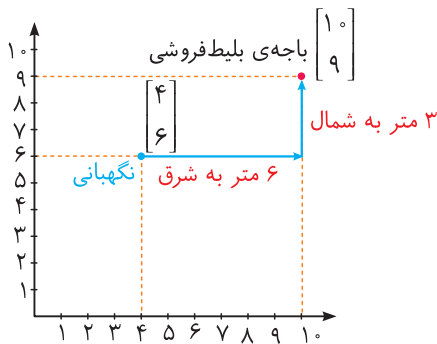
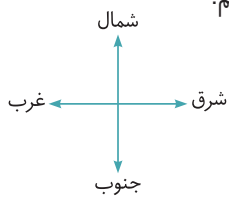
$$35^\circ + \square = 90^\circ \Rightarrow \square = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

۱۲

چرخشی

۱۳

دستگاه مختصات را با واحدهای ۱ متر رسم می‌کنیم.



همان‌طور که در شکل مشخص است، باجه‌ی بلیط‌فروشی در مختصات $(4, 9)$ قرار دارد.

۱۴

	درصد	قیمت
قیمت اولیه	۱۰۰	۵۰۰۰۰
تخفیف	۱۵	؟

$$? = \frac{15 \times 50000}{100} = 7500$$

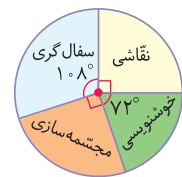
ب) برای رسم نمودار دایره‌ای، باید زاویه‌ی مربوط به هر قسمت را پیدا کنیم:

$$25\% \times 360^\circ = \frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$20\% \times 360^\circ = \frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$$

$$25\% \times 360^\circ = \frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$30\% \times 360^\circ = \frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$$



بنابراین نمودار دایره‌ای به صورت مقابل است:

۲۵

$$\frac{3}{6} \div 3 + \frac{0/5}{2} \times 4 = \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

$$36 \div (8 \times \frac{1}{2}) - 4/3 = 36 \div 4 - 4/3 = 9 - 4/3 = 4\frac{1}{3}$$

$$2 + \frac{1}{3} \times 18 - 5 + \frac{24}{6} = 2 + 6 - 5 + 4 = 8 - 5 + 4 = 3 + 4 = 7$$

آزمون پایان نوبت دوم، خرداد ماه (۲) پاسخ‌نامه

۱

مجموع ارقام ۴۷۴ برابر ۱۵ است که بر ۳ بخش پذیر است. پس ۴۷۴ نیز بر ۳ بخش پذیر است.

۲

هر هکتار برابر با ۱۰۰۰۰ متر مربع است که برابر با مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ متر است.

۳

عدد شصت و سه صدم برابر $0/63$ است در حالی که $60/103$ برابر با ۶۰ واحد صحیح و سه صدم است.

۴

به طور کلی روش گرد کردن از روش قطع کردن دقیق‌تر است با دقت آن مثل قطع کردن است. پس تقریب به روش گرد کردن به مقدار واقعی نزدیک‌تر است.

۵

$$12 - 5 = 7$$

۶